

ISSN 2312-7716

第 36 卷第 2 期  
二〇一五年十月  
VOL. 36 NO. 2  
October 2015

# 臺灣數學教師

Taiwan Journal of Mathematics Teachers



國立臺灣師範大學數學系  
Department of Mathematics,  
National Taiwan Normal University



台灣數學教育學會  
Taiwan Association  
for Mathematics Education

**發行單位** | 國立臺灣師範大學數學系  
台灣數學教育學會

## 編輯委員會

主編	林原宏	國立臺中教育大學數學教育學系
副主編	林碧珍	國立新竹教育大學數理教育研究所
	李源順	臺北市立大學數學系
編輯委員	林素微	國立臺南大學教育學系
(依姓氏筆劃排序)	徐偉民	國立屏東大學科普傳播學系
	秦爾聰	國立彰化師範大學科學教育研究所
	張淑怡	國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
	張煥泉	苗栗縣頭份鎮信德國民小學
	陳嘉皇	國立臺中教育大學數學教育學系
	楊凱琳	國立臺灣師範大學數學系
	廖惠儀	高雄市大仁國民中學
	劉祥通	國立嘉義大學數理教育研究所
	鄭章華	國家教育研究院
	鍾靜	國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

---

<b>地址</b>	臺北市汀州路四段 88 號國立臺灣師範大學數學系 《臺灣數學教師》
<b>電話</b>	886-2-7734-6576
<b>傳真</b>	886-2-2933-2342
<b>電子郵件</b>	tjmtedit@gmail.com
<b>網址</b>	<a href="http://tame.tw/forum.php?mod=forumdisplay&amp;fid=74">http://tame.tw/forum.php?mod=forumdisplay&amp;fid=74</a>

---

## 附 啟

1. 本期刊自 2014 年 35 卷起每年出版二期。
2. 本期刊原名《台灣數學教師(電子)期刊》，自 2014 年 35 卷第 2 期起改名為《臺灣數學教師》。
3. 本期刊電子郵件由自 2015 年 36 卷第 1 期起改為 tjmtedit@gmail.com。

---

版權所有，轉載刊登本刊文章需先獲得本刊同意，翻印必究

2014-2015 年審查委員  
2014-2015 Editorial Review Board

**李心儀 Shin-Yi Lee**

臺北市立大學教育學系  
Department of Education,  
University of Taipei

**林勇吉 Yung-Chi Lin**

國立彰化師範大學科學教育研究所  
Graduate Institute of Science Education,  
National Changhua University of Education

**林原宏 Yuan-Horng Lin**

國立臺中教育大學數學教育學系  
Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education

**林素微 Su-Wei Lin**

國立臺南大學教育學系  
Department of Education,  
National University of Tainan

**林曉芳 Hsiao-Fang Lin**

明道大學課程與教學研究所  
Graduate Institute of Curriculum and Instruction,  
MingDao University

**姚如芬 Ju-Fen Yao**

國立嘉義大學數理教育研究所  
Graduate School of Math and Science Education,  
National Chiayi University

**施皓耀 Haw-Yaw Shy**

國立彰化師範大學數學系  
Department of Mathematics,  
National Changhua University of Education

**洪雪芬 Hsieh-Fen Hong**

高雄市三民區博愛國民小學退休教師  
Boai Elementary School, Kaohsiung City

**徐偉民 Wei-Min Hsu**

國立屏東大學科普傳播學系  
Department of Science Communication,  
National Pingtung University

**袁媛 Yuan Yuan**

中原大學教育研究所  
Graduate School of Education,  
Chung Yuan Christian University

**高志誠 Chih-Chen Kao**

國立臺東大學應用數學系  
Department of Applied Mathematics,  
National Taitung University

**張煥泉 Huan-Chuan Chang**

苗栗縣頭份鎮信德國民小學/  
教育部數學領域課程與教學輔導諮詢教師  
Sinde Elementary School, Toufen, Miaoli

**許慧玉 Hui-Yu Hsu**

國立新竹教育大學數理教育研究所  
Graduate Institute of Mathematics and Science  
Education, National Hsinchu University of Education

**陳建誠 Jian-Cheng Chen**

明志科技大學電機工程系  
Department of Electrical Engineering,  
Ming Chi University Of Technology

**陳嘉皇 Chia-Huang Chen**

國立臺中教育大學數學教育學系  
Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education

**游自達 Tzu-Ta Yiu**

國立臺中教育大學教育學系  
Department of Education,  
National Taichung University of Education

**廖惠儀 Hui-I Liao**

高雄市立大仁國民中學/  
教育部數學領域課程與教學輔導諮詢教師  
Tai-jen Junior High School, Kaohsiung City

**劉曼麗 Man-Li Liu**

國立屏東大學科普傳播學系  
Department of Science Communication,  
National Pingtung University

2014-2015 年審查委員 ( 續 )  
2014-2015 Editorial Review Board (continued)

劉祥通 Shiang-Tung Liu

國立嘉義大學數理教育研究所  
Graduate School of Math and Science Education,  
National Chiayi University

鄧家駿 Chia-Chun Teng

新北市立五峰國民中學/  
教育部數學領域課程與教學輔導諮詢教師  
Wu Feng Junior High School, New Taipei City

鄭章華 Chang-Hua Chen

國家教育研究院  
National Academy for Educational Research

謝名娟 Ming-chuan Hsieh

國家教育研究院  
National Academy for Educational Research

謝如山 Ju-Shan Hsieh

國立臺灣藝術大學藝術與人文教學研究所  
National Taiwan University of Arts

謝佳叡 Chia-Jui Hsieh

國立臺灣師範大學數學系  
Department of Mathematics,  
National Taiwan Normal University

謝闓如 Kai-Ju Hsieh

國立臺中教育大學數學教育學系  
Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education

魏士軒 Shih-Hsuan Wei

國立臺中教育大學數學教育學系  
Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education

譚寧君 Ning-Chun Tan

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系退休教授  
Department of Mathematics Education and Information  
Education, National Taipei University of Education

## 主編的話

---

本期刊原名《台灣數學教師(電子)期刊》，自 2014 年 35 卷第 2 期起改名為《臺灣數學教師》(Taiwan Journal of Mathematics Teachers)，由國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會共同發行。本期刊發行至今已共 35 卷，為數學教育者論文發表重要園地和參考資源。本期刊刊登各界數學教師教學實務和經驗論文，多年來承蒙數學教育夥伴投稿，讓論文能對數學教育現場產生影響，讓本期刊獨具特色。

本期論文共有三篇，第一篇是李俊賢、譚曉雯、李政德所發表之〈創新數學教具教學法：幾何九九乘法表〉，這是一篇相當有趣的數學教具應用，將常用的古式積木，創新應用在九九乘法、乘法交換律等，讓抽象概念轉成具體意義，且在不同年級皆能適用，非常值得數學教學參考。第二篇是林雅雯、江柏叡、曾志隆發表的〈應用合作學習於國中數學課程之前實驗研究〉，透過這篇的實證研究，發現合作學習在數學成就上雖然沒有顯著效果，但對於學生的數學態度卻有正向的顯著效果，值得數學教學省思並繼續深究。第三篇是胡詩菁、鍾靜發表的〈數學課室中應用建構反應題進行形成性評量之研究〉，讀者細細品味這篇論文後，透過教學者的反思札記，能深入瞭解數學建構反應題在數學課室的實施歷程。

回想自今年三月起，經台灣數學教育學會理監事會議決議，後學從前任主編左台益教授接手，著實戰戰兢兢，幸得奠基於前幾任主編努力為本期刊所建立的堅實基礎，乃能漸入佳境。本期刊能順利發行，需衷心感謝兩位副主編及編輯委員會委員的鼎力幫忙與協助，用心為本期刊規劃籌謀，著實令人感佩。也非常感謝所有審查委員的細心校讀與無私奉獻，以及編輯助理辛勞，方能維持本期刊品質。期待各界先進能繼續支持本期刊，踴躍賜稿以擴大數學教育研究的交流。

《臺灣數學教師》主編

林原宏 謹誌



# 臺灣數學教師

第 36 卷 第 2 期

2005 年 3 月創刊

2015 年 10 月出刊

---

## 目錄

- |                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 創新數學教具教學法：幾何九九乘法表<br>／李俊賢、譚曉雯、李政德   | 1  |
| 應用合作學習於國中數學課程之前實驗研究<br>／林雅雯、江柏叡、曾志隆 | 13 |
| 數學課室中應用建構反應題進行形成性評量之研究<br>／胡詩菁、鍾 靜  | 26 |

# Taiwan Journal of Mathematics Teachers

Vol. 36 No. 2

First Issue: March 2005

Current Issue: October 2015

---

## CONTENTS

- The Teaching Method of Innovatory Mathematics 1  
Manipulatives: Geometric 99 Multiplication Table  
/Chun-Hsien Li, Hsiao-Wen Tan, Cheng-Te Lee
- A Study of Cooperative Learning on Mathematics Teaching in 13  
Junior High School  
/Ya-Wen Lin, Po-Jui Chiang, Chih-Lung Tseng
- A Research of Formative Assessment in Mathematics 26  
Classroom with Constructed Response Items  
/Shy-Jing Hu, Jing Chung



李俊賢、譚曉雯、李政德 (2015)。  
創新數學教具教學法：幾何九九乘法表。  
臺灣數學教師，36 (2)，1-12。

## 創新數學教具教學法：幾何九九乘法表

李俊賢<sup>1</sup> 譚曉雯<sup>2</sup> 李政德<sup>3</sup>

<sup>1</sup>臺北市立大學數學系

<sup>2</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

<sup>3</sup>中國文化大學國際貿易學系

本文旨在強調應用數學教具輔助數學教學之重要性。創新之處為提出「幾何九九乘法表」之製作與運用，以供數學教師於課堂中使用。「幾何九九乘法表」不僅能將抽象的數學概念具體化，更能激勵學童具體的數學思維。除了指出代數與幾何之關聯性，我們更說明代數與立方體的關聯。

**關鍵詞：**幾何九九乘法表、數學教具、數學教學法

## 壹、前言

數學是人類最重要的資產之一且被公認為科學、技術及思想發展的基石，文明演進的指標與推手。數學結構之精美，不但體現在科學理論的內在結構中及各文明之建築、工技與藝術作品上，自身亦呈現一種獨特的美感。在進入 21 世紀且處於高度文明化的世界中，數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力，前述論點請參閱教育部（2008）。不但如此，Devlin（2011）、Devlin and Lorden（2007）與 Shaw（2002）一語道出數學是一種國際性語言，數學知識及數學能力能夠解決日常生活中所遭遇的問題，更顯示出數學的重要性。然而，卻有一些研究指出在國小數學的學習過程中，不僅有許多學童在一開始學數學時便產生害怕與恐懼的現象，而且隨著年級越高此一現象越加嚴重，最後甚至排斥數學或放棄數學，例如：Freer（2006）、Hadley and Doward（2011）與 Ojose and Sexton（2009）。因此，如何大幅提升幼兒與國小學童數學的學習興趣，乃是一件刻不容緩的重要議題。

有鑑於此，教育部（2008）於「國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域」中明白揭示並強調：要把每一位學生都帶上來，是九年一貫及國家教育政策既有的理念。在數學教育裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提升厚實數學能力。教育應提供學生做有意義及有效率學習的機會，使學生能學好重要的核心數學題材，因為這些重要的數學概念和精熟的演算能力，是九年一貫所強調「帶著走」的能力。此外，面對 21 世紀劇變之「知識經濟時代」的來臨，教育部（2002）於「創造力教育白皮書」中提及：創新可視為一系列知識生產、知識利用以及知識擴散的歷程，而創造力就是創新的火苗。因此創造力與創新能力之培育，不僅是提昇國民素質之關鍵，亦為發展知識經濟之前提，所以創造力教育也就成為未來教育工作之推動重點。綜合上述所言，我們發現如何將創造力與創新能力之培育落實於老師的數學教學中，是一件勢在必行且需迫切執行的工作，相信對於每位老師而言，這項工作必定是一個相當棘手的問題。

子曰：「知之者不如好之者，好之者不如樂之者。」因此，如何讓孩子們對於學科（尤其是數學科目）的學習能夠陶醉在其中而樂此不疲，將是本文所欲探討的主題。透過創新數學教具教學法（innovatory mathematics manipulatives teaching method），我們首先提出「幾何九九乘法表」（geometric 99 multiplication table）的概念，設計做中學（learning by doing）與玩數學的數學教室，讓學童們對於「學數學」一事能樂在其中，進而大幅提升學習數學之興趣；更在做中學的過程中，經由實物操作的訓練，使得學童們具備「帶著走」的數學能力。最後，冀希藉由「幾何九九乘法表」的概念對於創新教育以及創造力與創新能力之培育略盡棉薄之力；相信唯有每位數學老師皆發揮創意教學的理念，則必能達成把每一位學生都帶上來的教育目標。

本文行文如下：第貳節為文獻探討；第參節針對創新數學教具教學法—幾何九九乘法表之設計理念加以分析與討論；第肆節則為結論與建議。

## 貳、文獻探討

何謂數學教具 (mathematics manipulatives)？許多學者紛紛定義數學教具的意涵，舉凡看的見、摸得著，有形的具體實物若能應用於數學教學中，並將抽象的數學觀念具體化或簡單化者，皆可視為數學教具，如：Boggan et al.(2010)、Bujak et al.(2013)、Glenn and Carpenter(2007)、Heddens (2005) 與 Swan and Marshall (2010)。目前常被數學老師應用於教學中的數學教具，包括：塑膠代幣、七巧板、扣條、積木…等。一般而言，教具之使用能夠提高學童的專注力也有助於學童們對於抽象數學觀念的理解，不但提高學習興趣與意願更能降低學習障礙與焦慮，進而增加學童們的自信心與創造力，可見數學教具之重要性，如：Hunt et al.(2011)、Kelly(2006)、Ojose (2008)、Ojose and Sexton (2009) 與 Thompson (1999)。

心理學家 Piaget (1965) 的認知發展論指出兒童的認知發展過程分為四個階段，即感覺動作期 (sensory motor stage)、操作前期 (preoperational stage)、具體物操作期 (concrete operational stage) 與形式或邏輯操作期 (formal operational or mathematical logical operational stage) 等，同時認為數學教具之採用對於這四個階段兒童的數學學習是不可或缺的輔助工具。美國數學教師學會 (National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM) 也極力要求各級學校使用數學教具於不同年級學生的數學教學中。換言之，應用數學教具於數學教學之理念，亦符合許多先進國家數學教育發展之趨勢，其重要性可見一般，如：Cain-Caston (1996)、Castro (2006)、Freer (2006)、Kelly (2006)、Moch (2001)、Peavler et al. (1987)、Smith (2009)、Swan and Marshall (2010) 與 Uttal et al. (1997)。

實務上，在課堂中使用數學教具學習之學生的數學績效比未使用數學教具學生的數學績效高出許多。這是因為數學教具的使用能幫助學生快速理解抽象的數學觀念、以抽象的數學觀念思考並解決問題、針對數學問題能激發許多不同的解決方法。換言之，應用數學教具於數學教學中對於提升同學的學習興趣、創新能力與學習績效皆有正面的助益，參見 Ball(1992)、Driscoll (1981)、Heddens (2005)、Raphael and Wahlstrom (1989)、Sowell (1998)、Suydam (1986)、Suydam and Higgins (1976)、Thompson (1999) 與 Toptaş et al. (2012)。

然而，九年一貫數學學習領域的內容分為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」等 5 大主題。觀察老師們所用的數學教具都是針對某項數學內容之教授設計而成，例如：塑膠代幣可用來教導幼兒及一年級學童如何數數與認識日常生活中常用的硬幣種類；七巧板的使用可使學童瞭解各種不同的幾何圖形並且任意發揮想像力排出許多不同的幾何形狀；應用扣

條除了介紹幾何圖形，更能導入幾何圖形中邊長與角的觀念；透過積木的操作可讓學童瞭解立體的概念，譬如：正立方體、長方體與錐體。單一數學教具教導單一數學內容雖立意良善且成效良好，卻仍有美中不足之處；若能由老師們發揮創意與巧思，設計融合多項數學內容的創新數學教具教學法，則不但能使學童瞭解各項數學內容的關聯性，更能培育訓練學童的創造力。

有鑑於此，本文的主要目的係發展一個融合「數與量」、「幾何」、「代數」與「立方體」等數學內容的創新數學教具教學法，此一創新教具我們命名為：「幾何九九乘法表」。下一節將介紹「幾何九九乘法表」的製作過程、教學方法與教學目標。

### 參、分析與討論

美國數學教師學會 NCTM (2000) 認為一個好的數學教具必須具備 4 項功能，說明如下：幫助學童明瞭數學觀念、學童能夠互相溝通數學想法、瞭解數學觀念間的連結性與協助學童明白生活中處處充滿數學。本文所提之數學教具，除了具備前述 4 項功能，更實踐做中學的教學理念，透過親手作教具的方式，自然且輕鬆的玩數學。以下將分兩小節進行討論，第一小節為「幾何九九乘法表」之製作；第二小節為創新數學教具教學法。

