

周保男、吳重言（2014）。

立體視覺化工具融入國小表面積教學之研究：以 Google SketchUp 為例。

臺灣數學教育期刊，1（1），1-18。

doi: 10.6278/tjme.20140307.002

立體視覺化工具融入國小表面積教學之研究： 以 Google SketchUp 為例

周保男 吳重言

國立臺南大學教育學系教學科技組

本研究旨在探討接受「Google SketchUp 輔助教學（使用推拉功能與不使用推拉功能）」與「傳統講述教學」三種教學模式，對學生複合形體表面積學習成效之影響。本研究採用不等組前後測設計的實驗研究法進行教學實驗，實驗對象為臺南市某國小五年級三個班級共 84 名學生，以班級為單位，隨機分成三組。經由三週實驗教學後，實施複合形體表面積成就測驗後測。研究結果發現，「Google SketchUp 輔助教學具推拉功能模式」的學習成效優於「Google SketchUp 輔助教學不具推拉功能模式」及傳統講述教學模式，但「Google SketchUp 輔助教學不具推拉功能模式」和傳統講述教學模式在學習成效上無顯著差異。由本實驗的結果可得知，當教師將資訊科技融入數學教學時，假使資訊科技的影響力不足，其衍生的學習效果與傳統教學無異。

關鍵詞：立體視覺化工具、表面積教學、準實驗研究、資訊科技融入數學教育

通訊作者：周保男，e-mail：pnchou@mail.nutn.edu.tw

收稿：2013 年 7 月 25 日；

接受刊登：2014 年 3 月 7 日。

Chou, P. N., & Wu, C. Y. (2014).

Integrating 3D visualization tools into teaching surface area in elementary school classrooms: An example of Google SketchUp.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 1(1), 1-18.

doi: 10.6278/tjme.20140307.002

Integrating 3D Visualization Tools into Teaching Surface Area in Elementary School Classrooms: An Example of Google SketchUp

Pao-Nan Chou Chong-Yan Wu

Program of Instructional Technology, Department of Education, National University of Tainan

The purpose of this study was to examine the effects of three teaching models on the effectiveness of learning the surface area of composite solids in elementary school settings: the Google SketchUp assisted instructional model with push-and-pull function, the Google SketchUp assisted instructional model without push-and-pull function, and the traditional instructional model. This is an empirical study, utilizing a nonequivalent pretest-posttest control group design. Participants were recruited from an elementary school in Tainan city, including three classes with a total of 84 fifth-graders. Each class was randomly assigned one of the three teaching models. After a three-week teaching experiment, all the participants completed a posttest on the surface area of composite solids. The results showed that students who received the “Google SketchUp assisted instructional model with push-and-pull function” performed better than students who received the “Google SketchUp assisted instructional model without push-and-pull function” and students who received the “traditional instructional model”. However, no significant difference was found in learning effectiveness between the “Google SketchUp assisted instructional model without push-and-pull function” and the “traditional instructional model”. The findings indicated that integrating information technology into mathematics education would only be effective when the tools are comprehensively implemented; otherwise, it would not significantly differ from the result of employing traditional classroom teaching strategies.

Keywords: 3D visualization tool, surface area instruction, quasi-experimental study, information technology integrated into mathematics education

Corresponding author : Pao-Nan Chou , e-mail : pnchou@mail.nutn.edu.tw

Received : 25 July 2013;

Accepted : 7 March 2014.

壹、緒論

檢視目前的傳統表面積教學方式，在教材內容方面，大多以平面圖畫來呈現立體圖形之概念，學生有不易理解的問題存在（王學武、蔡佳穎、陳宜均、賴蕙慈，2011）；在教具方面，有傳統紙本附件和教科書出版商所製作的教學光碟，但類型有限，製作與保存相當困難，不便於大班教學與個別操作（毛銘覬、呂長聰、黃品慈、湯中揚、劉松柏，2010；呂慧君、姚如芬，2005）；於教學活動上，偏重於算術的運用和公式的套用（陳鴻綸、曹雅玲，2005），缺乏概念實際應用。上述因素皆會影響學生數學概念的發展（Bonotto, 2003），如能利用資訊科技融入教學來處理這些問題，或許能有效提升學生的數學學習效果（NCTM, 2000）。

溫嘉榮（2003）認為「資訊科技融入教學」即是將資訊科技整合於教材、教具及教學活動中，使資訊科技成為老師與學生於課室活動中的教與學工具，解決傳統教學上的不足。例如，在教材內容及教具上，資訊科技能處理多樣類型的檔案，如圖片、文字、影片、音訊等，以多樣式的多媒體型態呈現教學；在教學活動上，資訊科技能經由電腦模擬讓教學事件更具探索性，而擬真的操作情境，更可促進學生思考推理與問題解決（鐘樹椽、程璟滋，2005）。

過去的研究文獻發現，透過資訊科技融入數學科教學，可將抽象概念予以視覺化、具體化與多樣化的呈現，利於學習者理解，並能提升學習者的學習動機與學習效果（Moyer, Bolyard, & Spikell, 2000），且因提供經驗分享與交流的功能，更可提升教學品質與效能（Newby, Stepich, Lehman, & Russell, 2006; Roblyer, 2003; Roblyer & Edwards, 2000）。近年來，在資訊科技融入數學科教學範疇中，以運用立體視覺化工具（結合視覺化效果與互動式科技）為主要趨勢。實證研究顯示此類工具能快速、有效提供充分的直覺化情境，讓學生透過建構立體圖形、翻轉圖形與觀看圖形的不同視角，協助學生了解立體幾何中難以理解的部分，並予學生發展空間能力的機會（Accascina & Rogora, 2006; Baki, Kosa, & Guven, 2011; Christou, Jones, Mousoulides, & Pittalis, 2006; Liang & Sedig, 2010）。

