

ISSN 1815-6355

台灣數學教師(電子)期刊

Taiwan Journal of Mathematics Teachers

第4期

台灣數學教育學會

2005年12月

台灣數學教師(電子)期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers
2005 年 12 月出版
NO. 4 2005

發行人：林福來教授

主編：
楊德清 國立嘉義大學數學教育研究所

編輯委員 Editorial Panel
呂玉琴 國立台北師範學院數學教育研究所

李源順 台北市立師範學院數學資訊教育學系

林素微 國立花蓮師範學院數學教育系

金鈺 國立台灣師範大學數學系

梁淑坤 國立中山大學教育研究所

蔡文煥 國立新竹師範學院數學教育教育系

劉祥通 國立嘉義大學數學教育研究所

劉曼麗 國立屏東師範學院數理教育研究所

(依姓名筆劃順序排列)

封面設計：施乃文

出版者：台灣數學教育學會
地址：台北市 116 汀州路四段 88 號國立台灣師
範大學數學系 M212
電話：02-29307151

電子郵件信箱：tame@math.ntnu.edu.tw
網址：
<http://www.math.ntnu.edu.tw/~tame/index.htm>

總編輯：楊德清 dcyang@mail.ncyu.edu.tw
地址：嘉義縣民雄鄉文隆村 85 號
國立嘉義大學數學教育研究所
電話：05-2263411-1924

發行宗旨

- 一、本刊為一實務性的數學教育刊物，出版目的如下：
 1. 積極發揚台灣數學教育學會之成立宗旨：研究、發展、推廣數學教育，使台灣學生快樂學好數學。
 2. 提升數學教師教學品質、數學教育研究品質及促進數學教學策略與方法之交流。
 3. 探討數學教育的學術理論與實務現況，以促進理論與實務之結合，進一步提升數學教學之內涵。
 4. 提供數學教育課程、教材與教法等實務經驗，包括數學遊戲、DIY 教具之分享，以供未來之教學與研究參考之用。
 5. 針對多數學生特定迷思概念之教學引導，如學生易有的錯誤型態及如何釐清觀念等。
 6. 介紹國內外數學教育現況。
- 二、本刊內容以充實高中、國中與小學數學教學、課程與教材為主，以提供所有關心數學教育人士之教學資源與參考依據。
- 三、本期刊以季刊方式（3 個月一期，一年共 4 期）發行，分別於每一年的 3、6、9、12 月發行。
- 四、本期刊採電子與紙本方式同時發行。

ISSN 1815-6355

台灣數學教師（電子）期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers

第 4 期

2005 年 12 月

台灣數學教師（電子）期刊

目錄

第 4 期

2005 年 12 月

耕耘與分享的園地.....	1
左台益	
一位國小教師在數學教學的轉變.....	2
詹婉華	
井字遊戲 ~ 我把小數變好玩了!!.....	16
蔡鳳秋、楊德清、吳宛儒	
提昇數學教師教學專業知能之合作行動研究.....	28
王淵智、梁淑坤、魏美智	
實踐因倍數教學模組的課室寫真.....	42
何鳳珠	
活動報馬仔.....	54

ISSN 1815-6355

台灣數學教師（電子）期刊序

耕耘與分享的園地

左台益

國立台灣師範大學數學系

台灣數學教育學會為推廣數學教育研究成果、分享教學實務經驗、促進理論與實務的結合以及協助中小學教師專業成長特發行台灣數學教師電子期刊。學會誠摯歡迎關心數學教育人士踴躍投稿、廣為宣傳，期使此期刊為台灣數學教育社群共同耕耘與分享研究成果的園地。

數學教育研究者的研究經驗與成果可以作為中小學數學教師專業發展與教學設計的參考；中小學教師現場教學活動與實務問題亦可做為研究者的研究議題。數學教育研究趨勢與議題的探討、理論模式與文獻的評析、研究方法與工具的設計、學習活動與教學模組的發展、實徵教學成效的評估、學生概念發展與解題策略的分析以及教學故事等等，都是值得研究耕耘與成果分享的素材，也是本刊物歡迎的文章。

台灣數學教師電子期刊以季刊形式發行，本期為期刊發行以來的第四期共計四篇文章。其中二篇為現場教師實徵教學成果的分享，都是以數學遊戲融入教學。分別為蔡鳳秋、吳宛儒和楊德清著作的井字遊戲~我把小數變好玩了；何鳳珠著作的實踐因倍數教學模組的課室寫真。另外二篇為教師教學專業發展的經驗，分別為詹婉華著作的一位國小教師在數學教學的轉變；王淵智、梁淑坤和魏美智著作的提昇數學教師教學專業知能之合作行動。