#### 一、「幾何九九乘法表」之製作

製作「幾何九九乘法表」的基本元件係以瑞士數學家 Cuisenaire 所發明的一套數學教具稱為古式數棒為主。古式數棒皆由邊長 1 公分的正立方體組成，如圖 1 所示，從 1 到 10 分別以不同的顏色表示：

- 白色數棒 =1 個正立方體代表長度 1 公分、體積 1 立方公分、重量 1 公克；
- 紅色數棒 =2 個正立方體排列代表長度 2 公分、體積 2 立方公分、重量 2 公克；
- 淺綠色數棒 =3 個正立方體排列代表長度 3 公分、體積 3 立方公分、重量 3 公克；
- 紫色數棒 =4 個正立方體排列代表長度 4 公分、體積 4 立方公分、重量 4 公克；
- 黃色數棒 =5 個正立方體排列代表長度 5 公分、體積 5 立方公分、重量 5 公克；
- 綠色數棒 =6 個正立方體排列代表長度 6 公分、體積 6 立方公分、重量 6 公克；
- 黑色數棒 =7 個正立方體排列代表長度 7 公分、體積 7 立方公分、重量 7 公克；
- 棕色數棒 =8 個正立方體排列代表長度 8 公分、體積 8 立方公分、重量 8 公克；
- 藍色數棒 =9 個正立方體排列代表長度 9 公分、體積 9 立方公分、重量 9 公克；
- 桔色數棒 =10 個正立方體排列代表長度 10 公分、體積 10 立方公分、重量 10 公克。

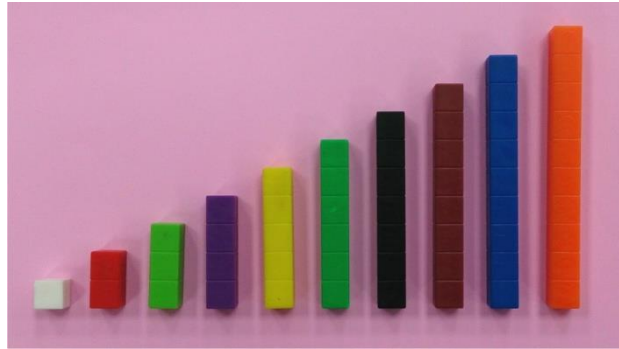
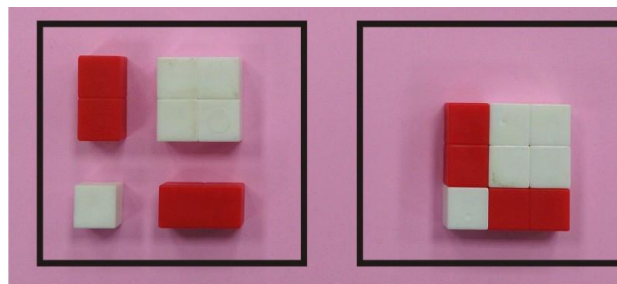


圖 1 古式數棒

採用古式數棒我們可以製作「幾何九九乘法表」，以下將以最簡單的情況開始堆疊，最後類推出「幾何九九乘法表」。

步驟 1：幾何  $2 \times 2$  乘法表，如圖 2 所示。其中，圖（2a）為分解圖；圖（2b）為完成圖。

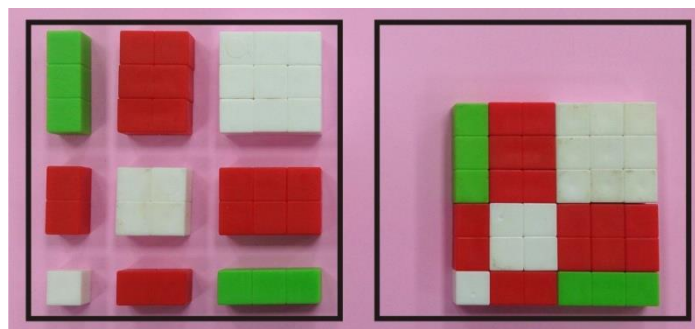


(2a) 分解圖

(2b) 完成圖

圖 2  $2 \times 2$  乘法表

步驟 2：幾何  $3 \times 3$  乘法表，如圖 3 所示。其中，圖（3a）為分解圖；圖（3b）為完成圖。



(3a) 分解圖

(3b) 完成圖

圖 3  $3 \times 3$  乘法表

以此類推，可得「幾何九九乘法表」，如圖 4 所示，圖 4 為「幾何九九乘法表」之俯視圖。

「幾何九九乘法表」之製作說明如下：以圖 (3a) 為例，左下方有 1 個白色的正立方體，其意涵為每行有 1 個正立方體，1 行共有  $1 \times 1 = 1$  個正立方體；中下方有 1 個紅色的長方體，試問共有幾個正立方體？其意涵為每行有 1 個正立方體，2 行共有  $1 \times 2 = 2$  個正立方體；右下方有 1 個淺綠色的長方體，試問共有幾個正立方體？其意涵為每行有 1 個正立方體，3 行共有  $1 \times 3 = 3$  個正立方體...左上方有 1 個淺綠色的長方體，試問共有幾個正立方體？其意涵為每行有 3 個正立方體，1 行共有  $3 \times 1 = 3$  個正立方體；中上方有 1 個紅色的長方體，試問共有幾個正立方體？其意涵為每行有 3 個正立方體，2 行共有  $3 \times 2 = 6$  個正立方體；右上方有 1 個白色的長方體，其意涵為每行有 3 個正立方體，3 行共有  $3 \times 3 = 9$  個正立方體...以此類推，可得圖 4 之「幾何九九乘法表」。圖 4 中最下列代表  $1 \times 1 = 1$ 、 $1 \times 2 = 2$ 、 $1 \times 3 = 3 \cdots 1 \times 9 = 9$ ；下方倒數第 2 列代表  $2 \times 1 = 2$ 、 $2 \times 2 = 4$ 、 $2 \times 3 = 6 \cdots 2 \times 9 = 18$ ；...最上列代表  $9 \times 1 = 9$ 、 $9 \times 2 = 18$ 、 $9 \times 3 = 27 \cdots 9 \times 9 = 81$ 。

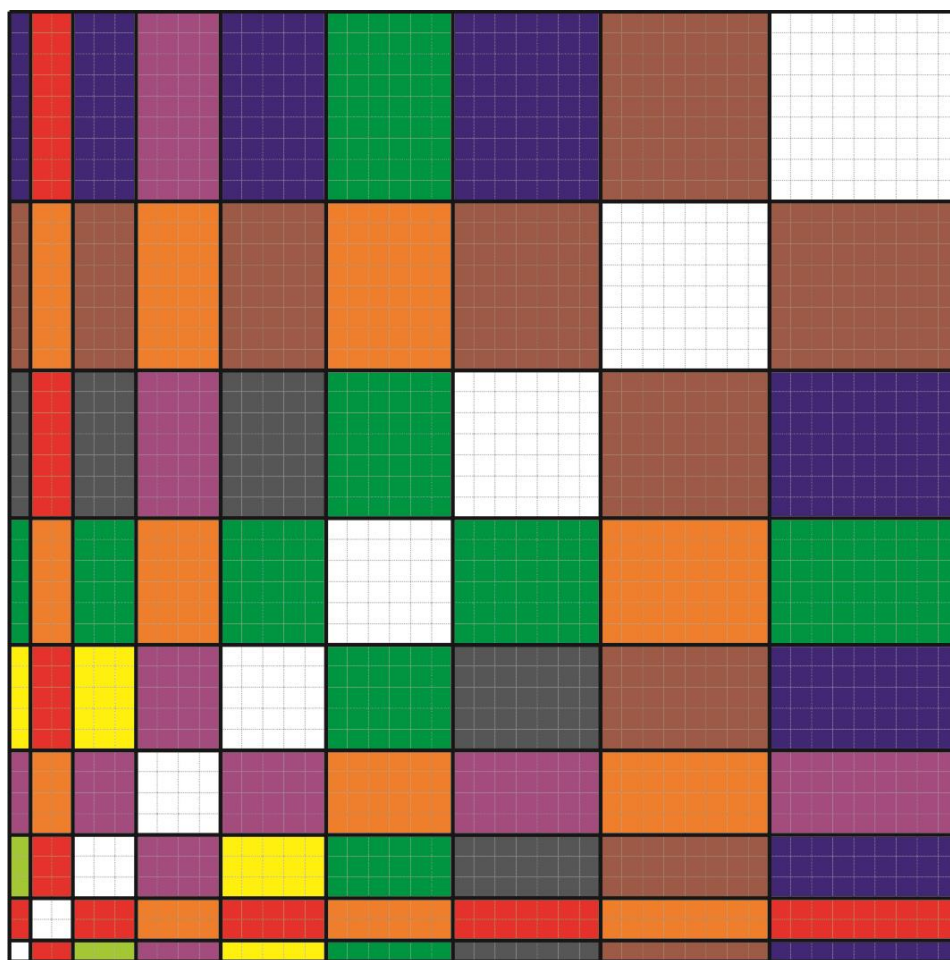


圖 4 「幾何九九乘法表」

## 二、創新數學教具教學法

本小節將輔以「幾何九九乘法表」說明針對不同年齡層之學童所能教授的數學觀念與教學目標。並闡述「幾何九九乘法表」的應用將如何融合「數與量」、「幾何」、「代數」與「立方體」等數學內容。

首先，建立基本觀念，如圖 1 以白色數棒為單位量 1，因此白色數棒 = 1 個正立方體代表長度 1 公分、體積 1 立方公分、重量 1 公克。白色數棒為正立方體，觀察其有 6 個面，每個面皆為正方形且正方形面積為 1 平方公分，12 個邊長皆等長為 1 公分。

紅色數棒由兩個白色數棒排列而成，故紅色數棒為白色數棒的兩倍。紅色數棒為長方體，觀察紅色數棒亦有 6 個面，其中 2 個面為正方形（正方形面積為 1 平方公分），另 4 個面為長方形（長方形面積為 2 平方公分），亦有 12 個邊長其中有 8 個邊長皆為 1 公分，另 4 個邊長皆為 2 公分。

其餘顏色之數棒皆可以此方法類推，這些數與量的概念可由點數而得（包括：長度、周長、面積、體積與重量），不但得到倍數的概念，還融入正方形、長方形之幾何概念以及正立方體、長方體之立方體概念。因此，古式數棒常被應用於數學教學中，已是不爭的事實。但是排列成「幾何九九乘法表」輔助數學教學乃本研究之首創，本文希望能在數學教具教學的領域中開創嶄新的一頁。

其次，建議第一次上課之學童（不論年齡大小）一定要求其跟著老師照著前一小節之步驟，親自動手完成圖 4 之「幾何九九乘法表」。以下將逐點說明「幾何九九乘法表」之教學功能：<sup>1</sup>

### （一）「幾何九九乘法表」

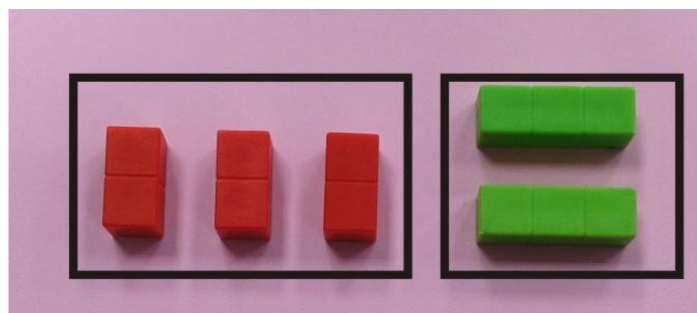
原本抽象的數學符號（小時候背誦的九九乘法表），透過學童自行製作教具之「幾何九九乘法表」，以圖像與實物的方式呈現後（如圖 4），必定能夠加深學童們的印象。

### （二）乘法交換律

圖 5 為乘法交換律分解圖，圖（5a）的問題可陳述如下：每條紅色數棒有 2 個正立方體，3 條紅色數棒共有幾個正立方體，其計算式為  $2 \times 3 = 6$  亦即共有 6 個正立方體，其中 2 代表集聚單位的數量，3 代表集聚單位的倍數。同理，圖（5b）的問題為：每條淺綠色數棒有 3 個正立方體，2 條淺綠色數棒共有幾個正立方體，其計算式為  $3 \times 2 = 6$  亦即共有 6 個正立方體，其中 3

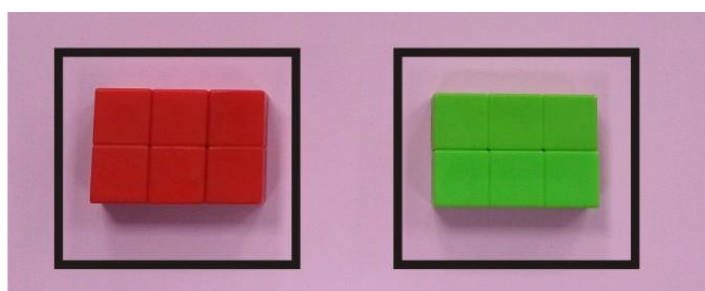
<sup>1</sup> 本文所列五點之教學功能其表達的數學觀念，雖然分散於國小、國中、高中之數學課程，但本研究團隊認為這些操作皆可適用於國小一年級至國小三年級的學童，主要的目的為透過做中學的方式提升學童學習數學的興趣。在國小一年級至國小三年級學童的操作課程中，不需提及國中、高中之數學專有名詞，例如：「和的平方公式」…等。然而，國中、高中之數學教師，則可利用本研究之教學法，表達抽象之數學觀念。

代表集聚單位的數量，2 代表集聚單位的倍數。圖 6 為乘法交換律合併圖，對於幼兒與低年級的同學皆可用點數之方式，得到共有 6 個正立方體的結果。綜合以上所言，我們可得乘法交換律為  $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$ 。



(5a) 3 個紅色數棒 (5b) 2 個淺綠色數棒

圖 5 乘法交換律分解圖



(6a) 3 個紅色數棒 (6b) 2 個淺綠色數棒

圖 6 乘法交換律合併圖

### (三) 乘法與面積（正方形與長方形）

以圖（3a）為例，對角線的 3 個白色正方形，左下方的正方形面積為  $1 \times 1 = 1$  平方公分；右上方的正方形面積為  $3 \times 3 = 9$  平方公分，其面積亦可由點數而得 9 平方公分。中上方紅色的長方形面積為  $3 \times 2 = 6$  平方公分，其面積亦可由點數而得 6 平方公分。圖 4 中其餘的正方形與長方形皆可用相同方法計算或點數而求得其面積，換言之，傳統抽象的九九乘法表與正方形、長方形面積的計算存在密切的關聯性，此一關聯透過「幾何九九乘法表」的呈現必能一目了然。

### (四) 代數與面積

「和的平方公式」 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  是一個代數問題，還記得當年數學老師在黑板上，按部就班地計算其結果，老師講得很清楚同學們卻聽得很模糊，因為這些都是抽象的數學符號，難以理解此公式之意涵。若能輔以幾何圖形說明之，同學們必能恍然大悟立即瞭解此公式所代表的意義。圖 7 是一個邊長為  $(a + b)$  的正方形，其面積為  $(a + b)^2$  平方單位。另一方面，此一正方形可以分割成 4 個幾何圖形，左下方是一個邊長為  $a$  的正方形，其面積為  $a^2$  平方單位；



紅色的長方形其寬與長分別為  $a$  與  $b$ ，面積為  $ab$  平方單位，共有 2 個相等的紅色長方形，故面積為  $2ab$  平方單位；右上方是一個邊長為  $b$  的正方形，其面積為  $b^2$  平方單位，因此，這 4 個幾何圖形的面積和為  $a^2 + 2ab + b^2$ 。換言之，利用「幾何九九乘法表」可以證明  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  等式成立。以圖 (2b) 為例：正方形面積為  $(1 + 2)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 2 + 2^2$  平方單位，如此一來，同學們不但瞭解此公式之意涵，更能對此公式產生深刻的印象。

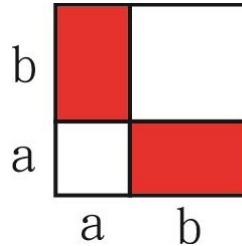
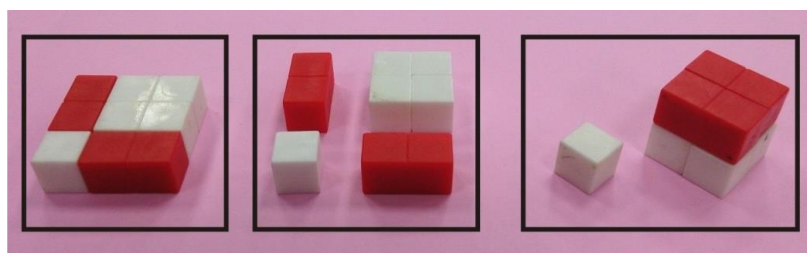