在立體視覺化工具的選擇上，動態幾何軟體（The Geometer's Sketchpad, GSP）、GeoGebra、萬用揭示板（Magic Board）、Cabri 3D 及 Google SketchUp（GSU）為數學教育界熟知的五種工具軟體。目前以 Cabri 3D 及 GSU 最能符合人機介面操作與表面積教學（施保成，2011），然而，Cabri 3D 為付費軟體，在不容易取得的條件下，已被免費的 GSU 取而代之。在過往的相關研究中，不少研究者已嘗試將 GSU 導入表面積教學（施保成，2011；陳冠宇，2012）。然而，在研究所探求的教材上，偏重基本的幾何形體展開圖，教材內容的廣度不夠深；在科技輔助教學上，亦並未進一步運用軟體中所具有的「推拉」功能，來融入「運用圖形表面的推拉，使形體恢復為完整圖形後，再來計算表面積」（如圖 1）之解題策略。

GSU 中的推拉功能如同視覺動畫，強調圖像視覺化的作用 (Kaput, 1992)。在 Tversky、Morrison 與 Betrancourt (2002) 的研究中，相較於靜態圖像呈現，視覺動畫扮演減輕學生認知負荷的角色。而在 Wu 與 Shah (2004) 的研究中，視覺動畫可用來演示幾何變化歷程，節省學生記憶資源的使用。由此可知，若能應用 GSU 的「推拉」互動功能，以動畫的過程來演示複雜的複合形體，轉變為簡單的幾何圖形（如長方體與正方體）的過程，或許可簡化學生解題時的步驟與複雜性，進而提升數學學習效果。

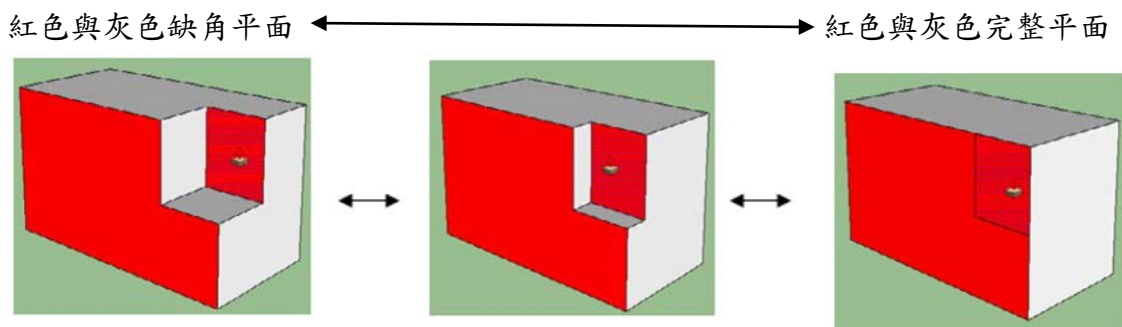


圖 1 表面平移功能示意圖

基於上述的背景說明及研究動機，本研究以複合表面積為主要研究教材，採用準實驗研究法，隨機分派不同教學方式於三個國小班級，實施為期 3 節課（120 分鐘）的教學實驗，深入分析立體視覺化工具（GSU）中的「推拉」功能。研究目的在於探討接受「GSU 輔助教學（使用推拉功能與不使用推拉功能）」與「傳統講述教學」三種教學方法，對學生複合形體表面積單元的學習成效之影響。

貳、文獻探討

一、雙碼理論

Paivio (1986) 所提出的雙碼理論 (Dual-Coding Theory) 為用來解釋人類接受與處理訊息表徵的學說。依據雙碼理論，人類的認知系統分為兩個子系統：語文系統 (verbal system) 和非語文系統 (nonverbal system)，前者處理和儲存與語文有關的訊息，後者則處理非語文的訊息，主要為視覺圖像訊息（但也含嗅覺、觸覺或情感訊息）。在兩個子系統內部間，共有三種連結關係，分別是：表徵性連結、參照性連結與關聯性連結。

表徵性連結是指人接受外界刺激後，直接引發的表徵作用。例如，人類接受到語言訊息時，語言系統會產生一個以語文來描述的意象，此即是語文的表徵性連結。參照性連結指的是透過語文或圖像雙向的刺激，使兩子系統間透過相互參照而產生連結。關聯性連結指的是同一系統中，自動依照性質、型態、種類、特徵或其他分類原則，將互有關聯的元素組織在一起，而形

成的連結關係 (Paivio, 1986)。

應用雙碼理論於學習上，可得知影像在認知學習中扮演重要的角色，尤其是學習概念時，視覺化影像或工具可提供極大的助益。尤其在數學教育中，經由視覺化可將抽象的概念與關係具體化，有助於相關概念的思考及學習 (Liang & Sedig, 2010)。數學教育家 Duval (2002) 更是提出「需理解，就須視覺化」(there is no understanding without visualization) 的看法。

Norman (2004) 在其「情感設計」一書中強調，人類是視覺化的動物，非常習慣視覺化所呈現的資訊效果，如簡易的表格資訊就可吸引人類注意。Chen (2002) 認為，視覺化學習主要是將大量不易理解的資料壓縮成簡易概念，方便學習吸收資訊。Dwyer (2007) 在回顧一身所做的實驗教學中表達對視覺化學習的推崇，他認為在教學設計上，視覺化學習是對學習者最有效也最有助益的學習方式。

近期所流行的立體視覺化工具即是結合影像視覺化學習與科技應用，主要功用在於提供充分的直覺化情境，讓學生透過建構立體圖形、翻轉圖形與觀看圖形的不同視角，協助學生了解立體幾何中難以理解的部分，並予學生發展空間能力的機會。Christou 等人 (2006) 即斷言使用立體視覺化工具，可加強學生的動態視覺化能力、提升數學三維概念與空間概念。