感謝本期四篇文章作者們的耕耘與成果的分享，特別感謝本期刊主編楊德清教授帶領的編輯群的努力經營本園地。期盼數學教育同仁繼續支持、踴躍投稿。

一位國小教師在數學教學的轉變

詹婉華

台北縣新店市中正國小 mabel53@ms45.hinet.net

摘要

近年來有許多探討有關數學教師專業發展的研究，然而大多數的研究是以第三者的角度來看數學教師的專業發展，本文則是以自述的方式來記錄一位國小教師在數學教學上的轉變。

記錄這位國小教師在數學教學上的轉變歷程包括三個部份：1.教學信念轉變的歷程、2.數學教學上的轉變、3.學生的反應及教師的感想。

本文傳達了教師必須先建立自己的教學理念，並不斷藉由外在資訊及內在省思來審視自己的想法，才能成為孩子們最好的學習夥伴的想法。

關鍵字：數學教學、國小教師、數學專業成長

壹、前言

從 82 年新課程標準、89 年九年一貫課程暫行綱要到 92 年九年一貫課程綱要，國內進行了一波波的課程改革，國小教師在教學上也面臨到許許多多的衝擊。在這一波的教育改革，不僅僅是課程內容的更新，更重要的是教學上的創新，還有觀念上的突破。強調教學應以學生生活經驗為導向，將之融入教育情境中，建構易學實用的課程目標、內涵與基本能力指標，以符合青少年身心發展的需求（教育部，民 90）。面對教育環境的改變，國小教師應該有所覺醒，要有主動了解課程的意願，並決心成為自發的學習研究者，發展個人教育專業才能。

在眾多科目中，數學一直是大家所關注的焦點之一，數學到底要如何教與如何學，也是現今教育非常重視的議題。近年來有許多研究探討有關數學教師專業發展，然而大多數的研究是以第三者的角度來看數學教師的專業發展，本文則是一位國小教師 C 以自述的方式來記錄其在數學教學上的轉變。

貳、數學教學的轉變

個人的數學教學知能及教學信念影響其教學的方式。關於一位國小教師在數學教學上的轉變歷程，在此分三個部分描述：1. 相關文獻、2. 教學信念轉變的歷程、3. 數學教學上的轉變與反省。

一、相關文獻

(一) 數學教學知能與信念

數學教師所需具備的教學知識，依學者的見解主要包括：數學知識、教學法之知識、對學生認知的知識及特定環境脈絡的知識 (Fennema & Frank, 1992)。

Raymond (1997) 將教師的數學教學信念概分成五類：1. 傳統觀：教師的角色是講解傳授知識、教師獨立教導教學主題；2. 傾向傳統觀：主要以課本教學，僅提供有限的問題解決的機會；3. 介於傳統觀與非傳統觀：對於記憶與了解一樣重視，兼具小組合作與個別作業；4. 傾向非傳統觀：問題解決活動是課堂活動的重點，有限的使用課本；5. 非傳統觀：引導並提出挑戰性問題，都是小組合作學習，不照課本上課。

近年來，國內針對數學教師教學相關信念的研究發現，當前國小教師的數學信念傾向動態觀，認為數學知識不一定是變的，對於數學教學信念普遍偏向建構觀或非傳統觀的教學理念，認為數學教學佈題要與生活結合，教師要多應用不同教學理念，多使用小組討論引導學生學習數學（例如，呂玉琴、溫世展，民 90）。

教師個人的數學教學知能與信念影響其教學方式，當教師內在的數學教學知能與信念有所改變時，顯現在數學教學上也會有所轉變。

(二) 教師專業發展

每個人都不斷在成長與改變中，而且是多層面的、持續的發展。根據美國國家人員發展協會 (National Staff Development Council)，提出下列五種不同典型的教師專業發展模式 (Jones, Lubinski, Swafford & Thornton, 1994)：1. 訓練 (Training)；2. 個人引導式教師成長 (Individually Guided Staff Development)；3. 觀察和評價 (Observation and Assessment)；4. 參與發展或改革過程 (Involvement in a Development or Improvement Process)；5. 探究 (Inquiry)。

從教師專業發展的時間來看，饒見維 (民 85) 認為理想的教師專業發展階段則可劃分為三階段六時期：1. 職前師資培育階段：探索期、奠基期；2. 初任教師導入階段：適應期、發奮期；3. 勝任教師精進階段：創新期、統整期。此外，張景媛、呂玉琴、何縉琪、吳青蓉、林奕宏 (民 91) 提出教師專業成長是由新手階段的想像期—我教清楚學生就會了、挫折期—為什麼學生考不及格、習慣期—我的同事也都這樣教、激發期—研習會說到……，到思考期—這種說法到底可行嗎、試驗期—我來試試這種新方法、修正期—我覺得不錯，只要多注意……會更好及推廣期—我要讓其他同事也了解它的好處，共八大階段。

另外，教學反省的重要性已經日漸受到重視。饒見維 (民 85) 依教師專業發展的順序將教師的反省分為四個層次：1. 技術的反省；2. 信念與假設的反省；3. 角色的反省；4. 後設的反省。

不論教師專業發展是何種模式，教師專業發展的歷程應是由內在的轉變，顯

現於外在的教學，並能有所反省。

二、教學信念轉變的歷程

國小教師 C 大學畢業後，曾在一般公司任職二年，後進入一般師院的師資班就讀，取得國小教師資格，有十四年的教學年資，其教學信念轉變可分為三個時期，包括：讀研究所之前、讀研究所之後及參與數學教師成長團體。