圖 7 代數與面積

(五)  $(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$  之發現與說明

此一抽象之代數證明題，數學老師會用數學歸納法 (mathematical induction) 證明之。然而，本文之「幾何九九乘法表」亦能加速同學對此代數關係之瞭解。圖 8 (步驟 1) 為  $(1 + 2)^2 = 1^3 + 2^3$  之說明，如下所示：圖 (8a) 合併圖中試問共有幾個單位量為 1 的正立方體？答案為  $(1 + 2)^2 = 9$  個正立方體，透過圖 (8b) 分解圖將原圖拆解為 4 部分，再將 2 個紅色之長方體堆疊在右上方之白色長方體上，即可得圖 (8c) 立體圖為 2 個正立方體 (一小、一大)，試問圖 (8c) 中 2 個正立方體是由幾個單位量為 1 的正立方體所組成？答案是  $1^3 + 2^3 = 9$ ，換言之，圖 8 說明了  $(1 + 2)^2 = 1^3 + 2^3$  等式成立。



(8a) 合併圖

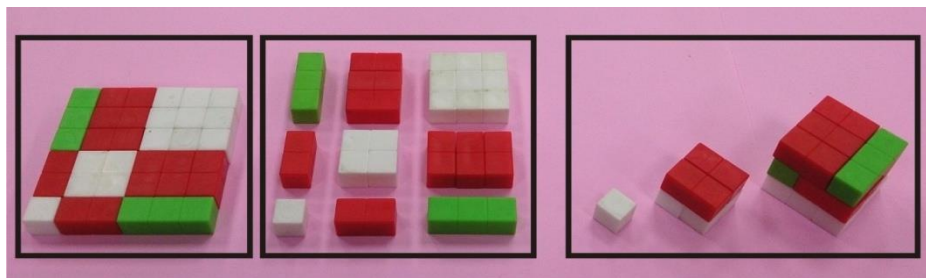
(8b) 分解圖

(8c) 立體圖

圖 8 代數說明 (步驟 1)

圖 9 (步驟 2) 為  $(1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$  之說明，如下所示：圖 (9a) 合併圖中試問共有幾個單位量為 1 的正立方體？答案為  $(1 + 2 + 3)^2 = 36$  個正立方體，透過圖 (9b) 分解圖將原圖拆解為 9 部分，左下方 4 部分只需依步驟 1 為之即可，再將右中紅色長方體與右下方淺綠色長方體以及中上方紅色長方體與左上方淺綠色長方體堆疊在右上方之白色長方體上，即可得圖

(9c) 立體圖為 3 個正立方體（一小、一中、一大），試問圖 (9c) 中 3 個正立方體是由幾個單位量為 1 的正立方體所組成？答案是  $1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$ ，換言之，圖 9 說明了  $(1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$  等式成立。以此觀念類推，則可發現  $(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$  等式成立。



(9a) 合併圖

(9b) 分解圖

(9c) 立體圖

圖 9 代數說明（步驟 2）

## 肆、結論與建議

專注力是學習的根本，數學教具之使用，尤其是本研究首創之「幾何九九乘法表」玩數學的創新教學法，更是培養學童專注力與提升學習興趣的最佳利器，自然地建立學童的自信心，進而使得學童的數學成就、學習績效與創新能力油然而生，更重要的是學童皆具備「帶著走」的數學能力。

「幾何九九乘法表」不但是個融合「數與量」、「幾何」、「代數」與「立方體」等數學內容的創新數學教具；更符合 NCTM (2000) 所提好的數學教具必須具備：幫助學童明瞭數學觀念、學童能夠互相溝通數學想法、瞭解數學觀念間的連結性與協助學童明白生活中處處充滿數學等 4 項功能。特別是第參節第二小節中所提「幾何九九乘法表」之 5 項教學功能，充分表達「數與量」、「幾何」、「代數」與「立方體」間的關連性。將代數中抽象難懂的數學符號，以簡單明瞭的平面、立體實物呈現，對於學童的數學學習將產生事半功倍之成效。

數學能力之培育並非一蹴可幾，著實需要數學老師費盡心力教導之。本研究希望扮演拋磚引玉之角色，激發數學老師們的創意與巧思，精進於數學教學法之創新；更建議老師們皆能應用「幾何九九乘法表」於數學教學中，達到把每一位學生都帶上來的教育目標。

## 參考文獻

- 教育部 (2002)。創造力教育白皮書：打造創造力國度。臺北市：教育部。
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。臺北市：教育部。
- Brown, N., Wilson, K., & Fitzallen, N. (2007, November). *Using an inquiry approach to develop mathematical thinking*. Paper presented at the AARE 2007 International Education Research Conference, Fremantle, Australia.

- Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16 (2), 14-18.
- Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies*, 3, 1-6.
- Bujak, K. R., Radu, I., Catrambone, R., MacIntyre, B., Zheng, R., & Golubski, G.(2013). A psychological perspective on augmented reality in the mathematics classroom. *Computers & Education*, 68, 536-544.
- Cain-Caston, M. (1996). Manipulative queen [electronic version]. *Journal of Instructional Psychology*, 23 (4), 270-274.
- Castro, M. A. (2006). Preparing elementary pre-service teachers to use mathematics curriculum materials. *The Mathematics Educator*, 16 (2), 14-24.
- Devlin, K. (2011). *Mathematics education for a new era: Video games as a medium for learning*. USA: A K Peters/CRC Press.
- Devlin, K., & Lorden, G. (2007). *The numbers behind NUMB3RS: Solving crime with mathematics*. USA: Plume Press.
- Driscoll, M. J. (1981). *Research within reach: Elementary school mathematics*. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics & CEMREL, Inc.
- Freer, W. D. M. (2006). Keeping it real: The rationale for using manipulatives in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11 (5), 238-242.
- Glenn, S., & Carpenter, S., (2007). *Patterns in arithmetic: Book 2: Parent/teacher guide*. Fallbrook, CA, USA: Pattern Press.
- Hadley, K. M., & Doward, J. (2011). The relationship among elementary teachers' mathematics anxiety, mathematics instructional practices, and student mathematics achievement. *Journal of Curriculum and Instruction*, 5 (2), 27-44.
- Heddens, J. W. (2005). Improving mathematics teaching by using manipulatives. Accessed on September 2005 on site <http://www.fed.cuhk.edu.hk/~fllee/mathfor/edumath/9706/13hedden.html>.
- Hunt, A. W., Nipper, K. L., & Nash, L. E. (2011). Virtual vs. concrete manipulatives in mathematics teacher education: Is one type more effective than the other? *Current Issues in Middle Level Education*, 16 (2), 1-6.
- Kelly, C. A. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance based analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3 (2), 184-193.
- Moch, P. L. (2001). Manipulatives work! *Educational Forum*, 66 (1), 81-87.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ojose, B. (2008). Applying Piaget's theory of cognitive development to mathematics instruction. *The Mathematics Educator*, 18 (1), 26-30.
- Ojose, B., & Sexton, L. (2009). The effect of manipulative materials on mathematics achievement of first grade students. *The Mathematics Educator*, 12 (1), 3-14.
- Peavler, C., DeValcourt, R., Montalto, B., & Hopkins, B. (1987). The mathematics program: An overview and explanation. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 9, 39-50.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: W. W. Norton.
- Raphael, D., & Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (2), 173-190.
- Shaw, J. M. (2002). Manipulatives enhance the learning of mathematics. from <http://www.eduplace.com/state/pdf/author/shaw.pdf>.
- Smith, S. S. (2009). Using manipulatives. *Early childhood mathematics* (4th ed.). Boston: Pearson Education.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (5), 498-505.
- Suydam, M. N. (1986). Research report: Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher*, 33 (6), 10-32.
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1976). *Review and synthesis of studies of activity-based approaches to mathematics teaching*. Final Report, NIE Contract No. 400-75-0063.
- Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting mathematics manipulative materials. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15 (2), 13-19.
- Thompson, P. W. (1999). Concrete materials and teaching for mathematical understanding. *Arithmetic Teacher*, 41 (9), 556-558.
- Toptaş, V., Çelik, S., & Karaca, E. T., (2012). Pedagogical materials use of primary grade teachers in mathematics education. *Elementary Education Online*, 11 (4), 1121-1130.
- Uttal, D. H., Scudder, K. V., & Deloache, J. S. (1997). Manipulatives as symbol: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18 (1), 37-54.

林雅雯、江柏叡、曾志隆 (2015)。  
應用合作學習於國中數學課程之前實驗研究。  
**臺灣數學教師**，36 (2)，13-25。

## 應用合作學習於國中數學課程之前實驗研究

林雅雯<sup>1</sup> 江柏叡<sup>1</sup> 曾志隆<sup>1</sup>

<sup>1</sup>國立高雄應用科技大學電子工程系

本研究旨在探討合作學習教學法在國中八年級學習成就、數學態度之影響。採前實驗研究法之單一實驗組前後測設計進行研究。以高雄市某國中八年級一個班級學生，共 27 人為研究對象，本研究之教學為期八個月的實驗教學。將學生異質性分組，四人一組，每人都有角色與任務，進行合作學習教學法。教學前、後使用「成就評量」及「數學態度量表」來評測學生學習成就與數學學習態度的改變。由學生在「成就評量」及「數學態度量表」的前後測結果，以描述統計、t 檢定及單因子共變數分析等統計方法加以分析處理。所獲致的結論如下：1.在學習成就方面，合作學習教學法對國中八年級學生學習成就的提升沒有顯著效果，且學習成就不會因為不同性別與不同學習成就表現而有所差異。2.在數學態度方面，合作學習教學法對國中八年級學生數學態度具有中度到高度正向顯著的影響效果。

**關鍵詞：**合作學習、學習成效、學習成就、數學態度

## 壹、前言

近 20 年來，合作學習已被視為最重要的教學方法之一，但運用於國中八年級學生研究相對顯少，而許多研究指出「合作學習」此一教學法能有效提升學生的學習成就與學習態度，是一項值得老師在課堂上實施的教學策略。合作學習是一種適合常態班級的教學策略，且採行學生小組成就區分法（Student Team Achievement Divisions，簡稱 STAD）最廣泛且最簡易被應用於課堂中的合作學習方法。近年來有關合作學習的研究，大部分使用行動研究的方法呈現，因此，研究者想應用合作學習於國中數學課程之實驗研究做進一步的認識。

## 貳、文獻探討

### 一、合作學習

#### （一）合作學習的涵義

合作學習是一種有系統、有結構的教學方法，教師將不同能力、性別、背景的學生以 4~6 人分配到同一組，小組共同分享經驗，共同接受獎勵和肯定，這種方式可使用在大部份的學科和年級（Slavin, 1985），是一種適合常態班級的教學策略（林生傳，1999）。合作學習不只是坐在一起而已，而且要能互相討論、協助和分享（Johnson & Johnson, 1986），鼓勵學生在組內分工合作（Sharan & Shachar, 1988），學生彼此合作與學習來達成小組的目標，使小組的平均分數進步，教師再依表現進行小組表揚（黃政傑和林佩璇，1996）。在合作學習過程中，教師的角色是協助者而不是主導者，學生才是活動的主導者。教師在小組間巡視並適時給予協助與鼓勵，適時提供良好的問題，引發小組成員思考（黃政傑和吳俊憲，2006）。

#### （二）合作學習的教學策略

根據文獻歸納合作學習的方法，大致分歸納教學現場最常用的五種：學生小組成就區分法、小組遊戲競賽法、拼圖法第二代、團體探究法、共同學習法（黃政傑和林佩璇，1996）。

本研究採行學生小組成就區分法（STAD）被認為是最早發展的；有五大重點包括全班授課、分組討論、小考、個人進步分數及小組表揚（Caropreso & Haggerty, 2000；吳耀明，2006）最簡單執行；也最廣泛被應用於課堂中（范聖佳，2002；蔡盈源，2004；石柳棻，2006；鄭秀珍，2009；黃俊程，2010；李孟儒，2012；許素瑜，2012）。

### 二、學習成效

學習成就指學習者在學習過程中所測驗的學習成績，Merrill（1994）研究指出學習成效通

常是以考試成績 (achievement test) 來量度，本研究將學習績效稱為學習成績，並採用作為評估學習成效內的一個構面因素。

### (一) 學習成就

學習成就指學習者在學習過程中所測驗的學習成績，Merrill (1994) 研究指出學習成效通常是以考試成績 (achievement test) 來量度，本研究將學習績效稱為學習成績，並採用作為評估學習成效內的一個構面因素。

### (二) 數學態度

學習成效的第二個指標是態度。根據定義數學態度是對數學的想法、看法與做法 (譚寧君, 1992)，或是個人對數學的喜好程度 (魏麗敏, 1989)，也有些學者認為數學態度是包含對數學的信念和自我信念的概念 (曹宗萍與周文忠, 1998)。本研究參照國內外學者的看法 (Aiken, 1970；魏麗敏, 1989；譚寧君, 1992；曹宗萍與周文忠, 1998)，將數學態度的研究分為以下六層面：1. 學習數學的信心：指的是學生對自己的數學能力以及數學表現的看法。2. 對數學成功的態度：數學成功的態度係指學生期待對數學成功的程度。3. 數學的有用性：指學生對數學實用性的看法。4. 數學探究動機：指學生主動探索數學之程度。5. 數學焦慮：是一種在學習數學過程時對內心產生緊張的狀態，這種態度可能會干擾學生學習，進而影響數學成就的一種現象 (Fennema & Sherman, 1976)。6. 重要他人 (父母親、教師) 數學態度：指感受父親、母親及老師對其學習數學的態度。

## 二、學習成效

合作學習相關研究中最常被探討的主題就是合作學習對學習成效的影響 (Hong, 2010)。近年來有關合作學習的研究，大部分使用行動研究方法都得到正向的結果 (范聖佳, 2002；石柳棻, 2006)，另外，Johnson、Johnson 與 Stanne (2000) 透過統合分析法 (meta-analysis)，對「合作學習」過去所累積的研究資料，做客觀、計量性的分析，發現在 164 項研究調查了八個合作學習的方法，發現這八個合作學習方法對學生成績顯著正面影響。

但使用實驗研究法所得的結果就好壞參半，有文獻指出，合作學習對於數學成就及數學態度是無顯著性的 (陳世澎, 1994；林佩君, 2005；陳麗霜, 2006)。也有文獻指出，合作學習教學的學生，在數學學習態度上，的確是有顯著的差異 (臧俊維, 2000)，對於數學成就也有顯著的提升 (廖碧珠, 2006)。

由上述可知，合作學習的教學取向，就行動研究來看都得到正向的結果，而實驗研究的結果認為合作學習教學取向各有利弊，如此一來，更引起研究者對於實驗研究想做進一步的認識。因此，本研究欲探討實施合作學習教學法，對學生「成就測驗」與數學態度的影響，並探討不

同性別及不同學習成就表現之學生，在「成就測驗」與數學態度的表現情形。因此，本研究提出以下六個研究假設加以考驗：

- H1:實施合作學習教學法前後，學生在「成就測驗」的表現無顯著差異。
- H2:實施合作學習教學法前後，學生在數學態度的表現無顯著差異。
- H3:不同性別的學生，透過合作學習教學後之「成就測驗」的表現無顯著差異。
- H4:不同學習成就表現的學生，透過合作學習教學後之「成就測驗」的表現無顯著差異。
- H5:不同性別的學生，透過合作學習教學後之數學態度的表現無顯著差異。
- H6:不同學習成就表現的學生，透過合作學習教學後之數學態度的表現無顯著差異。

## 參、研究方法

### 一、研究對象

本研究者任教的學校位於高雄市郊區，為一所中型國民中學，全校三十班左右，原則上採用常態編班，家長教育程度普遍為國小、國中畢業，職業以漁、工背景佔多數，較無時間顧及學生課業，造成學生積極補習或懶於學習的為數不少，所以學生學習數學的狀況成兩極化現象。

基於方便取樣原則，選取本研究者任教的一班作為研究對象。研究班級有 27 位學生男 13 女 14，學生的程度以中下居多，班級整體較為活潑。有 12 位學生課後還要到補習班補數學，較其他班級補習人數少。

### 二、研究設計

#### (一) 學習分組方式

將學生按學業成績、性別及人格特質作異質性分組，四人一組，每人都有角色與任務，學生教室的座位依組別併桌。

#### (二) 課程設計的模式

本研究合作學習實施方式傳統合作學習教學步驟採 STAD 法 ①全班授課→②分組學習→③實施測驗→④計算個人進步分數→⑤小組表揚。針對本模式做以下的細部說明：

##### 1. 教師授課及例題講解

研究者根據課本內容編寫的學習單來授課，先對全班講解每一個單元的內容、觀念及定義、公式推導及基本例題。

##### 2. 小組討論



利用學習單上所附的相關例題，請各組小組長帶領同學解題，此時研究者也巡視各小組間的討論，適時加以協助或控制秩序。

### 3. 小組發表

研究者抽籤決定每一題需要上台講解的小組，由小組自行推派一人上台講解，研究者依照表現給予平常成績並紀錄每一次上台的同學，務必達到每個人都輪替過。

### 4. 回家作業

每一個單元結束時，在學習單後面會有家庭作業，同學必須將作業做完，每一個人都得交作業來當成績，若同學有不會做的研究者將鼓勵與小組同學討論，甚至也可以問其他組的同學，盡可能不要尋求研究者的協助，貫徹合作學習的精神。