在本研究中，選擇運用 GSU 立體視覺化工具輔助複合形體教學，配合老師講解與提問作引導，讓語文和動態影像系統同步呈現。為加強子系統間的參照性連結，教學活動中安排學生親自操弄 GSU，用來觀察與探索表面平移與互補的現象，以連結「表面平移和互補的字義」與「動態圖像互補之歷程與結果」。而為強化子系統間的關聯性連結，在教學活動中，透過 GSU 的推拉功能，把複合形體轉換為基本的幾何形體（長方體或正方體），以利學生對圖形之間（基本幾何形體和複合形體）的關係進行歸類與連結。

二、認知負荷理論

認知負荷理論由 Sweller (1988) 所提出，用以解釋個體在學習和解決問題時，認知資源分配與運用的情形，並作為教學時資訊呈現的原則。Chandler 與 Sweller (1991) 以認知負荷理論為基礎，說明在教學活動中，一旦設計不當會形成外在認知負荷，使學習者注意力分散，降低學習成效。

Tarmizi 與 Sweller (1988) 的研究中，即指出幾何教學活動中，將圖像訊息與文字訊息分開說明時，學習者在自身有限的認知資源中，除了要不斷地在圖文間進行搜尋、連結，作心理整合 (mentally integration)，還要學習相關的幾何概念，如此會干擾到學習成效；相對地，將圖文訊息作物理整合 (physically integration)，適度地同步呈現，能協助學生將有限的認知資源集中於學習幾何概念，毋須在圖文訊息間作心理整合，進而提升學習效果。

Kaput (1992) 和 Tversky 等人 (2002) 的研究中，以認知負荷理論說明電腦軟體所呈現動

畫能將事件發生的關鍵性過程與程序完整呈現，內容能涵括更多時間性（temporal）、次序性（consequent）與空間性（spatial）的訊息，所以個體在觀察動畫所呈現之具時間性、次序性與空間性的訊息時，可直接將歷程予以記憶，無須如同觀看靜態圖像時，需再投入有限的認知資源作轉換。Wu 與 Shah（2004）的研究中，也支持此論點，提出運用動畫來演示幾何圖形變化的歷程與結果時，可有效降低學習者的認知負荷，節省運用視覺空間工作記憶的資源。

綜合上述，可知在幾何教學活動中，單純使用靜態圖像來說明具時間性、空間性的概念時，會因資訊的呈現方式有限，使學習者需產生大量的動態心理圖像（dynamic mental image）後，再操作、分析與處理，如此會占用極大的認知資源，影響其建構幾何概念；當運用動畫來輔助時，學習者可直接將認知資源專注於動畫所承載者，避免認知資源分散，進而提升學習效果。此為本研究運用 GSU 中推拉功能之理論基礎，擬透過此功能，達成資訊間的物理整合，以動畫的形式，來演示表面平移與互補之具有時間性、空間性、次序性的現象，來減少學習者之認知負荷，並予學生將有限的工作記憶資源投入於觀察、探索、連結基礎幾何圖形和複合形體圖形間之關係，並建構其解題策略。

三、資訊科技融入表面積教學之相關研究

本研究以下列二個層面分析過去相關研究：

1. 研究方法：過去的研究多為準實驗設計，具符合教學現場的真實情境，並運用統計（共變數分析）來控制，加以排除實驗組與控制組學生學前能力之不同。例如：程柏豪（2006）以準實驗研究法，探討「資訊科技融入體積與表面積教學」和「傳統教學」，對學生的學習成效之影響。施保成（2011）以準實驗研究法比較「GSU 輔助教學」和「傳統講述」對國小五年級學生學習複合形體表面積之成效差異。上述二項的研究結果皆顯示資訊科技的使用有助於表面積的學習（實驗組優於控制組）。
2. 軟體與技術層面：早期的研究以使用套裝軟體為主，教師須具備一定的程式設計能力，始可自行設計、修改與調整。例如：李俊頡（2011）將國民小學六年級柱體表面積單元融入互動式電子白板教學，與傳統黑板教學作成效比較。近期的研究以使用立體視覺化工具為主，教師無須具備程式設計基礎，即能自行繪製與運用，並能讓每位學生親自操作與練習，在推廣、操作上極富彈性。例如：陳冠宇（2012）使用 GSU 對國小學童在數學空間幾何進行補救教學。Accascina 與 Rogora（2006）嘗試利用 Cabri 3D 導入幾何教學。Obara（2009）使用動態幾何軟體（GSP）引導班上的學生，求出四角錐和圓錐體兩種形體的表面積。Baki 等人（2011）比較 Cabri 3D 與傳統教具在數學教學上不同。上述四項研究的結果皆證實立體視覺化工具可提升學生學習成效。

回顧過往文獻內容，在研究參考價值上，準實驗研究為可行的研究方法，利於比較不同教學方式；立體視覺化工具的使用為可靠的研究工具，益於導入課堂數學教學。然而，建立於過往研究的基礎，本研究發現，現今文獻對於複合形體表面積的探討仍顯不足，使用免費軟體 GSU 輔助教學者亦不多，而採用 GSU 者未能發揮軟體的實質功能（如推拉功能）。本研究即考量上述幾點因素，欲補足文獻中所缺乏的部份。

參、研究方法

一、研究設計

本研究採不等組前後測實驗設計，進行實驗教學，探討「GSU 輔助教學（使用軟體中的推拉功能與不使用軟體中的推拉功能）」和「傳統講述教學」三種教學方法對於學童學習複合形體表面積成效之差異。本研究設計如表 1 所示。