(一) 讀研究所之前

在讀研究所之前，國小教師 C 覺得教小學生是輕而易舉的事。認為其所知道的知識，教小學生是綽綽有餘，在剛教學的前幾年，國小教師 C 還會在教學之前先看教學指引，到後來教學指引成了補充或寫教案的工具而已。對於整個課程的設計理念及教學內涵並未去注意，所以在教低年級時，國小教師 C 常常覺得雞同鴨講，數學課的教學方法幾乎都是單純的老師講述。反而在其他的課程，國小教師 C 比較能用多元化的教學，和學生的互動也比較多。

在教學幾年後，因為有了教學經驗，慢慢的國小教師 C 對學生在學習新單元會產生什麼樣的問題有一些了解。進行教學時，便會特別強調那些容易混淆的概念，然而雖然很努力的想避免重蹈覆轍，結果只是稍微改善。於是在學生屢教不會時，國小教師 C 會歸咎於學生的基礎不好或資質不佳。

這個時期在數學的教學上，國小教師 C 是很單純的運用「刺激—反應—增強」的學習理論。雖然知道 Piaget 的認知發展理論，但也只是知道而已。此時的國小教師 C 是一位傾向傳統觀的教師。

(二) 讀研究所之後

隨著八十二年版課程的實施，國小教師 C 知道課程與六十四年版有很大的不同，也感受到課程不斷的在改變。當國小教師 C 讀了研究所後，慢慢的了解自己為何在數學教學上有如此大的挫折感，她自省其中最重要的原因是一不清楚學生在上各單元前的先備知識，更未本著學生已有的概念去助其建立新概念。於是在數學的課堂上，國小教師 C 不再急於將課本內容上完，而是不斷的用各種類型的題目讓學生思考，也開始注意佈題的方式並以小組討論的方式、上台發表個人做法、遊戲的方式來上課。其間，也曾因為課程單元太多，及時間不足而無法讓學生充分討論，因此部分學生對於國小教師 C 的教學改變不太適應，甚至向國小教師 C 表示以前的方式學得較快；然而，國小教師 C 從另一些學生的反應，看到了思考的能力，例如：有些學生會在下課時間討論上一堂課未完成的數學題；本來對數學完全沒反應的學生，會試著說出他的解題方法。

國小教師 C 心動於由學生自己找尋解題的策略，由遊戲中、互動中了解許許多多的概念，但也擔心那些無法更進一步瞭解概念的學生，覺得應該適時提供他們一些方法，他覺得每一個孩子都有其獨特性，不是用單一的教學發法就能讓每個孩子在學校的學習能有收穫，而學校教育除了知識的傳遞，健全學生的人格也是很重要的一環。國小教師 C 深刻感受到要適當拿捏「同中求異，異中求同」，真的不是件容易的事。

此時，國小教師 C 期許自己能在吸收眾多知識後，轉化成為自己獨特的教學的方式，做一位仰俯不愧的老師，一位能讓學生樂在學習的老師。

(三) 參與教師數學成長團體

當國小教師 C 在研究所就讀時，其任教學校的主任想組成一個教師數學成長團體，國小教師 C 想要充實更多的專業知識，便加入了這個團體。此教師數學成長團體的成員為七人，其中五位為一、二年級的教師。在每兩週一次的聚會中，成長團體的成員除了分享教學上的心得，也針對課程的進度、課程的教學方法進行討論，每人更輪流負責一次的主題分享。

一開始，成長團體中的成員們並不太清楚自己在團體中能得到什麼？也不曾主動將自己的心得與他人分享，在幾次的聚會後，漸漸的從課程的討論、校外研習的分享，顯露自己的教學想法，從幾位成員分享他們的教學方式，國小教師 C 感受到這一群老師在教學上有所改變，他們一起關心數學課程中的遊戲活動如何設計進行、小組如何進行合作學習、九年一貫課程的重點、數學學習的評量方式等等。

教師數學成長團體中，成員們分享個人教學理念、教學感受。例如：「評量的方法不改變只改變教學方法，是不夠的。形成性評量比總結性評量重要，評量不一定要分數化，可以層次化。」、「當小朋友在上台所說的話混淆了台下小朋友的想法時，可適時打斷，但所用的語氣要具鼓勵性」、「活動的設計方式：先想要教的概念—再依概念設計活動—人本身可用的活動—手邊可用的工具」、「學生有錯誤的想法時，不要直接告訴他錯在哪兒，用別的題目讓他自行發覺」、「二年級的計算還停留在使用一年級的方法(又一的累計)時，可利用古氏積木的操作來培養學生位值的概念」、「理解能力很重要，熟練度也很重要(理解之下的練習是必要的)」、「當學生無法建立概念時，可讓他工具性的直接模仿，我們寧願孩子有成就感(別人會，他也會)，而非挫折感」、「沒有放諸四海皆準的教學法。評量的方式不應再以全學年一起評量，可多用形成性評量」、「在二年級的學生討論裡已出現辯證的情形，班上對題目的算法呈現多樣化(5~6種)，其實學生是很有潛力的」。