### 5. 成就評量

每一個單元作業繳交以後，就利用小考試卷來檢驗同學學習的成效。此外，在每一次的成就評量後，針對個人個人進步分數及小組實施口頭表揚或實質的獎品鼓勵，藉以鼓勵表現優秀的同學或小組。

## (三) 實驗設計

本研究採前實驗研究法之單一組前後測設計（林重新，2001）。研究設計如表 1 所示。在實驗教學前先進行前測，實驗教學後，進行後測。本研究實施於八年級上學期至下學期第一次段考為止，共八個月。研究班級每週共有五節數學課程，皆在教室進行。

表 1

研究設計表

組別	前測	實驗處理	後測
實驗組	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>

## 三、研究工具與方法

### (一) 學習分組方式

本研究工具包括：三次「成就測驗」試卷及「數學態度量表」二種。

#### 1. 「成就測驗」試卷

為測驗實驗是否達到其教學成效，本研究採前、後測之比較，其成績皆以段考成績作為採計標準。測驗題目選定 25 題及 30 題不等，蒐集施測成績以了解學生在階段性學習之成就表現。

學生被要求回答所有的問題中，並被允許 55 分鐘來完成測試。

## 2. 數學態度量表的信效度分析

本研究分別在實驗前及實驗後所使用的「數學態度量表」，引自曹宗萍、周文忠（1998）之國小數學態度量表，依本研究之需要加以改編，已具有內容效度，並邀請相關領域的學術專家學者一人、國中數學教師二人，以及幾位國中的學生對量表內的語句及編排進行檢修，故具有專家效度。

量表包括：1.學習數學的信心（1-9 題）；2.數學有用性（10-18 題）；3.數學探究動機（19-26 題）；4.對數學成功的態度（27-34 題）；5.重要他人的數學態度（35-46 題）；6.數學焦慮（47-55 題）共 55 題六個層面。其填答方式係以四等量之方式為之，得分越高、代表受試者態度越積極，反之則越消極。

本研究的「數學態度量表」在正式施測前，先選擇實驗學校 56 位同學實施預試，以主成份分析法進行因素分析，抽取出六個主要因素共可解釋 51.749% 的變異量。另外，以 Cronbach'  $\alpha$  係數來考驗量表的內在信度，測得「學習數學的信心」分量表為 0.832；「數學有用性」分量表為 0.734；「數學探究動機」分量表為 0.798；「對數學成功的態度」分量表為 0.684；「重要他人的數學態度」分量表為 0.614；「數學焦慮」分量表為 0.574；總量表之 Cronbach'  $\alpha$  係數為 0.895，根據學者觀點（吳明隆，2003），屬於可信程度，顯示本問卷各層面分量表與總量表的內部一致性高，且具有相當高的信度，足以支持研究結果。

## (二) 統計方法

透過 SPSS 統計套裝軟體進行量化統計分析，本研究所使用的統計分析方法如下：以獨立樣本 t 檢定、相依樣本 t 檢定及獨立樣本單因子共變數分析，就達顯著水準者，進行事後比較以考驗各組的差異，計算 Cohen 的 d 係數或  $\omega^2$  的係數判斷實驗結果實際顯著性之程度。其中 Cohen's d 以 0.2-0.5-0.8 做為效果小、中、大的簡單分界（Cohen, 1988），而  $\omega^2$  以 0.01-0.059-0.138 做為效果低度、中度、高度關聯強度的簡單分界。

# 肆、研究結果

## 一、學生在「成就測驗」之前、後測比較

將三次段考的成績蒐集彙整後，利用 SPSS 18.0 軟體進行，實驗班三次段考試成績及全校八年級班級是否有顯著差異，用獨立樣本 t 檢定做分析，其分析結果如表 2 所示。考驗結果皆不達顯著，接受本研究假設 H1。

表 2

實驗班與其他班之成就測驗獨立樣本 t 檢定分析摘要表

變數	實驗班 (n=27)		其他班 (n=619)		t	p	95% CI		Cohen's d	事後比較
	M	SD	M	SD			LL	UL		
前測	42.667	26.810	47.649	28.199	-0.901	0.679	-15.848	5.882		
第二次	48.370	28.463	49.450	29.741	-0.185	0.655	-12.542	10.383		
後測	59.889	26.443	61.245	28.104	-0.246	0.401	-12.181	9.469		

註：當有顯著性時才會使用 Cohen's d 測驗。

## 二、學生在「數學態度量表」前、後測比較

此節利用相依樣本 t 檢驗來比較學生的數學態度是否有顯著改變，分析結果示於表 3。學生在「數學態度量表」的六個向度皆呈現後測成績顯著高於前測成績（見表 3）。表示合作學習教學對「學習數學的信心」、「數學有用性」、「對數學成功的態度」、「數學探究動機」、「重要他人的數學態度」及「數學焦慮」皆具有正向顯著的影響效果。因此，拒絕了本研究假設 H2，另外，依 Cohen 根據多年研究經驗所提的標準，本研究的 Cohen's d 分別=-1.339、-0.646、-0.139、-0.200、-0.228、-0.017，屬於中度到高度的影響效果。

表 3

數學態度的相依樣本 t 檢定分析摘要表

變數	前測		後測		t	p	95% CI		Cohen's d	事後分析
	M	SD	M	SD			LL	UL		
A	2.185	0.502	2.785	0.407	-7.623***	0.001	-0.762	-0.438	-1.339	前測<後測
B	2.234	0.506	2.493	0.281	-2.884*	0.034	-0.444	-0.074	-0.646	前測<後測
C	2.696	0.651	2.776	0.506	-0.674*	0.016	-0.322	0.163	-0.139	前測<後測
D	2.057	0.440	2.146	0.461	-1.009**	0.010	-0.269	0.092	-0.200	前測<後測
E	1.902	0.471	2.006	0.453	-1.414***	0.000	-0.254	0.047	-0.228	前測<後測
F	2.263	0.454	2.271	0.458	-0.122***	0.000	-0.132	0.117	-0.017	前測<後測

註：1.當有顯著性時才會使用 Cohen's d 測驗。

2.A=學習數學的信心，B=數學有用性，C=數學探究動機，D=對數學成功的態度，E=重要他人的數學態度，F=數學焦慮。

\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

### 三、不同性別的學生在「成就測驗」之差異情形

首先，依據性別將學生分為男生群（13 人）和女生群（14 人）兩群。以「成就測驗」後測分數為依變項，性別為自變項，而「成就測驗」前測分數為共變項，進行獨立樣本單因子共變數分析。結果如表 4 所示，不同性別在「成就測驗」的表現 ( $F_{(1,24)}=0.420, p > .05$ )，沒有顯著的差異性，故接受本研究假設 H3，表示學生的「成就測驗」不會因為不同性別而有所差異。

表 4

不同性別在成就測驗的單因子 ANCOVA 檢定比較

Levene's test		Source	SS	df	MS	F	p	$\omega^2$	1- $\beta$	事後比較
F	p									
0.012	.913	組間	92.513	1	92.513	0.420	0.523	-0.007	0.095	
		組內	5291.959	24	220.498					
		總和	18180.667	26						

註：當有顯著性時才會使用  $\omega^2$  測驗及事後比較。

### 四、不同性別的學生在「成就測驗」之差異情形

依據成就測驗的前測成績，將學生分為高分群（8 人）、中分群（10 人）、低分群（9 人）三群。以「成就測驗」後測分數為依變項，學習成就表現群為自變項，而「成就測驗」前測分數為共變項，進行獨立樣本單因子共變數分析。結果如表 5 所示，不同學習成就表現群在「成就測驗」的表現 ( $F_{(2,23)}=0.452, p > .05$ )，沒有顯著的差異性，故接受了本研究假設 H4。顯示學生的「成就測驗」不會因為不同學習成就而有所差異。

表 5

不同學習成就表現在成就測驗的單因子 ANCOVA 檢定比較

Levene's test		Source	SS	df	MS	F	p	$\omega^2$	1- $\beta$	事後比較
F	p									
2.318	.120	組間	203.715	2	101.857	0.452	0.642	-0.013	0.115	
		組內	5180.757	23	225.250					
		總和	18180.667	26						

註：當有顯著性時才會使用  $\omega^2$  測驗及事後比較。

## 五、不同性別的學生在「數學態度量表」之差異情形

以「數學態度量表」後測分數為依變項，性別為自變項，而「數學態度量表」前測分數為共變項，進行獨立樣本單因子共變數分析，結果如表 6 所示。不同性別在「數學焦慮」向度的表現之  $p$  值小於 0.05 ( $F_{(1,24)}=9.602, p = .005$ )，已達到統計上的顯著水準，因此，拒絕了本研究假設 H5，表示不同性別之學生在「數學焦慮」後測得分已有顯著不同，再經過事後比較得知，女生組學生在「數學焦慮」後測得分( $M=2.392, SD=.073$ )顯著地高於男生組( $M=2.115, SD=.073$ )，而且是一個中度的影響大小 ( $\omega^2=0.106$ )。

表 6  
不同性別在數學態度的單因子 ANCOVA 檢定比較

向度	Levene's test		Source	SS	df	MS	F	p	$\omega^2$	1- $\beta$	事後比較
	F	p									
A	0.017	.898	組間	0.007	1	0.007	0.062	0.805	-0.024	0.057	
			組內	2.687	24	0.112					
			總和	4.310	26						
B	0.069	.795	組間	0.008	1	0.008	0.111	0.741	-0.030	0.062	
			組內	1.699	24	0.071					
			總和	2.053	26						
C	1.022	.322	組間	0.351	1	0.351	1.720	0.202	0.021	0.242	
			組內	4.894	24	0.204					
			總和	6.648	26						
D	0.004	.953	組間	0.017	1	0.017	0.098	0.757	-0.028	0.060	
			組內	4.192	24	0.175					
			總和	5.532	26						
E	0.698	.411	組間	0.053	1	0.053	0.432	0.517	-0.013	0.097	
			組內	2.941	24	0.123					
			總和	5.335	26						
F	0.048	.829	組間	0.654	1	0.654	9.602	0.005	0.106	0.844	2>1
			組內	1.635	24	0.068					
			總和	5.447	26						

註：1.當有顯著性時才會使用  $\omega^2$  測驗及事後比較。

2.1=男生組，2=女生組；A=學習數學的信心，B=數學有用性，C=數學探究動機，D=對數學成功的態度，E=重要他人的數學態度，F=數學焦慮。

## 六、不同學習成就表現的學生在「數學態度量表」之差異情形

以「數學態度量表」後測分數為依變項，學習成就表現為自變項，而「數學態度量表」前測分數為共變項，進行獨立樣本單因子共變數分析，結果如表 7 所示。不同學習成就表現的學生在「學習數學的信心」向度的表現之  $p$  值小於 0.05 ( $F_{(2,23)}=5.440, p = .012$ )，已達到統計上的顯著水準，拒絕了本研究假設 H6，因此，表示不同學習成就表現之學生在「學習數學的信心」後測得分已有顯著不同，再經過事後比較得知，中分組及低分組的學生在「學習數學的信心」後測得分顯著地高於高分組，而且是一個高度的影響大小 ( $\omega^2=0.161$ )。同樣地，不同學習成就表現之學生在「對數學成功的態度」向度的表現 ( $F_{(2,23)}=5.438, p = .012$ )，亦達統計上的顯著水準，再經過事後比較得知，低分組的學生在「對數學成功的態度」後測得分顯著地高於高分組及中分組，而且也是一個高度的影響大小 ( $\omega^2=0.192$ )。

表 7

不同學習成就表現在數學態度的單因子 ANCOVA 檢定比較

向度	Levene's test		Source	SS	df	MS	F	p	$\omega^2$	1- $\beta$	事後比較
	F	p									
A	0.997	.384	組間	0.865	2	0.433	5.440	0.012	0.161	0.795	2>1
			組內	1.829	23	0.080					3>1
			總和	4.310	26						
B	4.637	.052	組間	0.286	2	0.143	2.317	0.121	0.077	0.422	
			組內	1.421	23	0.062					
			總和	2.053	26						
C	1.629	.217	組間	0.061	2	0.031	0.135	0.874	-0.057	0.068	
			組內	5.184	23	0.225					
			總和	6.648	26						
D	0.085	.918	組間	1.351	2	0.676	5.438	0.012	0.195	0.795	3>1
			組內	2.858	23	0.124					3>2
			總和	5.532	26						

	0.922	.411	組間	0.291	2	0.146	1.238	0.308	0.010	0.242
E			組內	2.703	23	0.118				
			總和	5.335	26					
	0.309	.737	組間	0.335	2	0.167	1.970	0.162	0.030	0.365
F			組內	1.954	23	0.085				
			總和	5.447	26					

註：1.當有顯著性時才會使用  $\omega^2$  測驗及事後比較。

2.1=高分組，2=中分組，3=低分組；A=學習數學的信心，B=數學有用性，C=數學探究動機，D=對數學成功的態度，E=重要他人的數學態度，F=數學焦慮。

## 伍、結論與討論

研究目的在探討應用合作學習教學法在國中八年級學習成就、數學態度之影響。依據研究資料分析結果，歸納出以下結論與討論：

1.在學習成就方面，合作學習教學法對國中八年級學生學習成就的提升沒有顯著效果，此結論顯示這些接受合作學習教學的實驗組學生，在排除起始能力差異的影響之後，並沒有因為合作學習的教學活動，在數學學習成就上有顯著的提升；但從另一個角度看，此結果也意味著學生的數學段考成績並沒有因為老師採用合作學習而明顯下降。此結果與陳世澎（1994），林佩君（2005），陳麗霜（2006）的結果比較相似，在本研究中，國中八年級數學成就測驗屬於難度中偏易的題目，兩組的學生在兩種不同教學法的教學下，皆可充分學習到解題的方式，因此，兩組學生差異並沒有顯著的不同，且實驗組學生在進行小組討論時，此類型題目較少產生認知的衝突，因此合作學習的教學效果並不明顯。另一可能的原因，學校的數學科段考試題，無法測得透過合作學習教學活動所獲得的能力。

2.在數學態度方面，合作學習教學法對國中八年級學生數學態度中「學習數學的信心」、「數學有用性」、「對數學成功的態度」、「數學探究動機」、「重要他人的數學態度」及「數學焦慮」皆具有中度到高度正向顯著的影響效果。可能是因為合作學習需要小組間的合作互動與分享，學生覺得他們可以依靠別人的幫助，從而提高他們的信心，解決數學問題。這可能會間接地改變他們對數學的態度。此結果與臧俊維（2000）的研究結果相似。另外，女生組學生在「數學焦慮」向度的表現明顯較男生組正向。中分組及低分組的學生在「數學焦慮」後測得分顯著地高於高分組，低分組的學生在「對數學成功的態度」後測得分顯著地高於高分組及中分組。合作學習的教學特性強調學生自主學習，主動參與及蒐集相關資料，學習者應調整傳統學習的心態，在小組中發揮互助合作的精神。若能藉由小組之間的互動與回饋讓學生從中獲得滿足，可

以提升學生學習成效與改善學習態度，讓學習更有效率。尤其對於學業成就中分組與低分組的學生，合作學習確實能有提升的效果。藉由小組互動引起學生高度的學習興趣，讓平時上課專注力及學習動機較薄弱的學生，能有增強學習的動力，因此，建議教師在教學上採用合作學習教學方式來改善學生的學習成效。

## 參考文獻

- 石柳棻 (2006)。合作學習教學策略對國二學生數學學習動機、數學學習態度、與數學學習策略之影響 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 吳明隆 (2003)。SPSS 統計應用學習實務:問卷分析與應用統計。臺北市：知城數位科技。
- 吳耀明 (2006)。國小五年級教師實施社會科合作學習之行動研究。屏東教育大學學報，24，311-350。
- 李孟儒 (2012)。合作學習對學習成效之探討~以一元二次方程式為例 (未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 林生傳 (1999)。教育心理學。臺北市：五南。
- 林重新 (2001)。教育研究法。臺北市：揚智文化。
- 林佩君 (2005)。概念圖合作學習對國中生數學學習成效之研究-以〔一元一次方程式〕單元為例 (未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 范聖佳 (2002)。國中數學教師試行合作學習之行動研究 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 陳世澎 (1994)。合作學習對國小學生數學科學習影響之實驗研究 (未出版之碩士論文)。國立臺南師範學院，臺南市。
- 陳麗霜 (2006)。合作學習應用於數學教學之研究-以台北市國小一年級為例 (未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，臺北市。
- 曹宗萍和周文忠 (1998)。國小數學態度量表編製之研究。八十七學年度教育學術研討會論文集，3，1211-1246。
- 許素瑜 (2012)。運用學生小組成就區分法於八年級數學學習成就與學習滿意度之研究 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 黃俊程 (2010)。合作學習對國中七年級學生的數學學習成就與數學焦慮的影響 (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 黃政傑和吳俊憲 (2006)。合作學習: 發展與實踐。臺北市：五南。
- 黃政傑和林佩璇 (1996)。合作學習。臺北市：五南。
- 臧俊維 (2000)。高雄縣高一學生小組合作學習教學法對數學學習態度影響之研究 (未出版之碩士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。
- 廖碧珠 (2006)。合作學習對國中一年級學生的數學態度與學習成就之影響 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化市。
- 蔡盈源 (2003)。國中數學科教師實施合作學習的行動研究 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化市。
- 鄭秀珍 (2009)。合作學習 STAD 模式對數學學習態度與同儕互動之探討-以北縣一所國中為例



- (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 魏麗敏 (1989)。國小學生數學焦慮，數學態度與數學成就之關係。《中國測驗學會測驗年刊》，36，47-60。
- 譚寧君 (1992)。兒童數學態度與解題能力之分析探討。《臺北師院學報》，5，619-687。
- Aiken, L. R. (1970). Attitudes toward mathematics. *Review of educational research*, 40, 551-596. doi: 10.3102/00346543040004551
- Caropreso, E. J., & Haggerty, M. (2000). Teaching economics: a cooperative learning model. *College Teaching*, 48 (2), 69-74.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). *Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males*. Retrieved from ERIC database. (EJ148896)
- Hong, Z. R. (2010). Effects of a collaborative science intervention on high achieving students' learning anxiety and attitudes toward science. *International Journal of Science Education*, 32 (15), 1971-1988.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Stanne, M. B. (2000). *Cooperative learning methods: A meta-analysis*. Retrieved from <http://www.lcps.org/cms/lib4/VA01000195/Centricity/Domain/124/Cooperative%20Learning%20Methods%20A%20Meta-Analysis.pdf>
- Johnson, R. T., & Johnson, D. W. (1986). *Action research: Cooperative learning in the science classroom*. Retrieved from ERIC database. (EJ341892)
- Merrill, M. D. (1994). *Instructional design theory*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Shachar, H., & Sharan, S. (1988). *Language and learning in the cooperative classroom*, New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-1-4612-3860-7\_3
- Slavin, R. E. (1985). An introduction to cooperative learning research. In Slavin, R. E., Sharan, S., Kagan, S., Rachel, H. L., Webb, C & Schmuck, R. (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 5-15). New York, NY: Springer. doi: 10.1007/978-1-4899-3650-9\_1.