表 1

不等組前後測實驗設計

組別	前測	實驗處理	後測
實驗組 1	O ₁	X ₁	O ₂
實驗組 2	O ₁	X ₂	O ₂
控制組	O ₁	X ₃	O ₂

X₁：實驗組 1 接受「GSU 輔助教學（使用軟體中之推拉功能）」之實驗處理，教學時間共計 3 節課，120 分鐘。

X₂：實驗組 2 接受「GSU 輔助教學（不使用軟體中之推拉功能）」之實驗處理，教學時間共計 3 節課，120 分鐘。

X₃：控制組接受「傳統講述教學（使用傳統紙本教具與口述）」之實驗處理，教學時間共計 3 節課，120 分鐘。

O₁：複合形體表面積成就測驗前測。

O₂：複合形體表面積成就測驗後測。

二、研究架構

本研究以教學方法為自變項，以複合形體表面積成就測驗分數為依變項，教師者、教學時間、教材、測驗時間列為控制變項，其研究架構如圖 1 所示。

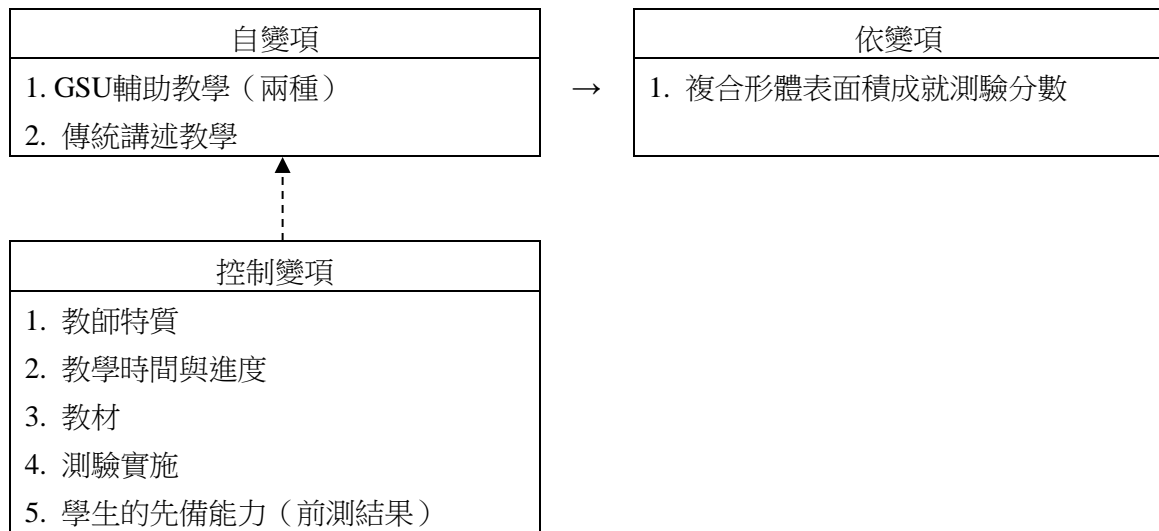


圖 2 研究架構圖

三、研究變項

茲將本研究所涉及的變項，分別說明如下：

（一）自變項

分為 GSU 輔助教學（實驗組 1 和實驗組 2）與傳統講述教學（控制組）。

（二）依變項

複合形體表面積成就測驗分數：學習者於教學後進行此項測驗，此項成績愈高，代表學生的學習成效愈高。

（三）控制變項

1. 教師者：本研究在進行實驗教學時，兩組的教學者為同一人。
2. 教學時間與進度：三組的教學時間皆為一節課 40 分鐘，進度一致。
3. 教材：實驗組與控制組的教學內容皆一致。
4. 測驗實施：實驗組和控制組於測驗實施時，作答時間長度與地點一致。
5. 學生的先備能力（前測結果）：透過共變數分析（ANCOVA），以統計方法排除不同組別學生先備不一的情形。

四、實驗效度控制

實驗研究法的實驗教學過程，受試者可能會受到同時事件、個體成熟、差異的選擇、受試者流失、統計迴歸等外在因素影響，造成實驗效度不佳，影響實驗結果的推論，這些因素應加以控制。以下分述之：

- 1.同時事件：實驗期間，受試者會遭遇某些實驗處理外的事件，這些事件可能會造成干擾而影響實驗結果。在本實驗設計中，實驗組與控制組為同學校同年級的學生，在這因素上會有相同的經驗，故可控制此因素的影響。
- 2.成熟：受試者在實驗期間，生理與心理都會產生變化。本研究中，實驗組與控制組的年紀、接受實驗教學時間一致，故本實驗設計可以控制此因素的影響。
- 3.測驗：雖然學生在成就測驗前測的經驗有助於後測分數的提高，但本實驗於教學活前兩週即進行前測，且並未公佈正確答案，試卷也全數回收，因此學生並無記憶效果，故本實驗的設計可以控制此因素的影響。
- 4.測量的工具：測量過程中，前測與後測的內容或難度有差異，可能會影響實驗的結果。本實驗前測與後測皆使用同一份試卷，因此可以控制此因素的影響。
- 5.差異的選擇：採用兩組以上的實驗設計時，研究者須顧及不同組別受試者在各項特質上是否相同。本實驗應用共變數分析加以控制排除學生先備能力方面的差異，故此因素能獲得控制。
- 6.受試者的流失：要維持內在效度的，須避免研究樣本在實驗期間的流失。本實驗進行期間，無任何受試者退出實驗，故此因素得到控制。
- 7.統計迴歸：當實驗者以某項心理特質的極端分數選擇研究對象時，受試者第二次受測的分數趨向於團體平均數。本研究的以班級為單位，選擇實驗對象，故可避免此因素的影響。