藉由數學成長團體的討論、分享、辯證，國小教師 C 漸漸改變了一些觀念及想法，進而確立了自己的教學理念。

三、數學教學上的轉變與反省

國小教師 C 經過不斷吸取專業知識，建立自己的教學理念後，開始在不同數學單元的課程內容嘗試不同的教學方式，國小教師 C 的班上有 33 位學生，這些學生在中、低年級時，數學課很少有小組討論、小組競賽、小組發表的活動。以下是國小教師 C 的幾個數學教學活動、學生對教學活動的反應及國小教師 C 教學後的感想：

(一)重量與統計圖表

1. 教學活動

五年級課程中有一個單元是「重量和統計圖表」，國小教師 C 和學生一起玩了一個數學遊戲。遊戲的步驟如下：(1) 全班同學每天記錄自己的書包重量。(2) 一星期後，以小組為單位，比比看誰的書包最重、最輕。(3) 做出各組書包重量統計圖與表，或是班級的統計圖表。(4) 寫下這次活動的感想。

一位學生的紀錄如下：

9月30日－書包 500 克 鉛筆盒 250 克 書 5 公斤 水 2 公斤－總計 7750 克
10月1日－書包 500 克 鉛筆盒 400 克 書 4000 克 水 2 公斤－總計 6900 克
10月2日－書包 500 克 鉛筆盒 200 克 書 4300 克 水 2 公斤－總計 7 公斤
10月3日－書包 500 克 鉛筆盒 200 克 書 4800 克 水 2 公斤－總計 7500 克
10月6日－書包 500 克 鉛筆盒 200 克 書 4200 克 水 2 公斤－總計 6900 克
10月7日－書包 500 克 鉛筆盒 200 克 電風扇 2000 克 書 2800 克 水 2 公斤 －總計 8500 克
10月8日－書包 500 克 鉛筆盒 200 克 書 4300 克 水 2 公斤－總計 7000 克


另一位學生的紀錄如下：


9/30 書包：830g 書本：815g 鉛筆盒：45g 總計：1690g=1 kg 690g	10/1 書包：790g 書本：805g 鉛筆盒：280g 總計：1875g=1 kg 875g
10/2 書包：850g 書本：920g 鉛筆盒：280g 總計：2050g=2 kg 50g	10/3 書包：810g 書本：860g 鉛筆盒：280g 總計：1950g=1 kg 950g
10/6 書包：875g 書本：785g 鉛筆盒：275g 總計：1935g=1 kg 935g	10/7 書包：870g 書本：845g 鉛筆盒：275g 總計：1990g=1 kg 990g
10/8 書包：905g 書本：750g 鉛筆盒：270g 總計：1925g=1 kg 925g	

雖然學生記錄的方式不太一樣，但一樣可以知道自己每天書包的重量。全班將各小組成員從 9 月 30 日至 10 月 8 日每個人每天的書包重量加以紀錄與彙整，並完成統計。除了小組人數不同外，另外因為有人忘了測量，所以每人測量的天數也不太相同，造成每一組紀錄小組七天書包重量的總次數有所不同。全班書包重量統計結果如下表：

書包重量統計表						(單位：人次)
組別	第一組	第二組	第三組	第四組	第五組	總計
2公斤以下	11	16	16	13	13	69
2~2.99公斤	17	5	19	16	14	71
3~3.99公斤	9	1	2	0	11	23
4~4.99公斤	0	7	0	1	2	10
5公斤以上	1	2	0	6	0	9
總計	38	31	37	36	40	182

在統計全班一週書包的重量後，學生畫下長條圖，並寫下對此次活動的感想。以下是部分學生的紀錄：





小慶—我們可以從這張統計圖當中看出書包重量，我發現竟然有人背到五公斤以上的書包，真厲害。

小博—我是第五組，我們這一組書包的總重量是最重的，每個人書包的重量大多集中在 2kg~2.999kg 左右。在全班統計時，重 5kg 以上的居然還有 9 個人次，不知道他們是不是大力士。

小智—雖然我的書包有時候很重，有時候很輕，但是沒像小勳一樣，書包裡好像在裝酷斯拉的蛋一樣?! 真恐怖!