胡詩菁、鍾靜（2015）。  
數學課室中應用建構反應題進行形成性評量之研究。  
**臺灣數學教師**，36（2），26-48。

## 數學課室中應用建構反應題進行形成性評量之研究

胡詩菁<sup>1</sup> 鍾靜<sup>1</sup>

<sup>1</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

近年來，關於評量的研究日漸重視課室形成性評量對於教師教學與學生學習的影響。而建構反應題的題型設計不但可以幫助老師更容易了解學生的思維，提供適性的指導，更可以充實數學學習的內涵。本文探討國小教師以建構反應題於四年級數學課室進行形成性評量之實施歷程，目的在了解教師在課室中如何使用建構反應題，以及建構反應題對教師教學與學生學習的助益。

**關鍵詞：**形成性評量、建構反應題、數學課室評量

## 壹、前言

2000年《學校數學原則和標準》將評量列為六個原則之一，認為「評量應該要能促進學習數學重要內容，以及提供教師和學生有用的資訊。」(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, p.22)；評量之於數學教學的重要性可見一斑。近年來，評量理論受到教學與課程理論的影響，強調以學生為中心，評量也因而轉向課堂脈絡的評量(江文慈，2007)。相較於大型評量，課室評量具有持續更新、動態歷程、立即回饋等特性；而不同功能的課室評量系統也成為新的評量趨勢(鍾靜、陸昱任，2014)。

評量方式雖然非常多元，但以傳統紙筆測驗最為方便，因此廣為大多數老師使用。不過傳統紙筆測驗不僅題數多，題型的設計也難以看出學生解題思維過程，因而測驗結果也比較無法判斷學生學習的迷思概念，進而給予學生適性的幫助。臺北市國民小學數學科基本能力檢測從民國96年起引入「建構反應題」(constructed response item)，增加非選擇題型，以評量學生學習成果，了解學生學習狀況。由此可知，建構反應題能夠提供較多的學生學習訊息，促使教師做出較佳的教學決定，真正幫助學生學習。

若在課程單元進行時，以適合的建構反應題進行課室評量，由於題型設計與答題要求，理應較能了解學生解題困難與答題迷思，進而給予學生最有效能的指導。本文為教師探索數學教學現場以建構反應題進行課室形成性評量的實施歷程，目的在了解教師在課室中如何使用建構反應題，以及建構反應題對教師教學與學生學習的影響。期待藉助不同的題型，改善筆者多年來數學課室缺乏評量的窘況，間接提升學生學習表現。

## 貳、建構反應題與形成性評量

數學課室評量方式非常多元，評量的形式更直接影響學生的學習方式。教師在數學課室進行評量活動，目的是為了促進學生學習，那麼挑選合適的評量題目也就非常重要，值得教師深思與探討。

### 一、形成性評量的內涵

教學評量若依據教學歷程前後順序和評量目的來考慮，教學評量可區分為：安置性評量、形成性評量、診斷性評量和總結性評量(余民寧，2011)。這四種評量是教師在教學中經常使用的四種課室評量方式，因為評量目的不同，使用時機也各異。其中，形成性評量已被證實對於學生學習有顯著影響(Wylie & Lyon, 2009; Shepard, 2000)，應是教育現場的老師可以多加著墨

的評量方式。

形成性評量是一種強調在教學過程中的評量方式，它落實於日常教學之中，評量的範圍小，可能只是一個概念而已，卻可以提供立即性的資訊，讓教師清楚了解個別學生的學習狀況；這些訊息不但提供回饋給教師，也同樣的提供回饋給學生，同時幫助師生雙方改進教與學。因此，形成性評量有兩個重要的特徵：第一、它可以針對教師的教學策略提供有效的回饋，幫助教師調整自己的教學或改變教學的順序，進而提高學生的學習；第二、形成性評量對學生是有幫助的，它能幫助學生找到需要投入更多時間跟精力去學習的部分，並幫助學生思考是否需要調整自己的想法（Phelan, Choi, Vendlinski, Baker & Herman, 2011）。

再者，形成性評量是重視描述性、非評斷性的評量方法（Manatt, 1998；引自郭國楨、駱芳美，2004），評量結果主要提供教師調整教學的有效證據（Keeley & Tobey, 2011），並非要老師給予學生評分、等第，甚至將學生分級。Ginsburg（2009）指出形成性評量可以透過觀察（observation）、任務（task）、臨床對話（clinical interview）等方式實施。因此，形成性評量無形中提高教室中學生之間和師生之間的互動，也促進了學生學習。

綜上，筆者亟欲在教室中建立一個持續性的形成性評量系統，一方面檢視學生學習、指引教師教學，一方面提升學生學習成效。

## 二、建構反應題的優勢

建構反應題（constructed response items）是一種開放性的紙筆測驗試題類型設計，要求學生運用自己的知識技能、批判思維發展或建構出答案（Tankersley, 2007）。在課堂教與學的過程中，認知目標的高層次目標，例如：分析、整合和評價，往往需要建構性題目才能做出適當的評量，學生必須以自己的方式表達與建構出答案（張淑慧，2004）。Tankersley（2007）指出建構反應題的價值在於深入了解學生實際能應用來解題或轉移到真實生活情境的技能和理解，要求學生運用知識、技能和真實世界批判性思維能力，依照題意回答問題。現今資訊爆炸的教育環境中，上述這些能力日顯重要；學生的批判思考能力若有機會在教學與評量過程中被啟發出來，才能教出適應未來社會的能力。如果教師希望蒐集學生解題迷思，做為調整教學內容的參考，或者補救教學的依據，那麼建構反應題會是最佳的選擇。

再者，國際大型測驗如國際學生能力評量計畫（the Program for International Student Assessment [PISA]）、國際數學與科學教育成就趨勢調查（Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]）的試題，除了選擇題之外，都有開放性的問答題。此類題型的主要目的在於讓學生自己建構答案，提出解題的觀點以及支持的理由和論證，以了解學生形成、應用及詮釋數學的能力，此與建構反應題型設計理念相同，足見建構反應題此一評量型態近年來亦倍

受國際大型評量重視。Shepard (2000) 提出新式課室評量的內容與形式可以更多元，例如：觀察、口頭提問、明確的任務 (significant tasks)、報告、演示或學生自評。建構反應題一題只針對一個數學概念進行設計與測驗，是一種目標明確的數學任務，評量時間短，有效檢驗單一學習概念；因此，建構反應題實可作為教師用於課室評量的題目。

綜上所述，筆者決定於數學課室中嘗試以建構反應題作為形成性評量的小型任務，於教學中各個段落實施評量，檢驗學生學習狀況，同時收集資訊，作為適度調整教學程序的依據，達到促進學生學習的目標。

### 三、引入建構反應題進行課室形成性評量

教師在數學單元教學過程中進行形成性評量以促進學生學習，必須配合該單元重要數學知識或概念的教學流程，才能適當選擇評量的時機點。Gagne 於 1962 年所提出學習階層分析的概念，他認為學習任何較高層次的智力技能之前，都要先學會一組先備技能；如果掌握這些先備技能，將有助於學習較高的技能，也很有可能精熟最高層級的學習目標 (Jonassen, Tessmer, & Hannum, 1999)。因此教材可以切分為數個連續性的活動來進行教學。

筆者擬以 Gagne 的學習階層分析模式為基礎，將教學單元依照不同概念切分為多個學習活動；輔以建構反應題進行形成性評量，於教學單元中對重要的數學概念或常見學生迷思概念、錯誤類型，以隨堂測驗的方式，進行五到十分鐘的評量，測量學生學習的進展。建構反應題的題型設計，會要求學生寫出解題思考歷程，因此極有助於教師據以瞭解學生學習狀況，進而分析學生學習資料，作為下一步教學決定的參考。

筆者操作數學課室教學與評量之模式如圖 1 所示，教學前依單元內的數學知識與概念將整個單元切分為數個小活動，同時製作評量單；評量活動以「動動腦時間」為名嵌入安排於各教學活動後，教學活動與評量活動如齒輪一般互相嵌入；建構反應題以虛線框表示該數學概念可能較為簡單，教師觀察多數學生已經學會，不一定需要評量，或目前沒有收集到適合的題目可配合進行；外側的弧形鍵號則表示教學與評量之間相輔相成的循環關係。

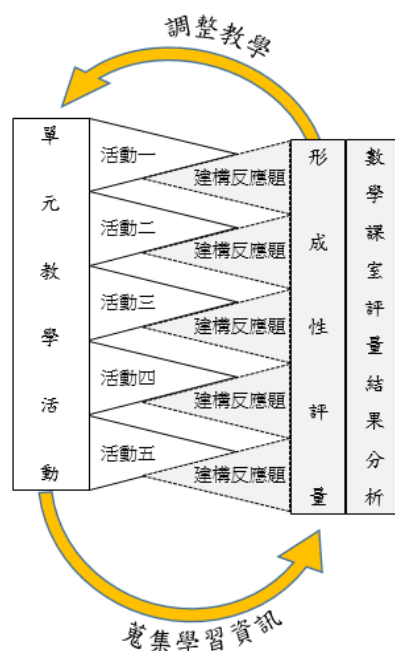


圖 1 數學課室教學與評量模型

### 參、研究設計與實施

筆者嘗試以建構反應題作為數學課室形成性評量的小型任務，茲將評量設計與實施方式簡述如後。

#### 一、研究場域

筆者任教於北市中正區一所大型公立小學，教學年資 14 年，目前擔任四年級級任導師，班級人數三十一人，其中男生 15 位，女生 16 位。筆者於學生三年級時即任教該班，因此對於學生背景與學習狀況有相當程度的了解。班級學生思維活潑，多數勇於發表、討論，亦能投入學習。

#### 二、教學單元與建構反應題選取

筆者於課室中使用之建構反應題主要來源為臺北市基本學力檢測歷年建構反應題試題，其次參考過去數學教育碩士研究論文中設計之題目，選取適合四年級數學教學單元者用之。筆者於學生四年級上學期後期開始，嘗試在某些單元以二、三題建構反應題進行形成性評量，本文則選擇四年級下學期「三角形與四邊形」和「等值分數」兩個不同數學主題之單元，使用更多

的建構反應題，因為這兩個單元目前所收集到的適用題量較多，筆者比較容易運用。

「三角形與四邊形」與「等值分數」兩個單元的教學活動、教學目標及筆者所使用的建構反應題題目代號整理如表 1 及表 2，詳細試題內容請參見附錄一與附錄二。

**表 1**

**三角形與四邊形單元教學及使用之建構反應題**

節次	教學活動	教學目標	建構反應題 (對應之分年細目)
一	活動一：用邊長將三角形分分看	以邊長為條件區分一般三角形、等腰三角形和正三角形	1-1 (4-s-01)
二	活動二：認識等腰三角形的性質	透過操作了解等腰三角形的性質與各部位名稱	1-2 (4-s-02)
三	活動三：用角度將三角形分分看	透過測量認識鈍角、銳角和直角三角形	-
四	活動四：畫垂直線	了解垂直的意義並利用三角板畫出垂直線	-
五	活動五：畫平行線	了解平行的意義並利用三角板畫出平行線	1-3 (4-s-06)
六	活動六：認識平行四邊形和梯形	利用三角板檢查四邊形對邊，進而認識平行四邊形和梯形	-
七	活動七：檢驗平行四邊形和梯形	應用已知性質檢查四邊形是否為平行四邊形和梯形	1-4 (4-s-07)
八	活動八：雙胞胎圖形	透過平移、旋轉和翻轉等操作認識全等圖形的對應關係	1-5 (4-s-03)
九	活動九：方格紙上畫四邊形	在方格紙上畫出各種四邊形	-

**表 2**

**等值分數單元教學及使用之建構反應題**

節次	教學活動	教學目標	建構反應題 (對應之分年細目)
一	活動一：等值分數家族的祕密	透過細分一維、二維圖形找等值分數	2-1 (4-n-08)
二			2-2 (4-n-08)
三	活動二：分數比大小	以 $\frac{1}{2}$ 為基準量比較分數大小	2-3 (5-n-07)
四		利用找等值分數比較異分母分數的大小	2-4 (4-n-08)
五	活動三：怎麼分才公平？	理解整數相除商等於分數	2-5 (4-n-07)
六	活動四：解題	用除法算式記錄問題，並用分數表示結果	-
七			2-6 (4-n-08)

### 三、教學與評量流程

筆者於一個數學概念教學之後，以建構反應題評量單進行「動動腦時間」，亦即形成性評量活動；待評量結束，立刻以實物投影方式請不同學生上台分享解題方法，使全班同學欣賞不同答題策略，經由全班討論與互動，增進學生對於數學概念的理解。若學生解題多有困難，則調整教學程序，回到原概念補救教學，或以學生錯誤解題策略為例，引導全班討論，破除解題迷思，最後再以類題二次測驗，了解學生學習進程。整個過程如圖 2 所示。

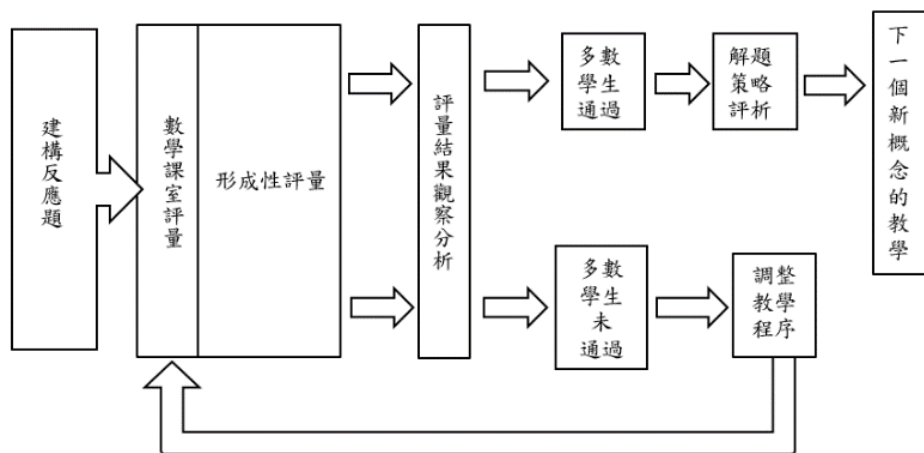


圖 2 運用建構反應題進行評量之流程

### 四、資料收集與分析

本文探討以建構反應題進行形成性評量對教師教學與學生學習之影響，筆者資料收集的來源多元，內容包含學生評量單、課室錄影、教學反思札記、學生訪談等。藉由收集多樣資料、運用多方來源，獲取不同時間點的訊息，提高資料分析的精確度與可信度。