五、研究工具

(一) GSU 軟體

GSU 軟體有付費版本與免費版本，本研究選用免費版本，版號為 8.0.14346；其基本的功能，能符合研究的需求。在軟體操作介面上，其工具列主要為大型圖像化按鍵，如圖 2 所示。教學者與學生點選按鍵後，即可對立體圖形作以下操縱：翻轉、切換視角、表面上色、表面平移與邊長測量。工具列能夠自訂，透過隱藏不相關之操作按鈕，降低學生操作時的難度。



圖 3 GSU 軟體工具列

(二) 複合形體表面積成就測驗

1. 擬題

複合形體表面積成就測驗的內容，主要參考康軒版國小數學表面積單元的教學指引、教材內容、單元目標進行擬題，所測驗的概念有估算概念、空間概念及量測概念共三大類，研究者共編擬試題 24 題，其中 22 題選擇題，2 題為畫畫看，1 題 1 分，滿分 24 分，分數越高代表學習成效越佳。

2. 題意審查

成就測驗的題目編製完成後，敦請四位資深的國小高年級級任老師（一位曾任數學科召集人），共同進行題目審查，檢視題目是否適當、是否符合教學目標後，再由臺南市某國小五年級五位學生先行試做，以檢查題目是否有題意不清或標示不明，再根據審查委員給予的意見，修正為預試題本。

3. 項目分析及信度考驗

彙整專家意見，將初擬測驗修改編製完成後，以臺南市某國小五年級學生（已學過複合形體表面積單元），共 30 名為對象進行預試，經項目分析後，依據 Ebel 與 Frisbie（1991）的試題篩選標準，鑑別度在 .20 以下為試題不佳，須淘汰或重新修改。故研究者保留鑑別度 .22 到 .91，難度介於 .54 到 .87 之間的題目，共計 18 題（16 題選擇題，2 題畫畫看，一題一分，總分 18 分）。在信度方面，刪除題目後得到的 Cronbach α 係數為 .90，顯示本測驗工具擁有良好的信度。在本研究中，前後測是使用同一份工具。

六、教學流程

本研究所採用的學習教材為康軒版國小五年級數學表面積單元中的「教學活動三」與「數學步道 II」。在實驗組中，教師將 GSU 軟體融入於教學活動，輔以板書、提問進行講解與紀錄，教學活動全程皆在電腦教室中進行，藉由螢幕廣播系統來呈現和示範表面平移與互補之動態過程（實驗組 1 使用推拉功能，實驗組 2 不使用推拉功能），並運用教師主控端的遠端檔案發送功能，將範本送至每部電腦，讓學生皆能開啟檔案，進行操作與觀察，最後再練習課本和習作中的題目，以加強學習效果。在控制組中，教師除利用板書教學外，也利用紙本教具說明複合形體的概念，在講解完畢後，讓學生操作與觀察紙本教具，並練習課本習題。表 2 僅以一例說明三組教學流程的不同。

表 2

教學流程簡介（以教導內凹複合形體表面積為例）

實驗組 1	實驗組 2	控制組
(1) 老師利用切換視角，呈現俯視圖、右視圖、前視圖。	(1) 同實驗組 1。	(1) 老師將教具轉至不同的視角。
(2) 老師利用表面上色，逐一在不同的視圖中，將見到的平面上色。	(2) 同實驗組 1。	(2) 老師逐一在不同的視圖中，將見到的平面上色。
(3) 老師利用翻轉功能，將圖形轉回原來的角度。	(3) 同實驗組 1。	(3) 老師手動將圖形轉回原來的角度。
(4) 老師用推拉功能，將缺角平面補為完整平面。	(4) 老師用口語說明可將缺角平面補為完整平面。	(4) 同實驗組 2。
(5) 引導學生觀察此一圖形，是個長方體。	(5) 同實驗組 1。	(5) 同實驗組 1。
(6) 和學生共同總結此一凹型複合形體的 3 個缺角的平面都能補起來，所以此一圖形的表面積可視為一個完整的長方體表面積。	(6) 同實驗組 1。	(6) 同實驗組 1。
(7) 發送檔案給學生，讓學生進行操作與觀察。	(7) 同實驗組 1。	(7) 學生操作教具，進行觀察。

七、研究對象

本研究選取臺南市某國小五年級三個班級，共計 84 名學生，學生皆具備資訊課程的經驗，且未學習過複合形體表面積相關的課程。本研究再以班級為單位，隨機分派實驗組 1（28 名）、實驗組 2（29 名）和控制組（27 名）。因實驗組學生須熟悉 GSU 軟體操作，於教學實驗前，教師特地利用一堂課時間，於電腦教室教授 GSU 軟體功能。

八、資料分析

本研究採準實驗研究法進行教學實驗，組別為固定因子，不同的教學方法為自變項，後測成績為依變項，數據分析時，所要比較的是以 GSU 輔助教學與傳統講述教學在表面積單元的成效為何。實驗組與控制組學生為非等組的方式分配，故使用共變數（ANCOVA）將實驗教學前的先備能力予以排除。

肆、研究發現

本研究收集三個組別的學生在實驗前、後的表面積成就測驗成績，如表 3 所示。

表 3

三組學生人數及前、後測平均值

組別	人數	前測		後測	
		平均數	標準差	平均數	標準差
實驗組 1 (GSU 具推拉功能之教學)	28	6.68	3.50	11.71	4.59
實驗組 2 (GSU 不具推拉功能之教學)	29	5.48	4.29	7.31	4.34
控制組 (傳統教學)	27	6.52	4.01	8.96	5.50

本實驗採不等組前後測實驗設計，受試學生非隨機分派至各組別，因此，不同組別（班級）的數學表面積初始能力（前測成績）不一定相同，為避免初始能力對學習成效（後測成績）產生干擾，因此採用 ANCOVA 進行控制，將學生前測成績上的差異予以排除。