小勳—背得最重那天回家肩膀酸痛，如果我像小廷背著 0.6kg 的書包一定很輕鬆。

小帆一由這張統計圖，讓我們很清楚的知道，全班同學書包重量的分佈情形，也讓我們很驚訝的知道原來我們班的同學負擔那麼重，難怪害我都長不高。

2. 學生的反應及國小教師 C 的感想

學生到校後，藉由磅秤量測書包的重量。有學生表示開始對書包內物品的重量有所瞭解，也發現到有些東西是每天都帶的，所以在第一天測量後，相同的東西就不再量，有的學生則是很好奇的問我：「為什麼要量書包？」。在全班統計書包重量時，發現有的學生認為量測一星期是量測七天，有的同學認為是量一星期中上課的日子，也就是量測五天就好了，由此讓我感受到同樣的話，學生卻有不同的解讀。

當全班一起統計時，學生除了感受到每個人帶來學校的學用品不同外，也對自己要帶那麼多學用品到學校覺得訝異。製作統計圖時，不少學生發揮創意，用不同的顏色來完成統計圖表，並詳細說明統計圖中各數字的涵意。

藉由學生量測書包的方式及紀錄，能判斷學生是否清楚知道 1 公斤相當於 1000 公克的重量；學生所繪製的統計圖表，也作為評量學生對於統計圖表的認知情形。學生認為這樣的活動很有趣，並不知道這是在評量他們的學習成果。

(二) 一立方公尺

1. 教學活動

數學課上到以一立方公尺為單位來量體積，然而一立方公尺到底有多大呢？於是國小教師 C 帶領學生實際製作一立方公尺，製作方法如下：(1) 分小組，討論並準備製作的材料。(2) 將材料組合成一立方公尺的大小，並加以固定。(3) 實際體會一立方公尺到底有多大。

學生紀錄製作過程與結果，如下表與圖：

小涵一材料：許多人合力找來六張（塊）邊長一公尺的木板或厚紙板，再用膠帶黏住。

過程：四人撐住骨架，我及小穎負責用粘土固定，中途大家意見不合，而且遭受一次又一次的失敗，大家不肯合群，於是整個形體就倒了！

想法：覺得大家要同心協力、互相幫助，自己把自己的工作做好。我建議用膠帶把骨架黏住。

小穎一方法：用 12 支長 1 公尺的竹竿用膠帶把它組成正方形在用布包起來。
感想：我覺得今天在做的時候，我們用紙黏土固定的不太好，因為太少而且又會裂開，只要沒看好就會倒！我覺得應該用膠帶要不然就是熱溶膠黏會比較好。



製作一立方公尺



體會一立方公尺大小

2. 學生的反應及國小教師 C 的感想

剛開始學生在學習一立方公尺時，無法感受到一立方公尺有多大，對於一項物品有多少立方公尺只能亂猜！在實際製作一立方公尺前，為了讓學生有更多的參與，於是請學生分小組討論製作一立方公尺所需的材料，並寫下自己的想法。製作一立方公尺時，學生發現要製作好一立方公尺的模型並不像想像的那樣容易，雖然很快就能將材料組合好，卻無法讓組合好的骨架穩固，在不斷嘗試錯誤後，終於有一個小組完成了！接著，其他小組也在修正錯誤後，完成了一立方公尺的模型！學生對於製作一立方公尺除了覺得很有成就感外，也真正感受了一立方公尺的大小！

在製作一立方公尺模型後，學生對於物體大小的估測比較正確了，當我拿出一立方公分的積木與一立方公尺的模型比較時，學生對於一立方公分與一立方公尺的差距覺得驚訝！我問學生「要排一公尺的長度要幾個積木？」學生回答「100 個」，再問學生「要鋪排一平方公尺要多少個積木？」，學生回答「10000 個」，問學生「為什麼是 10000 個？」學生便拿著積木比手劃腳的說「100 個排成一排，要排 100 排，所以要 10000 個」。接著又問學生「那用 1 立方公分的積木，排成 1 立方公尺大小，要多少個？」學生回答「1000000 個」，不需我再問為什麼？便有學生回答「剛剛那 10000 個要疊 100 層，才会有 1 立方公尺的大小，所以要 1000000 個」，藉由這樣的操作，學生能實際體會到 1 立方公尺相當於 1000000 立方公分。紙筆評量時，學生不再出現 1 立方公尺=100 立方公分或是 1 立方公尺=1000 立方公分的答案。我詢問之前答錯的學生，為何知道 1 立方公尺=1000000 立方公分？學生告訴我因為對 1 立方公尺和 1 立方公分的實際比較印象很清楚，自然就能寫出正確答案了。由學生的回答我感受到

體積單位互換的教學，單純的數字轉換是比不上實際的操作！

(三) 分數

1. 教學活動

在「分數加減」及「分數乘法」單元中，國小教師 C 以小組討論的方式進行教學，讓學生說出解題的策略，藉由說明、答問、澄清、發表的歷程，建立分數的概念。部分討論的內容如下：(T：代表教師的發言、S○：代表某學生的發言、Ss：代表全班一起回答)

T：我們來看另一個題目。1 包氣球有 12 個。 $\frac{6}{6}$ 包和 1 包一樣多嗎？為什麼？小組開始討論，並將結果寫在圖畫紙上。

第五組的討論過程：

S30：我覺得不一樣。 $\frac{6}{6}$ 不就是裡面的 6 個嗎？根本就是半包啊！S16：可是也可能是一包，如果它約分的話。S30：這可能半包啊！S4：我也不知道怎麼講？S30：我覺得一應該是半包而且是分子。S25：我也覺得！S16：可是如果有約分的話。