## 肆、研究結果

北市基本學力檢測試題評閱方式，以及梁意珍（2014）編製建構反應題的學生解題表現分析，均採國際教育成就調查委員會（The International Association for the Evaluation of Educational Achievement）每四年一個週期所舉辦的數學和科學教育成就趨勢調查專案（TIMSS）相同的評閱方式，每一題的評閱均採 2 分、1 分及 0 分三種等第（楊美伶，2011；梁意珍，2014）。2 分是指能正確解題且能清楚說明；1 分是指正確解題但未完整說明或部分正確解題；0 分是指不正



確解題或空白（林碧珍、蔡文煥，2005）。評量結果僅予以分類，供筆者教學參考，不做評分計算成績之用。

以下就筆者嘗試以建構反應題進行評量之兩個單元——「三角形與四邊形」和「等值分數」兩個單元所收集到的資料進行結果分析。

### 一、三角形與四邊形單元學生評量表現與教師教學處理

三角形與四邊形單元所使用的建構反應題有一共五題，於課堂中相關數學概念教學完畢後進行；學生答題概況如表 3 所示。

表 3

三角形與四邊形單元建構反應題學生答題結果分析

評分類別	2 分		1 分		0 分	
	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
1-1	5	16.13%	0	0%	26	83.87%
1-2	28	90.32%	3	9.68%	0	0%
1-3	25	80.65%	6	19.35%	0	0%
1-4	16	51.61%	13	41.94%	2	6.45%
1-5	14	45.16%	3	9.68%	14	45.16%

#### (一) 題目敘述及答題要求影響學生作答

由表 3 觀之，題目 1-1 通過人數特別少，筆者於評量前即認為題目 1-1 敘述不容易讓學生了解可以用組合的方式找出三角形，學生很可能根本不懂題目真正的意思，因而未能正確解題；加上題目要求學生提出解題說明，更增加了題目的難度。因此筆者設定本題關注的焦點為：學生能夠正確分辨本題圖中左下方近似三角形之形狀為四邊形；筆者希望學生不會因為該四邊形的其中一邊非常短，而誤將其判斷為三角形。從學生答題結果發現，真正誤將左下角之四邊形判斷為三角形的學生有 2 位，其餘近九成四之學生皆能夠正確分辨三角形與四邊形，筆者認為已達成教學目標。

再者，題目要求學生說明解題思維，多數學生以不同顏色標示，也有學生利用編號來區分，如圖 3 所示；不過組合的三角形部分較難以顏色清楚表達，因為顏色重疊部分使版面不易辨識，因此編號的方法較為適用，最後筆者亦使用編號方法教導學生解答此類型題目。

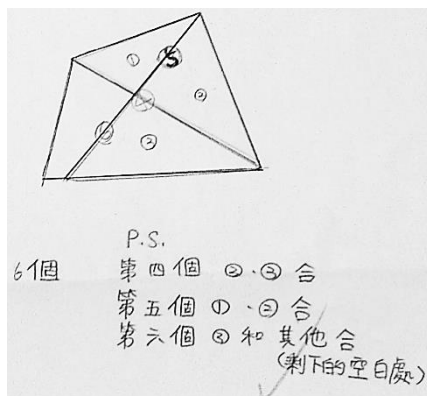


圖 3 學生 S36 以編號方式表達問題 1-1 之解題思維

總之，問題 1-1 雖然通過率極低，但是卻提供學生另一思考類型的題目，並且藉此學習到有效且清楚的紀錄方法。所以從學習的觀點來看，本題亦具有相當價值。

### (二) 學生於例行性與非例行性試題表現迥異

與問題 1-1 相反，問題 1-2 通過率高達九成，筆者分析原因，判斷本題與課本認識等腰三角形的操作活動題型相同，情境皆為長方形色紙對折後斜剪一刀，將紙打開之後形狀為等腰三角形，因而本題對學生而言屬於情境熟悉的例行性題目。教學後使用問題 1-2 於形成性評量時，有九成的學生通過，了解並能夠說明對折後的色紙斜剪一刀可得等腰三角形；其餘一成學生雖未通過，卻能寫出等腰三角形答案，只是說明敘述不夠清楚完整。可見學生能夠輕易轉移課堂中操作性活動所習得之數學概念於相同情境試題中，因此本題通過率是五題當中最高的。

### (三) 評量結果促使教師另行設計教學活動增進學生圖形轉換能力

問題 1-5 是有關全等圖形的試題。筆者於評量進行之前即預估本題通過率會很低，因為課本習作的練習題，都是簡單的全等三角形或全等四邊形，相較之下，六連塊的題目難度明顯較高；加上題目要求學生寫出解題想法，對於解題，無異於雪上加霜。不過正確解題的學生當中仍然出現許多有效的解題思維值得欣賞，讓評量之後的討論與分享精采絕倫、掌聲不斷。以下為當日筆者之反思札記：

我發現有好幾個孩子的答題表達方式很不錯，於是拍照打算利用早自習請學生自己說一說自己的想法。今天在分享解法的時候，學生都能主動上台解釋自己的想法，其他同學也能夠比較出哪一種方法表達得比較清楚，我看得出來，他們是樂於欣賞他人的解法，會想去聽同學說明。對於表達方式很清楚的學生我也請大家拍拍手鼓勵。(札 1040402)

學生解題思維除了以文字表達之外，亦有使用畫圖方式呈現想法，能夠正確解題的學生當中，大多觀察圖形凸出點的排列規律，以編碼方式找出圖形組合規律，判斷正確答案，找出與眾不同的圖形，如圖 4 所示。而這也是所有解題方法中筆者認為最清楚、最快速的方式，學生

只要在圖形同一側開始編號，就會發現乙圖的號碼組合與其他三個圖不同。學生能自行發現這個方法真的很令人激賞！

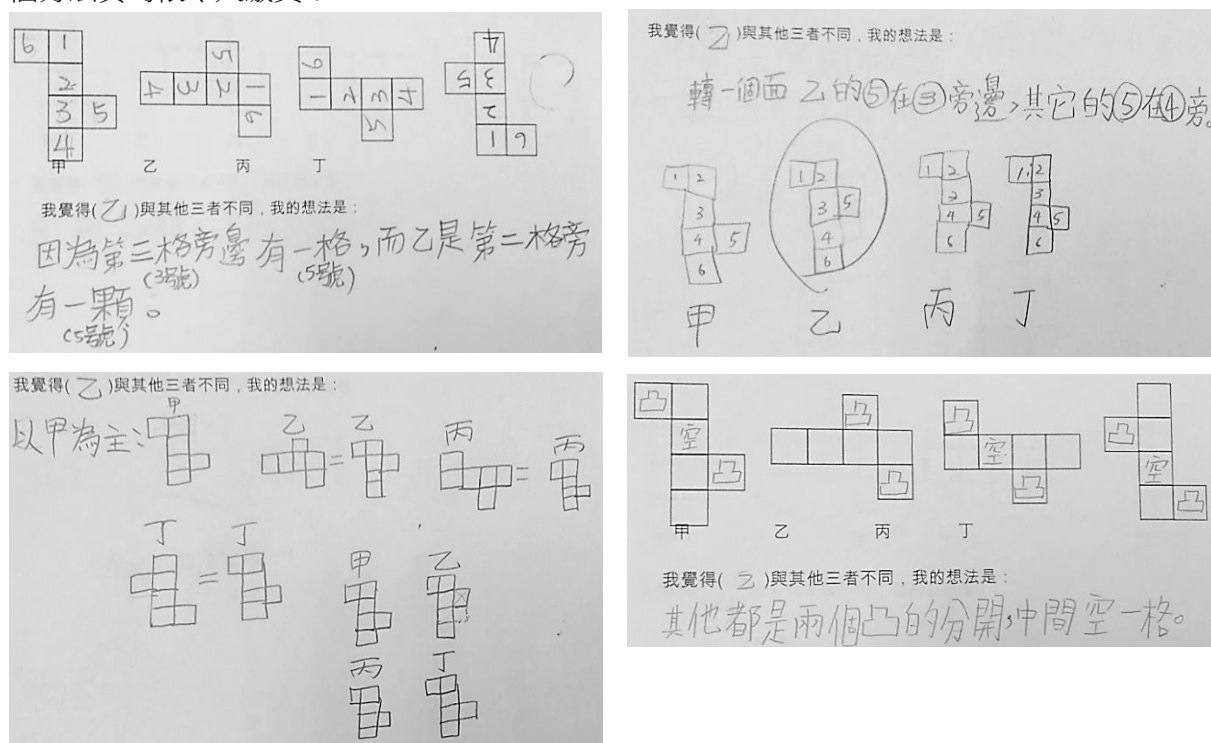


圖 4 學生 S22、S34、S7、S2 以不同表達方式找出圖形組合規律解答問題 1-5

筆者利用單槍投影機，將預先拍好的照片投影，再請答題學生自己說明。這些照片取自能夠正確答題的學生評量單，除了正確答題之外，他們的共同點是能夠以多元方式表達解題想法。

從學生們的神情來看，他們樂於欣賞其他同學的分享，每一種解題方式雖然不盡相同，不過看到評量單上的寫法加上口頭解說，台下學生都能了解各種策略並且沒有提出異議，有時甚至還伴隨驚嘆聲，可見學生對這些不同解法都能夠認同，並且欣賞每一種方法。如此一來，答錯的學生可以學習正確且多元的解題策略，答對的學生能練習發表，並得到肯定，可謂一舉數得之法。

體認到學生圖形轉換能力之不足，筆者於是另行設計「七巧板拼排圖形」與「五連塊繪圖活動」，增加學生各式圖形操作機會，促進空間幾何思考能力的發展。

## 二、等值分數單元學生評量表現與教師教學處理

等值分數單元所使用的建構反應題有一共六題，於課堂中相關數學概念教學完畢後進行；學生答題概況如表 4 所示。

表 4

## 等值分數單元建構反應題學生答題結果分析

評分類別	2 分		1 分		0 分	
	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
2-1	9	29.03%	0	0%	22	70.97%
2-2	30	96.77%	1	3.23%	0	0%
2-3	17	54.84%	7	22.58%	7	22.58%
2-4	18	58.06%	3	9.68%	10	32.26%
2-5	20	64.52%	7	22.58%	4	12.90%
2-6	29	93.55%	2	6.45%	0	0%

## (一) 單位分數內容物為多個個物的圖形表徵學生答題有困難

本單元一開始學生就學習等值分數，雖然課本上的圖例開始出現「單位分數內容物為多個個物」的圖像表徵，不過課本圖例都是表徵真分數，問題 2-1 問的卻是假分數，學生的認知仍然停留在四上「單位分數內容物為 1」的分數概念中，因此的通過率極低，不到三成。筆者於學生測驗時行間巡視，即發現多數學生答題有誤，於是在測驗後立即講解並以類題：「一盒餅乾有八片，畫圖表示四分之五盒。」，請學生作答於數學作業簿中，不過成功作答者仍然不多。筆者當下反思講解問題 2-1 以錯誤例為多，是否學生仍不理解「單位分數內容物不一定為 1」？接下來筆者以許多正例再次更仔細說明，尤其強調「單位分數內容物不一定為 1，也可能超過 1」的概念，並於下課前再以縮小數字的類題：「一箱西瓜有四個，畫圖表示二分之三盒。」進行測驗，堅持要學生畫完再下課。學生至此已經可以順利答題，只剩一人須經同學教導才能作答。

雖然該堂課進度比預期慢，不過經由問題 2-1 發現學生學習困難，立即予以補救輔導，不就是形成性評量的精神所在？本節為等值分數概念教學之後一節，學生可能因為初學等值分數，概念尚未完全建立，因此評量結果表現不佳；隨著課程進行，本單元其他各題建構反應題，如問題 2-2、2-4，仍然測驗等值分數的概念，學生就有較佳的評量表現。

(二) 善用  $\frac{1}{2}$  分數比大小不一定要通分

乍看問題 2-3，分數  $\frac{19}{40}$  和  $\frac{18}{35}$  的分母或分子不但數字大，而且還有 19 這種質數，似乎不可能是四年級學生會處理的問題。不過細看題目數字設計，就可以發現這其中是有玄機的。分數比大小的題目不是將分母換成相同的數相比，就是把分子換成相同的數相比，但是還有一種方法是跟  $\frac{1}{2}$  相比。分數  $\frac{1}{2}$  對學生而言就是「一半」，學生只要分辨題目中的分數比「一半」大或小，就可以成功解題。

筆者講述分數比大小的方法時，除了找出等值分數使兩個分數的分母都一樣之後比較分子

之外，也有介紹分子相同比較分母的方法；而跟  $\frac{1}{2}$  相比的方法，當時使用的例題是  $\frac{6}{12}$  和  $\frac{5}{9}$ ，數字比較小。當時可能因為數字小，學生多數都可以理解；不過問題 2-3 題目中的分數數字比較大，答對的人數雖然超過一半，但仍有另外兩成多的學生方法錯誤或是不會解題，一時之間分辨不出題目與  $\frac{1}{2}$  有關。但由於此類題型在課本中沒有強調，加上當時時間緊迫，評量討論之後並未進行二次測驗。

### (三) 題目長訊息多考驗學生分數概念

經過分數單元各節教學以及多題的建構反應題檢測之後，學生對於分數部分量與整體量關係已經較能掌握，使用於解題教學活動之後的問題 2-6 通過率超過九成，且未達 2 分組的兩名學生皆因為題目訊息多，算到最後自亂陣腳，而未能成功答題，甚為可惜，如圖 5 所示。

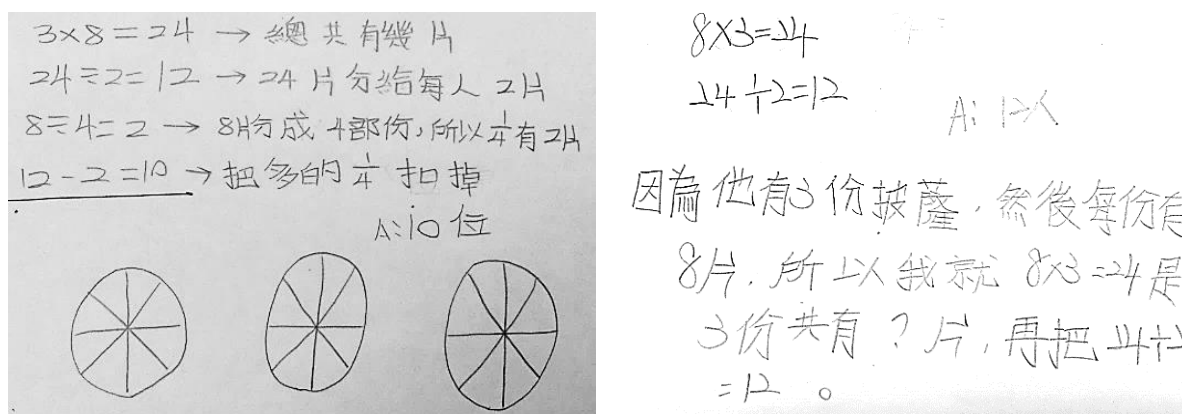


圖 5 問題 2-6 學生 S29、S23 答題錯誤例

學生表現超乎筆者預期，原以為題目文字敘述長，數字訊息多，情境較為複雜，學生無法順利作答；沒想到多數學生處理三種單位、四個數字同時出現的複雜問題，依然能夠迎刃而解。同樣的題目在他班測驗，只有 10 人通過，聞之令筆者精神大為振奮！縱觀學生解題策略，有以文字敘述、有以數字計算、有畫圖表達...，解題策略不一，但由解題過程中皆可判斷學生對於分數概念清楚，知其然亦知其所以然，如圖 6 所示。