為符合共變數分析的假定，對三組組內的迴歸係數作同質性檢驗，結果如下表 4 所示。由表 4 資料可知，三組的組間迴歸同質性無差異 ($F = .25, p > .05$)。

表 4

迴歸同質性考驗摘要表

變異來源	離均差平方和 (SS)	自由度 (df)	均方 (MS)	F 值
組間 (迴歸係數)	8.19	2	4.10	.25
組內 (誤差)	1257.51	78	16.12	

以三組的前測成績為共變量，後測成績為依變項，進行共變數分析，其結果如下表 5 所示。

表 5

共變數分析摘要表

變異來源	離均差平方和 (SS)	自由度 (df)	均方 (MS)	F 值
組間 (教學方法)	259.56	2	129.78	8.20**
組內 (誤差)	1265.71	80	15.82	

** $p < .01$

由表 5 可知，三組組間的後測成績，在排除前測成績的影響後，達到顯著差異 ($F = 8.20, p < .01$)，因此進行事後比較（如表 6），以了解三個組之間兩兩差異的情形。

表 6
事後分析摘要表

組別	調節 平均數	事後比較
A：實驗組一（GSU 具推拉功能）	11.70	A > B** , A > C**
B：實驗組二（GSU 不具推拉功能）	7.54	B < A**
C：控制組（傳統教學）	8.74	C < A**

** $p < .01$

由表 6 資料可知，「GSU 具推拉功能組」的後測成績明顯地優於「GSU 不具推拉功能組」（ $p < .01$ ）和「傳統教學組」（ $p < .01$ ），但「GSU 不具推拉功能組」和「傳統教學組」的後測成績並沒有顯著差異（ $p > .01$ ）。由於實驗組一與其它兩組有顯著差異存在，本研究利用 effect size 公式分析組間的實質效果量（Cohen d 值），實驗組一與實驗組二間 d 值為 0.98，實驗組一與控制組間的 d 值為 0.54。根據 Cohen（1988）的效果量判定，實驗組一與其它兩組的效果量維持在中等以上。

由以上分析可得知，「GSU 具推拉功能之教學」對促進學生學習複合形體表面積單元概念的成效，優於「GSU 不具推拉功能之教學」和「傳統教學」，但「GSU 不具推拉功能之教學」對促進學生學習複合形體表面積單元概念的效果，則未優於「傳統教學方式」。

伍、研究討論

針對上述研究發現，本研究提出下列七項討論點：

一、推拉功能減少學生的認知負荷

採用 GSU 輔助教學的兩個實驗組，教學活動的地點、電腦軟體的新奇性、操弄軟體之認知負荷都接受控制，唯一的變項是有無推拉功能，研究結果為具推拉功能的實驗組 1 顯著優於不具推拉功能的實驗組 2，可見推拉功能有助於學生學習複合形體表面積。

Kaput（1992）、Tversky 等人（2002）、Wu 與 Shah（2004）指出透過電腦動畫能夠有效傳達具時間性、空間性、次序性的教學訊息，學習者能直接記憶動畫所呈現者，毋需再利用大量的認知資源來操弄動態心理圖像來轉化相關概念，進而加強學習成效。在研究中，擁有推拉功能的實驗組 1，可在老師演示和自我練習的過程，用動畫的形式，具體、反覆的觀察複合形體表面平移的歷程，再逐步建構自我的幾何概念；相對地，不具推拉功能的組別（實驗組 2 及控制組），只能透過老師口頭的講述與自我心像模擬、分析，除需瞭解表面平移的意義外，還要付出額外的工作記憶資源來操弄心像，以致於具推拉功能組的學習成效顯著優於其他兩組，以及

不具推拉功能、傳統講授教學兩組之間在學習成效上沒有顯著差異。

二、推拉功能連結學生的先備知識

Ausubel (1968) 說明有意義的學習 (meaningful learning) 須連結學生的先備知識。在實驗教學中，實驗組 1 經由推拉功能的輔助，可具體的將複合形體的表面作平移，並互補成完整的基礎幾何形體 (正方體或長方體)，透過這方式不僅搭建起學生在複合形體與基礎幾何形體間轉換的橋樑，更連結學生已習得的基礎幾何形體表面積 (正方體或長方體) 概念與計算方式，如此學生能應用這先備知識來類推相關的圖形，並簡化運算的過程與解題時之複雜性，此可能是推拉功能組顯著優於其他兩組的原因之一。換言之，不具推拉功能的兩組之間 (實驗組 2 和控制組)，少了推拉功能來連結先備知識，以作為複合形體與基礎幾何形體間轉換的線索，故在學習成效的表現上無差異。

三、推拉功能的教學情境有助學生在心像操作類試題的表現

本研究的後測以測驗心像操作為主軸，在全卷 18 題中，運用心像操作進行表面平移概念來解題佔有 13 題 (含 8 題，不需要計算)。在實驗組 1 教學當中，老師講解與學生自主練習時，都是慣於運用 GSU 中推拉功能來觀察表面平移與互補的現象，並發展相關的概念及以動態圖像操作為主的解題策略，進而在測驗時產生學習遷移；而實驗組 2 和控制組 (傳統講授教學)，雖強調運用表面平移與互補的概念來解題，不過學生在缺乏動態圖像的情境下，需以心像操弄方式來想像，故有直接套用課本中已有的演算公式來解題，而忽略表面平移與互補概念。因此，實驗組 1 在以心像操作能力為主的成就測驗中，表現較其他兩組的學生佳。