S30、S20、S25：我覺得是半包！S30：那就寫半包！S20：應該是 $\frac{12}{12}$ 才是一整包。

S4：那 $\frac{6}{6}$ 包 \neq 1 包 不一樣， $\frac{6}{6}$ 是一包氣球的半包。S16：應該是一整包吧！S30：

半包！S16：應該是一整包吧！S30：半包。S5： $\frac{1}{6}$ 就是 2 個。S16： $\frac{1}{6}$ 那個 1 是 2

個。S16：聽你們的聽你們的不要說了。S20：先畫氣球的一半。S30：老師說最好可以畫圖耶！S25：圖要怎麼畫？S30：12 個圓再圈 6 個就好。S25：等一下 12 個圓…應該是一包！S30：為什麼？S16：妳看他如果兩個是 1 個的話，變成六組。然後六組，一組有兩個，剛好是一包。S30：可是……算了沒意見！S4：我沒意見…12 個圓然後 6 個圈起來。S30：如果 12 個圓然後 6 個圈起來，那不就是 $\frac{6}{12}$ ？

S16：你覺得 $\frac{6}{6}$ 是幾包？S25：一包。S30：我也覺得是一包。S20：你怎麼又改變

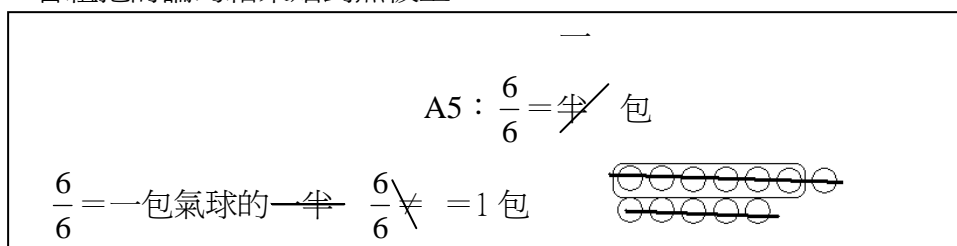
心意了呢？S30：好……半包、半包！S16：你畫 12 個圈 6 個，那不就是 $\frac{6}{12}$ ？

S4：不管！先畫 12 個圓再說。S30：1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12。S16：你看！把它一組、一組、一組、一組、一組、一組分六組，剛好 $\frac{6}{6}$ 。S4：把六個圈起來。S25：

到底是要圈六個還是二個？S16： $\frac{6}{6}$ 。S4：我知道了！你把六個圈起來旁邊寫 $\frac{6}{6}$ 。

S16：那就變成 $\frac{6}{12}$ 。S30：對喔！一包吧！S25：是阿！那就變成 $\frac{6}{12}$ ！S4：你把一整個圈起來再寫 $\frac{6}{6}$ 。S30：我覺得應該是整包，一包！S16：對呀！是一包！S30：趕快把這個畫掉！S25：對啦！就寫畫掉寫一包。

T：各組把討論的結果貼到黑板上。



T：我們來看各組的答案。每一組都寫一樣，等一下我們請第一組來說明一下她們的理由，另外，第五組原先的是寫不等，後來改成一樣。我想知道你們怎麼從不是變成是的？你們本來是寫 $\frac{6}{6} = \text{半包}$ ，後來是為什麼改成 $\frac{6}{6} = \text{一包}$ 。

S4 (A5)：看錯了。

T：看錯了？什麼看錯了？誰來說說你們從半包改成一包的過程？

S30：剛開始我以為 6 是 12 個的一半，所以 $\frac{6}{6}$ 就是半包。

T：然後呢？

S30：後來在畫圖的時候發現的。

T：發現什麼？

S30：不是 6 個，是 12 個。是把 12 個分成 6 份，每一份有 2 個，所以 6 份就是份就是 12 個，所以 $\frac{6}{6} = \text{一包}$

T：大家聽得懂 S30 的說法嗎？

Ss：懂。

T：老師想問一下，2 個 = $\frac{1}{6}$ 有沒有少寫了什麼？

Ss：.....

T： $\frac{1}{6}$ 在這一題代表什麼？

S12： $\frac{1}{6}$ 包。

T：所以？

Ss: $\frac{1}{6}$ 包=2個

T: 單位要寫清楚才可以呀! 如果沒寫清楚會怎麼樣呢?

S12: 就會不知道 $\frac{1}{6}$ 是什麼。

T: 那麼 $\frac{6}{6}$ 包和1包一樣多嗎?

Ss: 一樣多。

2. 學生的反應及國小教師 C 的感想

分數加法和乘法的單元, 先由小組討論老師提出的問題, 然後各組將討論結果呈現於黑板, 除了小組派人上台說明, 學生也針對有問題的地方提出疑問, 並在每堂課後紀錄自己的想法。由小組的討論、發表, 同學間互相的提問及回答, 發現學生能提出多種解決問題的方法, 當對於台上解說同學的說法有疑問時, 也能立即提出自己的疑問。台上的同學在課程進行的初期, 會顯得手足無措, 慢慢的能夠回答同學的疑問, 若自己無法說明時, 也會尋找同組組員的協助。

看到學生的討論、提出問題、回答問題的過程, 讓我體會到不可小看學生解決問題的能力。課程的後期, 也讓我發現學生說話的內容越來越有條理, 也越來越有自信心!