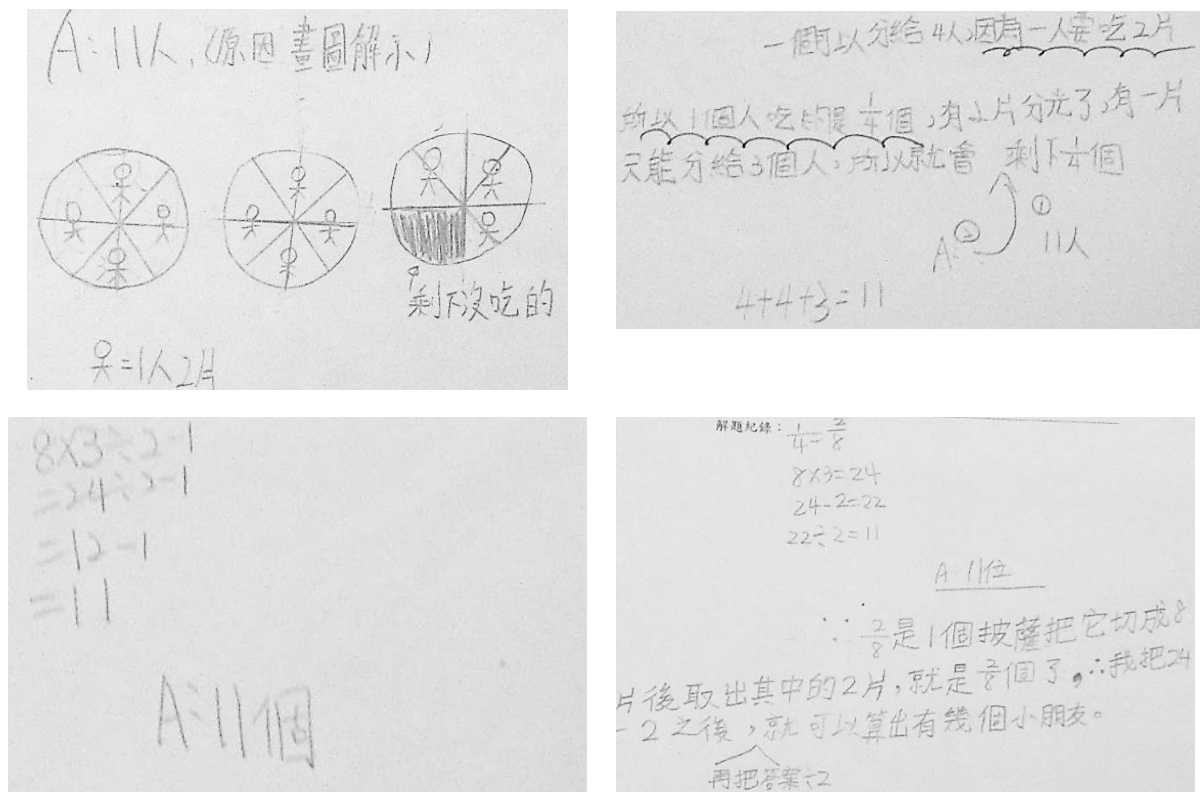


圖 6 問題 2-6\_學生 S33、S25、S24、S12 答題正確例

李源順（2013）指出分數的教學，最重要的是要注意「單位」的變化。如果老師上課沒有特別提醒學生留意，學童通常不會注意「單位」的問題；那麼遇到單位變化複雜的題目就不容易正確解題。經過一題又一題建構反應題的評量與討論，學生對於分數概念的學習亦愈形清晰，因此能順利將其理解表現於評量結果；較單元初始所評量的問題 2-1，各題答題狀況明顯隨著時間流轉有穩定進步的趨勢。

透過建構反應題進行形成性評量，著實讓筆者見識到藉由評量結果發現學生學習困難，繼而思考教學調整之處的歷程。即使教學進度暫時落後，教師也應以學生學習為教學主要考量點，畢竟穩固學生基礎概念，才能有助於下一階段的學習；萬不可為了趕進度而忽略學生學習的問題。從評量結果可明顯看到學生學習的進展，倒吃甘蔗的滋味也是筆者始料未及的。

## 伍、討論

本文探索數學教學現場以建構反應題進行課室評量的實施歷程，希望了解教師在課室中使用建構反應題的實況，以及建構反應題對教師教學與學生學習的效果。以下就教師及學生兩方面簡述以建構反應題作為形成性評量小型任務的影響。

### 一、應用建構反應題進行形成性評量能有效引導教師做出明確教學決定

建構反應題每題皆針對一個數學概念編製，且時常要求學生寫下答題理由，藉由觀察分析學生答題敘述，對教師教學能有實質助益，筆者就實務操作經驗將發現簡述於後。

### (一) 建構反應題能幫助教師更了解學生思維提供學生更適性的指導

建構反應題的題型設計非常適合教師於相關數學概念教學完畢後進行形成性評量。除了一道題目偵測一個數學概念，容易聚焦之外，相較於以往以課本習題作為形成性評量試題，建構反應題多屬於非例行性題目，學生需要將學習轉移至新的情境，在新的情境中展現自己的理解程度。張淑慧（2004）及楊美伶（2011）均指出建構反應題可提供教師有關學生錯誤的迷思概念，利於做教學診斷或補救教學。筆者的確發現，藉由個別學生答題敘述，教師可以比較清楚學生思維，便於從不同學生的迷思點切入，進行適性的指導。例如前述圖 5 所示兩位學生於問題 2-6 解題錯誤，不過由解題敘述觀之，可知兩位學生都知道三個披薩可以分給 12 人，但對於剩下的  $\frac{1}{4}$  個（2 片）披薩是一人份，則出現混淆及忽略。教師此時介入指導就不必將題目從頭教起，只需針對學生錯誤迷思處進行解說即可。

### (二) 以建構反應題作為教學過程中的評量題目能有效引導教師調整教學程序

Keeley 與 Tobey（2011）指出，形成性評量提供有價值的訊息讓教師用於做教學決定。筆者於學生評量時間，經由行間巡視即可大致了解全班答題情形，蒐集有力的學生學習證據，提供教學明確的方向，立即調整教學的下一步驟，指引教師做出教學決定。班級學生多數成功答題，可顯示先前的教學活動有效引導學生學習，因此可以繼續下一階段新概念的學習；倘若班級學生多數無法成功答題，則顯示先前設計的教學活動對學生概念學習尚有不足之處，教師可針對學生呈現於評量單的共同迷思，更清楚仔細的深入解說指導，或思考其他教學活動進行補救教學，鞏固學生的學習，再進行下一階段的學習內容。前述筆者進行等值分數教學時，以問題 2-1 進行評量，發現學生學習狀況不佳，立即決定調整教學程序，以相似類題反覆進行練習，確認學生理解等值分數圖像表徵方法。以下為當日筆者之反思札記：

不知道是否因為第一題動動腦不夠仔細講解，所以學生的反應不怎麼對勁，我立刻感受到他們還是不會。這次我請了兩三個學生講解，而且是用正例，但是第一題我是用反例較多。難道這樣也會有不同學習結果？！後來下課鐘聲竟然就響了，我實在不甘心，一節課都在畫圖，還畫不好？！到底怎麼回事？我堅持要再出一題，利用離開卡的概念，寫完的人交出本子給我改完才下課！

（札 1040505）

尤其數學學科特性，學習概念經常是螺旋式的出現，由淺至深，有脈絡可循，假使舊經驗無法奠定良好學習基礎，就如同地基不穩的建築物，無法順利興建大樓，恐將影響新概念的學習，為人師者不能不慎思。

### (三) 教學時間與評量時間的掌握教師需以學生學習為前提彈性處理

教師以建構反應題進行形成性評量，初期需要花費較多的評量時間，因為教師對於教學與評量的操作模型不夠熟練，學生對建構反應題的答題要求也感到陌生，雙方都需要時間適應新的教室教學措施。不過由於一次只有測驗一題，師生都不會感覺壓力過大，除非題目本身偏難，否則評量所費時間不會太長，加上評量後的討論時間，總共約需 10-20 分鐘。因此，教師可以較為彈性的處理課堂時間分配，依照每一建構反應題題目的難易程度，將教學時間與評量時間做不同的安排，以達到學生學習效果為主要考量點。

綜上，以建構反應題進行形成性評量對指引教師教學確有積極正面的影響，符合 Tandersley (2007) 所提出「建構反應題促進教學與學生學習」觀點。

## 二、應用建構反應題進行形成性評量對學生學習有正面的助益

筆者嘗試以建構反應題作為兩個數學單元的形成性評量小型任務，並於教學與評量後進行非正式的學生訪談，茲將實作發現簡述於後。

### (一) 以建構反應題作為教學過程中的評量題目有利於提升學生學習動機

不論學習成就高低，各種程度的學生都非常喜歡動動腦的題目，與課本相較，學生更喜歡挑戰需要深度思考的建構反應題，反而認為課本習題枯燥無味；解動動腦的題目讓學生覺得自己更靈活、更聰明。

T：寫動動腦的題目有沒有真的有動到腦的感覺啊？

S8、S7、S13：有。

T：跟寫課本習作的題目的動腦程度比一比看看。

S7：有，因為課本習作的題目每次都會幫我們寫好算式。

S8：對！都列好算式只叫我們寫答案，然後下面只有兩個題目讓我們實際練習而已。

T：太少喔？

S8：對！動動腦（指建構反應題評量單）就一片空白，然後上面就有文字題目問我們……

T：聽起來你們比較喜歡動動腦的題目，課本習作的題目雖然比較簡單，小朋友卻不喜歡？

S13：對呀！

T：小朋友喜歡難的！真是令人驚訝！所以你們有大腦絞盡腦汁的感覺，會讓你們覺得我是個有用的人，我的大腦今天有工作。你們都有這樣想嗎？

S13：對！

S8：可以比愛迪生還要聰明。

(訪 S1040522)



郭生玉（2010）指出，評量對學生的回饋在於增進學生了解教學目標、激發學生學習動機與增強學生的自我了解。也就是評量結果可以使學生更能掌握自己的學習狀況，進而主動發展自己的能力，做自己學習的主人（Wylie & Lyon, 2009）。筆者透過與學生訪談也得知學生的確有這樣的反應。

T：那如果動動腦題目寫錯了會有什麼感覺？

S13：就改呀！反正這是事實。

S8：就覺得自己不夠好，要再多複習。

T：如果寫錯或者是覺得很難，不是會亮紅燈或黃燈（評量單自評）嗎？那會讓你們更認真聽同學上台講解嗎？

S13：會呀！

T：為什麼會？

S13：因為我不懂啊！

S7：要學習新的方法啊！

S13：對啊！有些不懂的方法、跟有些不會的方法，還有些你不知道的東西，都可以聽到。

（訪 S1040522）

此外，學生也很喜歡聽同學發表不同做法，因為可以學到不同解題策略，幫助自己更了解數學概念、更靈活運用解題策略。即使原本不會寫動動腦題目的人，經過同學講述，也能夠了解解題方法。

S13：我們寫完老師會要我們報告，這樣本來寫完還不會的人就懂了。

S8：可以學到更多的知識，可能將來遇到一種題目這種方法不行，另一種方法就可以啊！

S2：可以學到更多方式，然後運用得更靈活。

T：你怎麼知道自己有沒有運用得更靈活？

S2：就是本來自己是用比較爛的方法，但學到別人比較好的方法就可以換成比較好的方法。

T：你曾有這樣的感覺啊！

（訪 S1040522）

最後，多數學生表示更喜歡上數學課，甚至還有人認為每一天、每一科目都要有動動腦時間，讓學習更有趣、更有挑戰性。

S8：老師，我有一個想法，就是每個科目每一天都要來個動動腦，每一天都要、四個科目都要。

T：就是最好每個科目老師都要有一些比較有挑戰、比較有變化的題目給小朋友想一想。

S13：不然的話，上課都是會的，這樣就沒有什麼有趣的。

S7：然後就會睡著了！

S8：而且上課的時候記得東西又不容易很多，然後發下來動動腦可以知道自己哪裡有錯什麼的？然後可以改正。那個方法就可以運用在考試（指大考）裡面。……

T：（對S2高生）你都會的情況之下，你到底覺得這些題目對你有甚麼幫助啊？

S2：讓課程能夠（S8：生動有趣）（S13：讓智商加高）更有趣味。

T：所以你們喜歡上數學課嗎？

S8、S13：滿喜歡的。

T：以前就喜歡數學課嗎？

S13：對呀！

S8：可是我三年級的時候我都在發呆。

T：對！我覺得你三年級的時候數學課比較會分心發呆，但是四年級開始你就比較用心。

（訪 S1040522）

## （二）以建構反應題作為教學過程中的評量題目可充實數學學習內涵

建構反應題的目的在於了解學生數學概念理解情形、應用解題能力、解題思考歷程、推理能力與數學表徵能力（楊美伶，2011）。教師選擇建構反應題作為課室形成性評量的小型任務，除了檢驗學生學習狀況，無形之中，亦培養上述多種數學能力，擴充數學學習內涵。此外，學生不管是書面文字表達能力或是口語表達能力也都有提升，甚至間接影響學生課堂參與度及學習態度，進而提高總結性評量成績表現。因此，應用建構反應題進行形成性評量對學生學習有正面積極的影響。

## 陸、結語

筆者持續以建構反應題進行形成性評量，並於評量後立即提供回饋給學生，讓師生雙方都即時了解個人的學習狀況；因此，老師可根據觀察蒐集的學習證據調整教學程序，而學生也能依照自己的評量表現適度調整學習態度，其結果可謂雙贏。以下筆者提出實際操作教學與評量模型時，教師須掌握的原則。

### 一、評量是教學中的一環不與教學混為一談方能發揮其功能

教師引入建構反應題作為課室形成性評量的小型任務為新的嘗試，故初期應明確告知學生形成性評量的用意，是為了讓老師更了解學生學習狀況，幫助學生學得更好。雖然評量結果並未計分，也不予學生分級，但並非以教學觀點視之。評量的過程學生皆獨立完成試題，自己面對學習的責任，調整學習的態度。不論是老師或學生，都應該明瞭教室中評量與教學活動的差異，才能發揮形成性評量的應有的功能。

## 二、評量後立即鼓勵學生分享多元解題策略給學生回饋能鞏固數學概念

由於建構反應題的題型設計靈活，通常都可以有一種以上的解題策略，評量後教師若立即進行解題策略研討，方能達到積極的效果。原本會解題的學生可以藉由上台分享自己的解題方法，得到正面的回饋，且同時提升口語表達能力及後設認知能力；其他的學生，不但能欣賞多元解題策略，學習更有效率的解法，還能強化該數學概念的學習；至於不會解題的學生，此時因為清楚自己的弱勢，更能專注於聆聽同儕的策略，學習解題的技巧。筆者曾經因為時間掌控不佳，沒有在評量後立即進行解題討論，延宕討論的結果使學生無法得到立即性的回饋，如此形成性評量的積極效果也將打折扣。

## 三、配合相關班級經營技巧可增強學生學習效果

建構反應題的題目設計經常要求學生解釋理由，學生需要以畫圖或寫字方式回答問題，與回答課本習作中的一般數學題目截然不同。評量初期學生會感到答題有困難，不知如何表述才算是正確答題，顯得非常沒有信心。教師除了鼓勵學生將解題的想法盡量以文字清楚表達之外，還可以將優秀的學生作品（評量單）張貼於教室公布欄，並配合班級榮譽制度，予以蓋章加分等增強，刺激學生共同追求更佳的表现。而公布優秀作品除了提供全體學生觀摩學習機會，一方面鼓勵優生的表現，一方面延伸學習於課後，讓上課時間仍然不能完全掌握解題技巧的學生還有持續學習的管道。筆者還發現，平時數學表現低成就的學生，在建構反應題的表現不一定比高成就的學生差，因此張貼其作品對於低成就的學生而言，更是一種鼓舞，能夠提高學習動機，減少對數學學習的恐懼。

教師引入建構反應題作為課室形成性評量的小型任務，能夠讓教師更了解學生思維，提供即時適性的幫助，並且活化學生的學習，對於教師及學生皆有積極正面的影響，值得現場教師在教室嘗試。

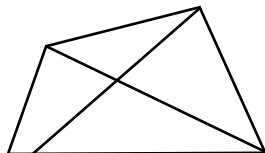
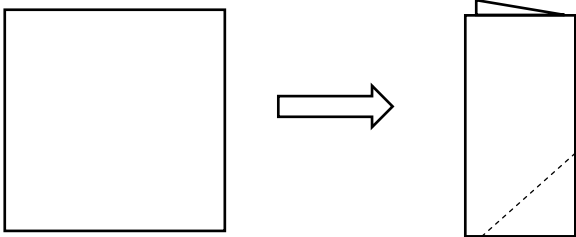
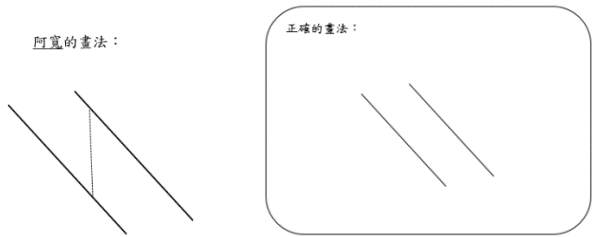
## 參考文獻

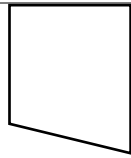
- 江文慈（2007）。超越測量—評量典範轉移的探索與啟示。**教育實踐與研究**，**20**（1），173-200。
- 余民寧（2011）。**教育測驗與評量：成就測驗與教學評量**（三版）。臺北市：心理。
- 李源順（2013）。**數學這樣教：國小數學感教育**。臺北市：五南。
- 林碧珍、蔡文煥（2005）。TIMSS 2003 國小四年級數學新試題的開發及建構反應試題診斷性編碼系統的製定。**科學教育月刊**，**280**，51-62。
- 陳清義（主編）（2015）。**臺北市國民小學 103 年度基本學力檢測計畫成果報告**。臺北市：北市教育局。
- 郭生玉（2010）。**教育測驗與評量**。臺北市：精華。
- 郭國禎、駱芳美（2004）。教師與教學評量：形成性評量與總結性評量的整合與運用。**教育研究**

月刊，127，85-92。

- 張淑慧 (2004)。建構性題目的編製。載於王文中、呂金燮、吳毓瑩、張郁雯、張淑慧 (合著)，**教育測驗與評量：教室學習觀點** (201-220 頁)。臺北市：五南。
- 梁意珍 (2014)。國小平面圖形建構反應題之學生解題分析 (未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，臺北市。
- 楊美伶 (主編) (2011)。數學建構反應題與學生解題表現分析。臺北市：福德國小。
- 楊美伶 (主編) (2014)。學生數學解題思維探究—建構反應題解題分析 (上)。臺北市：北市教育局。
- 楊美伶 (主編) (2014)。學生數學解題思維探究—建構反應題解題分析 (下)。臺北市：北市教育局。
- 鍾靜、陸昱任 (2014)。以形成性評量為主體的課室評量新趨勢。**教師天地**，189，3-12。
- Ginsburg, H. P. (2009). The challenge of formative assessment in mathematics education: Children's minds, teachers' minds. *Human Development*, 52, 109-128.
- Jonassen, D. H., Tessmer, M., & Hannum, W. H. (1999). *Task analysis methods for instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Keeley, P., & Tobey, C. R. (2011). *Mathematics formative assessment: 75 practical strategies for linking assessment, instruction, and learning*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2005). *Mathematics assessment sampler grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.
- Phelan, J., Choi, K., Vendlinski, T., Baker, J., & Herman, J. (2011). Differential improvement in student understanding of mathematics principles following formative assessment intervention. *The Journal of Educational Research*, 104, 330-339.
- Shepard, L. A. (2000). *The role of classroom assessment in teaching and learning* (CSE Technical Report 517). Los Angeles: National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing.
- Tankersley, K. (2007). *Tests that teach: using standardized tests to improve instruction*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Wylie, E.C., Lyon, C. J., & Goe, L. (2009). *Teacher professional development focused on formative assessment: Changing teachers, changing schools* (ETS Research Report 09-10). Princeton, NJ: ETS.