四、推拉功能加強學生在語文和非語文子系統上的連結性

Paivio (1986) 所提出的雙碼理論，強調圖文雙重訊息適度的安排與呈現，可加強學習效果，且經感官收錄後會經過語文和非語文兩個子系統，兩系統間會對相關的概念產生參照性連結，單一系統內則會對相關的概念作歸納，並產生關聯性連結。在本研究中，三個組別在講述複合形體表面平移及互補的概念時，都經由老師口頭講解與引導，但實驗組 1 除接受語文訊息 (老師說明) 外，還可在電腦螢幕上，同步見到由推拉功能所提供非語文訊息 (形體表面轉變之連續性影像)，此方式推測會加強兩個子系統間之連結，讓字義上的平移、互補與視覺上的動態歷程相結合，產生參照性連結；另由視覺上，反覆地見到複合形體表面經由推拉，成為基本幾何形體 (正方體和長方體) 後，在語文系統或非語文系統內，可能將複合形體與基本幾何形體，或是類似的複合形體間作分類和歸納，而產生關聯性連結。相對地，實驗組 2 和控制組，僅透過老師口語的說明，導致圖文兩系統間的參照性連結、圖或文單一系統內的關聯性連結強度不及實驗組 1，此也為學習成效有差異之因。換個角度來看，實驗組 2 和控制組都少了動態影像

的輔助，在兩種連結的連結強度上相當，結果顯示在學習成效上不具差異。

五、立體視覺化工具能提升學生的空間概念能力

施保成（2011）、陳冠宇（2012）、Accascina 與 Rogora（2006）、Christou 等人（2006）及 Baki 等人（2011）的研究皆顯示出運用立體視覺化工具所具有的翻轉、旋轉、透視等功能，可加強學生空間概念、心像操弄與動態視覺等能力，並提升的學習成效。在本研究中，運用 GSU 為教學輔具，並運用其翻轉、旋轉、上色、推拉等功能來教學後，在學習成效上具顯著的差異，與過去的研究結果相符，可見立體視覺化工具對於提升空間概念與心像操作的能力有助益。

六、傳統教具仍可發揮其功效，輔助學生學習

傳統講授教學中，學生可透過實體的紙製教具、色紙和老師口頭說明，具體見到形體外觀，及表面平移與互補的現象，但教具本身較小、視角有限，部分學生不易觀察到表面平移的歷程；無推拉功能的教學中，透過廣播系統和 GSU 軟體協助，提供給每個學生觀察形體的機會，但在呈現表面平移、互補的概念時，學生所接收的訊息是靜態、二維的圖像，只有倚賴老師口語引導和學生自我心像操弄；兩個組別在呈現表面平移和互補的概念時，傳統講授組中的紙製教具雖有所不足，但其所呈現的相關視覺訊息與效果，推測超過只藉由老師口頭說明的無推拉功能組。

傳統講授教學組，學生個體在練習時，可應用實體積木（一立方公分的小方塊）進行操弄，藉以觀察表面平移和互補，但有排列複合形體耗時、缺乏表面上色、不易重複操作的現象；實驗組 2 透過 GSU 來練習時，雖有翻轉、表面上色的特色，但少了操作和觀察表面平移、互補的機會。

綜合上述，兩組在教具各有特色與限制的情形下，可能是造成傳統講授教學組在以心像操弄為主（表面平移與互補）的測驗上，平均分數上略高於無推拉功能組，但統計上無顯著差異之因。

七、推拉功能提供學生視覺上的協助

傳統數學教學是透過實體教具和老師口語講解為主，學生在此教學型態下能利用實體教具練習空間幾何的概念；相對地，在無推拉的實驗教學中，學生並不能利用 GSU 的推拉功能練習幾何概念。就教學成效而言，上述兩種教學方式無顯著差異，可見缺少推拉功能的 GSU 對學生的數學學習有其限制性。換言之，在表面的平移與互補上，無推拉組與傳統組都無法有效提供學生視覺上的幫助，但傳統教學的實體教具仍然有其優勢，造成平均分數高於無推拉組的現象。

陸、結論與建議

本研究旨在探討「GSU 輔助教學（使用推拉功能與不使用推拉功能）」與「傳統講述教學」三種教學方法，對國小學生在複合形體表面積單元上的學習成效差異。經由教學實驗發現，「GSU 輔助教學具推拉功能模式」的學習成效優於「GSU 輔助教學不具推拉功能模式」。亦即，接受「GSU 輔助教學具推拉功能」的實驗組學生在後測成績上顯著優於接受「GSU 輔助教學不具推拉功能」的實驗學生。此外，接受「GSU 輔助教學具推拉功能」的實驗學生在後測成績上顯著優於接受「傳統講述教學模式」的學生，但接受「GSU 輔助教學不具推拉功能」和「傳統講述教學」的學生在學習成效上無顯著差異。

在研究解釋上，因「GSU 輔助教學具推拉功能模式」的視覺化運作程度、語文與非語文系統間連結強度、先備知識連結度、認知負荷降底度皆優於「GSU 輔助教學不具推拉功能模式」及「傳統教學模式」，故有上述研究發現的產生。再者，由於學生學習習慣與教具特色影響所致，造成「GSU 輔助教學不具推拉功能」和「傳統講述教學」間無顯著差異。換句話說，資訊科技融入數學教學時，假使資訊科技的影響力不足，其衍生的學習效果與傳統教學無異。

在教學應用上，本研究結果對於教學者而言，GSU 能提供迅速繪製複合形體的圖形、檔案可重複運用與分享，並可減少傳統教具保管、回收與操作不易的情形，如能適時結合軟體中的推拉功能和口頭講解來模擬表面平移與互補的動態視覺歷程，將有利於學生建構自我的幾何概念。對於國小學童而言，自主操弄 GSU 時，不僅提供互動式動態畫面，更能依照自我學習的進度來調節與觀察，避免認知負荷過重，且進一步提高對教學活動的參與度。