(四) 角柱與角錐

1. 教學活動

國小教師 C 在進行角柱角錐教學的最後, 以分組的方式進行了「角柱、角錐造型秀」。除了製作造型, 各組必須互相觀摩別組運用了多少個不同的角柱和角錐。

學生製作的造型如下:



此外, 還進行「角柱角錐性質攻防賽」的遊戲。進行方式如下:

- (1) 由老師提出第一個題目，並指定小組回答問題。
 - (2) 該小組回答問題後，再出題並指定小組回答。
- 例：老師提問—五角柱、五角柱。第三組。第三組回答—五角柱、五角柱。七個面、15 個邊、10 個頂點。
- 接著由第三組提問—七角錐、七角錐。第五組。第四組回答問題。
- (3) 各小組皆回答過一個問題後（為一輪），最後回答的小組重新出題，再指定小組及該小組的成員回答問題。
 - (4) 指定回答問題小組時，必須為同一輪競賽中還未回答的小組。
 - (5) 不可連續指定同一個組員，必須再經過二輪的競賽後，才可再指定同一個人回答問題。

比賽的規則：

- (1) 暖身賽由全組回答問題。
- (2) 小組個人賽必須在時間內回答正確問題。
- (3) 因必需在短時間內算出柱體或錐體邊數，為避免因數字過大，造成乘法錯誤，故提問的範圍限制為：三角柱至 12 角柱、三角錐至 12 角錐之間。

競賽記錄：

	第一組	第二組	第三組	第四組	第五組
暖身賽	○	○	○	○	○
30 秒	○27	○6	○33	×14	○32
	○15	○17	○22	×7	○4
	○28	○29	○2	○13	○30
20 秒	○24	○8	○21	○3	○5
	○27	○6	○1	○19	○27
15 秒	○10	×18	×22	×18	○4
	×24	○8	○33	○31	○30
10 秒	×15	○17	○2	×7	○16
總計	7	8	8	5	9

(說明：○、×代表對錯，數字代表該組答題同學號碼，總計為該組答對的題數)

第五組獲得勝利！

國小教師 C 希望藉由這些活動，讓學生對角柱、角錐的性質及形體有更深的了解！

2. 學生的反應及國小教師 C 的感想

當學生知道要將角柱、角錐做造型時，顯得很興奮！製作前，各小組討論要製作的造型，並由組長分派工作及統計使用了多少個不同的角柱和角錐，製作時

有學生詢問可不可以使用其他的材料進行美化？在全班討論後，決定非角柱和角錐的材料不能超過五個！當造型完成時，每組對於自己的作品都很滿意，並將作品陳列於班級走廊上的擺飾桌，讓其他班的同學也能看到大家的作品！

在進行「角柱角錐性質攻防賽」前，各小組都加強訓練組裡反應較差的同學。比賽進行時，每一組都很緊張，當同組的同學答對時，全組都歡呼起來；當同組的同學答錯時，全組都很難過。在攻防賽中，我發現原本對角柱、角錐的頂點、邊、面弄不清楚的同學，在比賽時，都能正確回答問題，也因此比賽中，讓我不得不縮短學生回答問題的時間，好讓比賽能有勝負出現！

這兩項活動讓我看到學生的創作力，也發現藉由遊戲式的競賽，讓學生能更主動的學習，並可作為學習的評量方法！

由國小教師 C 的幾個數學教學活動內容，可以體會到當數學課不再以講述概念為課程進行的主要方式時，學生學習數學的意願提高了！而由國小教師 C 所記錄的學生的反應及其對教學的感想，可以知道國小教師 C 在教學中的反省，這些反省將有助於國小教師 C 往後的數學教學，因為教學之後的反省，能讓教師思慮教學內容、流程的優缺點，有助於教師下一次的教學。

參、結語

教師的教學方式、教學態度，甚至是個人的認知想法，對於學生都會有所影響。身為教師必須先清楚自己的教學理念，並不斷藉由外在資訊及內在省思來審視自己的想法，才能成為孩子們最好的學習夥伴。

國小教師 C 在數學教學上會有所轉變，是由對教學上的疑惑，再經過進一步的進修及參加教師數學成長團體，改變了內在的教學認知後，再顯現於教學上。

「學而不思則惘，思而不學則怠」，以往的教學，比較重視知識的傳授，造成學生表面上學了很多老師給的知識，卻無法將知識活用。只是反覆思考而未建立真正的概念，無法解決生活上、工作上的難題。

在電腦發達的現今，死記的知識似乎是越來越沒有價值，而真正有價值的在於創造力。所以教師在教學上，應該不斷吸取他人的經驗與智慧，從中找出適合自己人格特質且真正有助學生的教學方式。教師必須不斷的專業成長，才能有更好的教學。

參考資料：

教育部(民 90)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要。

呂玉琴、溫世展(民 90)。國小、國中與高中教師的數學教學相關信念之探討。

國立台北師範學院學報, 14, 459-490。

張景媛、呂玉琴、何縉琪、吳青蓉、林奕宏(民 91)。多元思考教學策略對國小教師數學教學之影響暨教師專業成長模式之建構。教育心理學報, 33, 2, 1-22。

饒見維(民 85)。教師專業發展：理論與實務。台北：五南。

Fennema, E. , & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp.147-164. New York : Macmillan.