### 附錄一

教學單元 三角形與四邊形		評量	試題
題號	題 目	目的	來源
1-1	<p>下面圖形一共有幾個三角形？請說明清楚。（可以用寫的，也可以用畫的）</p> 	<p>檢驗 學習 概念</p>	<p>梁意珍 (2014)</p>
1-2	<p>把一張色紙對折後，如圖沿著虛線剪一刀，剪下的那一個三角形（如圖），</p>  <p>打開後會是哪一種三角形？ 這是一個(                    ) 為什麼？</p>	<p>檢驗 學習 概念</p>	<p>梁意珍 (2014)</p>
1-3	<p>兩條平行線之間的距離到底該怎麼畫呢？ 阿寬的畫法錯了，被老師打叉，請你教他正確的畫法。</p> 	<p>應用 解題</p>	<p>梁意珍 (2014)</p>
1-4	<p>小安說下圖有平行的邊，所以是一個平行四邊形。你的看法呢？</p>	<p>檢驗 學習 概念</p>	<p>梁意珍 (2014)</p>



我認為這（是，不是）一個平行四邊形。

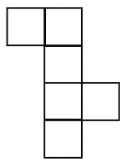
我的理由：

1-5 下列四個圖形中，何者與其他三者不同？

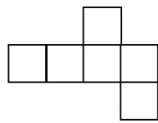
推理 梁意珍

請把你的想法寫出來。

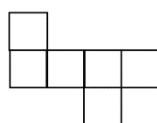
能力 (2014)



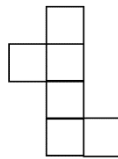
甲



乙



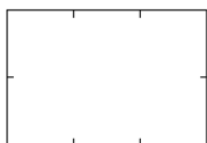
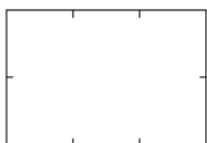
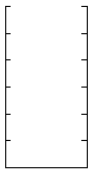
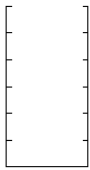
丙



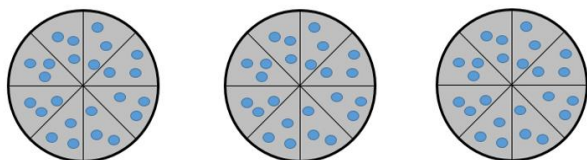
丁

我覺得( )與其他三者不同，我的想法是：

## 附錄二

教學單元 等值分數		評量	試題來源
題號	題 目	目的	北市檢測年度 - 題序
2-1	一盒蘋果有 6 顆，請畫圖表示 $\frac{8}{3}$ 盒蘋果。	表徵 能力	楊美伶 (2014) 101 學年一第 2 題
2-2	媽媽買了 2 個一樣大的蛋糕，一個給哥哥，一個給妹妹。哥哥吃了 $\frac{2}{3}$ 個，妹妹吃了 $\frac{4}{6}$ 個。 (1) 畫出 $\frac{2}{3}$ 個蛋糕。 (2) 畫出 $\frac{4}{6}$ 個蛋糕。 誰吃的比較多？把你的想法寫下來。	表徵 能力 、 表達 思考 歷程	楊美伶 (2014) 102 學年一第 2 題
	(1) $\frac{2}{3}$ 個蛋糕 		
	(2) $\frac{4}{6}$ 個蛋糕 		
2-3	比比看， $\frac{19}{40}$ 和 $\frac{18}{35}$ 哪一個分數比較大？(把你的想法寫下來，只有答案不予給分)	表達 思考 歷程	楊美伶 (2014) 99 學年一第 3 題
2-4	小民和小英用兩個一樣大的杯子喝果汁。小民喝了 $\frac{1}{2}$ 杯，小英喝了 $\frac{1}{3}$ 杯。 (1) 在杯子圖示上用斜線分別畫出小民和小英喝的量。	表徵 能力 、 應用 解題	陳清義 (2015) 103 學年一第 1 題
	 小民喝 $\frac{1}{2}$ 杯		
	 小英喝 $\frac{1}{3}$ 杯		
	(2) 小民和小英共喝了多少杯果汁？把你的想法或作法寫下來。		
2-5	8 個人平分 3 個喜餅，每個人可以分到幾個喜餅？請畫圖表示怎麼分，並寫出作法及答案。	表徵 能力	楊美伶 (2014) 98 學年一第 4 題

2-6 二年 A 班舉辦同樂會，老師訂了 3 個披薩給小朋友吃。每個披薩平分成 8 片。每位小朋友都吃 2 片，同樂會結束後還剩下  $\frac{1}{4}$  個披薩。請問二年 A 班有幾位小朋友？你怎麼知道的？



應用  
解題  
、  
表達  
思考  
歷程

NCTM (2005)  
(Grades 3-5)



## 《臺灣數學教師》稿約

2013.09.27 編審委員會會議通過

2014.09.04 編審委員會會議修訂通過

2015.05.24 編輯委員會會議修訂通過

- 壹、《臺灣數學教師》（原名為《台灣數學教師(電子)期刊》）（Taiwan Journal of Mathematics Teachers）（以下簡稱本刊）是國立臺灣師範大學數學系及台灣數學教育學會共同發行之期刊，內容以出版數學教育領域相關議題的原創性論文為宗旨。本刊徵求符合宗旨之教學實務文稿，內容包含探討數學教學策略、學生迷思概念之教學引導、數學教育課程、教材與教法等實務經驗分享、研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判、數學教學與應用性研究、數學教育研究趨勢介紹、專題演講講稿、數學學習評量、電子媒材設計、數學教師專業發展及其他數學教育相關議題等內容。
- 貳、本刊每年發行兩期，分別於四月、十月出刊，並採電子方式發行。全年徵稿，隨收隨審。
- 參、本刊所刊之文稿須為原創性的教學實務文章，即未曾投遞或以全論文形式刊登於其他期刊、研討會彙編或書籍。若文稿在送審後自行撤稿，或出現一稿多投、修正稿回覆逾期、侵犯著作權等違反學術倫理等情況，將依下列規則處理：
- 一、來稿一經送審，不得撤稿。因特殊理由而提出撤稿申請者，案送主編決定；非特殊理由而自行撤稿者，一年內將不再接受該作者的投稿。
  - 二、若文稿被發現一稿多投、侵犯著作權或違反學術倫理等情況，除文稿隨即被拒絕刊登外，一切責任由作者自負，且本刊於三年內不接受該作者來稿，並視情節嚴重程度求償。
  - 三、作者應於發出文稿修正通知的三週內回傳修正稿及修正回覆說明書，逾期視同撤稿。若有特殊情況請先與本刊聯絡。
- 肆、未經本刊同意，已獲本刊接受之文章不得再於他處發表。投遞本刊之文稿須經編審委員會送請專家學者審查通過後予以刊登，被刊登文章之著作財產權歸國立臺灣師範大學數學系及台灣數學教育學會共同擁有，文責由作者自負。
- 伍、文稿請以中文撰寫，以8,000字為原則（包含摘要、文章全文、圖表、附註、參考文獻、附錄等）。文稿的呈現請使用單行間距之12級字新細明體或Times New Roman字體，以橫書方式於A4規格紙張上，文稿上下左右各留2.5公分空白，並以Microsoft Word 98以上之繁體中文文書軟體處理。

陸、文稿格式請參考《臺灣數學教育期刊》論文撰寫體例的說明或已發行之文稿，若有需要引用英文文獻以及數學符號、公式等請參考APA第六版出版手冊。交遞稿件時需注意下列事項：

一、提交投稿基本資料表

(一) 文稿基本資料。

(二) 通訊作者之姓名、服務單位、職稱、通訊地址、聯絡電話和電子郵件地址。

一位以上作者時，非通訊作者只需填寫姓名、服務單位和職稱。

(三) 任職機構及單位：請寫正式名稱，分別就每位作者寫明所屬系所或單位。

(四) 頁首短題（running head）：以不超過15個字為原則。

(五) 作者註（author note）：說明與本篇研究相關的資訊。

二、提交已簽署的《臺灣數學教師》著作財產權讓與同意書。

三、文稿除正文外，還需包含中文摘要，摘要請獨立一頁呈現，並置於正文之前。摘要頁內容包括論文題目（粗體20級字、置中）、摘要（不分段，限500字以內）、與關鍵詞（以五個為上限，並依筆畫順序由少到多排列）。

四、若為修正稿，遞交修正的文稿上請以色字標示修改處，並需提交「修正回覆說明書」，依審查意見逐項說明修改內容或提出答辯。作者應於發出文稿修正通知的三週內回傳修正稿及修正回覆說明書，若有特殊情況請先與本刊聯絡。

柒、文稿以電子郵件方式投遞，包括作者基本資料表、著作財產權讓與同意書與全文共三份資料。作者應負論文排版完成後的校對之責，編輯委員僅負責格式上之校對。

捌、投稿電子郵箱：[tjmtedit@gmail.com](mailto:tjmtedit@gmail.com)

**《臺灣數學教師》投稿基本資料表**

<b>篇名</b>	(中文)		
	(英文)		
<b>總字數</b>	稿件全文 (含中英文摘要、正文、參考文獻、附錄等) 共_____字。		
<b>關鍵詞</b> (最多五個)	(中文)		
	(英文)		
<b>頁首短題</b> (running head)	(請以不超過15個中文字或40個英文字元為原則。)		
<b>通訊作者資料</b>	<b>姓名</b>	(中文)	(英文)
	<b>職稱</b>		
	<b>服務單位</b> (或就讀校系)	(中文)	
		(英文)	
	<b>E-mail</b>		
	<b>通訊地址</b>		
	<b>電話</b>	辦公室：( ) 分機	
行動電話：			
如為共同著作，請詳填以下共同著作人欄位，非共同著作則不需填寫。(以下欄位不敷填寫時請自行增加)			
<b>共同著作人</b>	<b>姓名</b>	<b>服務單位</b> (或就讀校系)	<b>職稱</b>
<b>第一作者</b> ( <input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	
<b>第二作者</b> ( <input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	
<b>第三作者</b> ( <input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	
<b>作者註</b> (可複選)	<input type="checkbox"/> 本篇論文為碩、博士論文改寫，指導教授為_____。 <input type="checkbox"/> 本篇論文曾於_____發表。 <input type="checkbox"/> 本篇論文獲科技部補助，計劃編號：_____。		
1.茲保證本論文符合研究倫理。 2.茲保證所填基本資料正確，文稿未曾以任何方式出版或發行，且無一稿多投、違反學術倫理，或違反著作權相關法令等事情。 3.茲瞭解並同意貴刊著作權授權規範，並保證有權依此規範進行相關授權。 4.茲保證文稿已經所有作者同意投稿至《臺灣數學教師》。 填表人：_____ 填表日期：_____年_____月_____日			

## 《臺灣數學教師》著作財產權讓與同意書

茲同意投稿至國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會共同發行的《臺灣數學教師》之一文，名稱為：

---

立書人聲明及保證本著作為從未出版之原創性著作，所引用之文字、圖表及照片均符合著作權法及相關學術倫理規範，如果本著作之內容有使用他人以具有著作權之資料，皆已獲得著作權所有者之（書面）同意，並於本著作中註明其來源出處。著作人並擔保本著作未含有毀謗或不法之內容，且絕未侵害他人之智慧財產權，並同意無償授權國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會於本著作通過審查後，以論文集、期刊、網路電子資料庫等各種不同方法形式，不限地域、時間、次數及內容利用本著作，並得進行格式之變更，且得將本著作透過各種公開傳輸方式供公眾檢索、瀏覽、下載、傳輸及列印等各項服務。國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會並得再授權他人行使上述發行之權利。惟著作人保有下列之權利：

- 1.本著作相關之商標權及專利權。
- 2.本著作之全部或部份著作人教學用之重製權。
- 3.出版後，本著作之全部或部份用於著作人之書中或論文集中之使用權。
- 4.本著作用於著作人受僱機關內部分送之重製權或推銷用之使用權。
- 5.本著作及其所含資料之公開口述權。

著作人同意上述任何情形下之重製品應註明著作財產權所屬，以及引自《臺灣數學教師》。

如果本著作為二人以上之共同著作，下列簽署之著作人已通知其他共同著作人本同意書之條款，並經各共同著作人全體同意，且獲得授權代為簽署本同意書。如果本著作係著作人於受僱期間為雇用機構所作，而著作權為讓機構所有，則該機構亦同意上述條款，並在下面簽署。

本著作之著作財產權係屬（請勾選一項）

- 著作人所有  
 著作人之僱用機構所有

立同意書人（著作人或僱用機構代表人）簽章：\_\_\_\_\_

著作人姓名或僱用機構名稱：\_\_\_\_\_

（正楷書寫）

中華民國 年 月 日

**Publisher** | Department of Mathematics, National Taiwan Normal University  
Taiwan Association for Mathematics Education

**Editorial Board**

**Chief Editor** | Yuan-Horng Lin (Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education)

**Vice Chief Editor** | Pi-Jen Lin (Graduate Institute of Mathematics and Science Education,  
National Hsinchu University of Education)

**Editorial Panel** | Yuan-Shun Lee (Department of Mathematics, University of Taipei)

Su-Wei Lin ( Department of Education ,  
National University of Tainan)

Wei-Min Hsu (Department of Science Communication,  
National Pingtung University)

Erh-Tsung Chin (Graduate Institute of Science Education,  
National Changhua University of Education)

Shu-Yi Chang (Department of Mathematics Education and Information Education,  
National Taipei University of Education)

Huan-Chuan Chang (Sinde Elementary School, Toufen, Miaoli)

Chia-Huang Chen (Department of Mathematics Education,  
National Taichung University of Education)

Kai-Lin Yang (Department of Mathematics, National Taiwan Normal University)

Hui-I Liao ( Tai-jen Junior High School, Kaohsiung City)

Shiang-Tung Liu (Graduate school of Math and Science Education ,  
National Chiayi University)

Chang-Hua Chen (National Academy for Educational Research)

Jing Chung (Department of Mathematics Education and Information Education,  
National Taipei University of Education)

---

**Address** | No.88 Sec. 4, Ting-Chou Rd., Taipei City, Taiwan, R.O.C.  
Department of Mathematics, National Taiwan Normal University  
*"Taiwan Journal of Mathematics Teachers"*

**TEL** | 886-2-7734-6576

**FAX** | 886-2-2933-2342

**E-mail** | tjmteedit@gmail.com

**Website** | <http://tame.tw/forum.php?mod=forumdisplay&fid=74>

---

1 創新數學教具教學法：幾何九九乘法表

/ 李俊賢、譚曉雯、李政德

The Teaching Method of Innovatory Mathematics Manipulatives: Geometric 99 Multiplication Table

/ Chun-Hsien Li, Hsiao-Wen Tan, Cheng-Te Lee

13 應用合作學習於國中數學課程之前實驗研究

/ 林雅雯、江柏叡、曾志隆

A Study of Cooperative Learning on Mathematics Teaching in Junior High School

/ Ya-Wen Lin, Po-Jui Chiang, Chih-Lung Tseng

26 數學課室中應用建構反應題進行形成性評量之研究

/ 胡詩菁、鍾 靜

A Research of Formative Assessment in Mathematics Classroom with Constructed Response Items

/ Shy-Jing Hu, Jing Chung