本研究雖詳加控制其實驗程序，其研究推論性仍有其受限，須後續研究不斷考驗，方能證實 GSU 輔助教學在不同實驗條件下的影響性。對未來研究有四點建議，第一，本研究以實驗教學三週後，作立即效果評估，顯示以 GSU 輔助教學且結合推拉功能有其實質效果，但學習者是否已內化此概念，有待後續評估研究，未來研究可採延後測的方式，對持續效果做進一步評估。第二，本研究的實驗組全程皆在電腦教室教學，未來研究可將不同組別的教學地點設定在傳統的班級教室中，再應證運用 GSU 軟體輔助教學，對學生學習複合形體表面積單元的學習成效是否一致。第三，本研究中所涵括的圖形皆為運用平面互補者，未來研究可將其他複合形體（如有兩面大小一致且平行之形體；計算表面積時，為計算側面積再加兩個大小一致且平行者）納入，以 GSU 軟體作輔助教學，並檢驗其學習成效。第四，本研究僅以量化實驗數據為主要資料收集方向，未來研究可考慮利用質性的訪談方式，探究學生對視覺化工具的認知概念。

參考文獻

- 毛銘覬、呂長聰、黃品慈、湯中揚、劉松柏（2010）。創意教具之教學成效研究—以複合形體表面積為例。《屏東教大科學教育》，32，29-38。
- 王學武、蔡佳穎、陳宜均、賴蕙慈（2011）。應用 Van Hiele 幾何思考層次理論於國小學童體積概念數位教材開發之研究。《國民教育》，51（6），90-99。
- 呂慧君、姚如芬（2005）。電腦加數學等於多少？—資訊融入數學科教學的應用。《屏東教大科學教育》，22，62-68。
- 李俊頡（2011）。互動式電子白板在國小數學教學之研究—以國小數學領域六年級柱體表面積單元在郊區學校教學為例（未出版之碩士論文）。亞洲大學，臺中市。
- 施保成（2011）。以 3D 電腦輔助設計軟體 Google SketchUp 融入國小複合形體表面積教學對學生數學學習成效之研究（未出版之碩士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 陳冠宇（2012）。3D 電腦圖形軟體於國小學童數學空間幾何補救教學之行動研究（未出版之碩士論文）。南華大學，嘉義縣。
- 陳鴻綸、曹雅玲（2005）。國小學童在幾何問題的解題表現研究—長方體的體積和表面積為例。《國教新知》，52（4），65-78。
- 程柏豪（2006）。資訊科技融入國小數學科教學效益之研究-以國小五年級體積與表面積為例（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中市。
- 溫嘉榮（2003）。教師如何將資訊融入學科成為教學工具。《教育研究月刊》，105，75-81。
- 鐘樹椽、程璟滋（2005）。資訊科技應用於數學科教學之探討。《教育資料與圖書館學》，43（2），249-266。
- Accascina, G., & Rogora, E. (2006). Using Cabri 3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 11-22.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.
- Baki, A., Kosa, T., & Guven, B. (2011). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualization skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology*, 42(2), 291-310. doi: 10.1111/j.1467-8535.2009.01012.x
- Bonotto, C. (2003). About students' understanding and learning the concept of surface area. In D. H. Clements & G. Bright (Eds), *Learning and teaching measurement: 2003 yearbook*. (pp. 157-167). Reston, VA: NCTM.
- Chandler, P., & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognitive and Instruction*, 8(4), 293-332. doi: 10.1207/s1532690xci0804_2
- Chen, C. (2002). Information visualization. *Information Visualization*, 1, 1-4. doi: 10.1057/palgrave.ivs.9500009
- Christou, C., Jones, K., Mousoulides, N. & Pittalis, M. (2006). Developing the 3DMath dynamic geometry software: Theoretical perspectives on design. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(4), 168-174.

- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Duval, R. (2002). Representation, vision, and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt (Ed.), *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 311-335). Athens, GA: The University of Georgia.
- Dwyer, F. M. (2007). The program of systematic evaluation (PSE): Evaluating the effects of multimedia instruction 1965-2007. *Educational Technology*, 47(5), 41-45.
- Ebel, R. L., & Frisbie, D. A. (1991). *Essentials of educational measurement* (5th ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of teaching and learning mathematics*. (pp.515-556). New York, NY: Macmillan.
- Liang, H. N., & Sedig, K. (2010). Can interactive visualization tools engage and support pre-university students in exploring non-trivial mathematical concepts? *Computers & Education*, 54(4), 972-991. doi: 10.1016/j.compedu.2009.10.001
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Newby, T. J., Stepich, D. A., Lehman, J. D., & Russell, J. D. (2006). *Instructional technology for teaching and learning: Designing instruction, integrating computers, and using media* (3rd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Norman, D. A. (2004). *Emotional design: Why we love (or hate) everyday things*. New York, NY: Basic Books.
- Obara, S. (2009). Where does the formula come from? Students investigating totals surface areas of a pyramid and cone using models and technology. *Australian Mathematics Teacher*, 65(1), 25-33.
- Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. New York, NY: Oxford University Press.
- Roblyer, M. D. (2003). *Integrating educational technology into teaching* (3rd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Roblyer, M. D., & Edwards, J. (2000). *Integrating educational technology into teaching* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257-285. doi: 10.1016/0364-0213(88)90023-7
- Tarmizi, R. A., & Sweller, J. (1988). Guidance during mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 80(4), 424-436. doi: 10.1037/0022-0663.80.4.424
- Tversky, B., Morrison, J. B., & Betrancourt, M. (2002). Animation: Can it facilitate? *International Journal of Human-Computer Studies*, 57, 247-262. doi: 10.1006/ijhc.2002.1017
- Wu, H. K., & Shah, P. (2004). Exploring visuospatial thinking in chemistry learning. *Science Education*, 88(3), 465-492. doi: 10.1002/sce.10126