Jones, G. A. , Lubinski, C. A. , Swafford, J. O. , & Thornton, C. A. (1994). A framework for the professional development of K-12 mathematics teachers. In Aichele, D. B. , & Coxford, A.F. (Eds.) , *Professional development for teachers of mathematics*, (pp.23-36) . 1994 Yearbook. VA:NCTM.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher' s mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 577-601.

井字遊戲 ~ 我把小數變好玩了!!

蔡鳳秋

國立嘉義大學數學教育研究所 s0920301@mail.ncyu.edu.tw

楊德清

國立嘉義大學數學教育研究所 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

吳宛儒

桃園縣幸福國小 0920296@mail.ncyu.edu.tw

摘要

本活動的主要目的欲探討將遊戲融入小數課室，希望藉由此教學活動來幫助初學習小數概念之小三學生在一位小數上的合成與分解活動，讓他們從遊戲活動中去體驗小數合成與分解的意義，以建立完善且正確的概念，並對小數能有更深一層的認識。研究發現將孩子生活中熟悉且常玩的遊戲融入教學，學生在面對小數的合成與分解活動時，不僅能以算式紀錄解題過程，而在解決三個數字的加減活動時，亦能發展出合適的解題策略。此外，遊戲融入數學的教學方式，即使數學內容難度增加但是並沒有讓學生退縮，且學生更能去思考數字和數字的關係。

一、前言

小數是一複雜又重要的概念，因為它包含了分數「部分與整體的關係」及整數的「位值概念」(劉曼麗, 1998)，也因而小數概念對國小學生而言是非常抽象和複雜的，以至於學生在學習上時常遭遇困難。許多研究結果就指出，學生剛開始接觸學習小數單元時，會產生很多的迷思概念(吳昭容, 1996; 陳永峰, 1998; 吳金聰、劉曼麗, 2000; 劉曼麗, 2005; Hiebert & Wearne, 1986)；此外，有些研究報告亦指出學童學習小數時常會因整數、分數的概念而產生干擾(Fischbin, Deri, Marino, 1985; Greer, 1987; Hiebert & Wearne, 1983, 1986, 1988; Resink, Nesher, Leonard, Magone, Omanson, & Peled, 1989; 林麗雲, 2002; 劉曼麗, 2003, 2005)。由此可知，小數的學習在課程內雖佔了相當重要的部分，但是國小學童在小數方面的學習卻似乎不理想。

Sobel 和 Maletsky (1988) 指出數學遊戲是很棒的教材，如果有效、多元的運用，不單能激起學生的興趣，也能有效地發展某些基本數學概念和技巧。Haigh (1999) 和 Everitt (1999) 曾利用撲克牌遊戲，不僅引導學生建立了機率和統計等數學概念，且透過這樣非例行性的活動，學生也發展出最佳解題策略以及協助教師營造一個有趣且豐富的課室情境。此外，國內黃國勳和劉祥通 (2005) 亦利用遊戲幫助孩子建立抽象的因數概念，且其研究結果發現遊戲融入教學能產生良好的學習效果。由此可知，在

兒童日常生活的遊戲中，不僅隱含著許多數學概念（蔡文煥和林碧珍，1998；Haigh, 1999），也能營造輕鬆快樂的學習氣氛，進而引起學生的學習興趣，所以遊戲融入教學已成為熱門創意教學方式之一。

以往教科書對於小數的合成與分解部分，大都採取教學完畢後，再進行個人紙筆計算練習小數之加減以增進其熟練度。但是杜建台（1996）的研究卻指出，國內六年級的學童雖然學習了兩年的小數，但是仍然具有許多的迷思概念。我想究其原因，是長久以來，學生面對的只是一連串反覆計算的練習，而忽略了對小數意義的了解。有鑑於此，研究者期望結合學生的實際生活經驗，來設計一個能夠幫助學生學習小數合成與分解的活動，而藉由這個教學活動來幫助初學習小數概念之小三學生在一位小數上的合成與分解活動，讓他們從遊戲活動中去體驗小數合成與分解的意義，以建立完善且正確的概念，並對小數能有更深一層的認識。

二、教學活動設計

本研究將「井字遊戲」融入數學科教學活動中，目的藉由學生日常生活中常接觸且喜歡玩的賓果遊戲來激發其學習興趣，以避免長期枯燥的計算練習，讓學生對數學產生厭惡感，甚至不了解小數概念。換句話說，讓學生透過在教室真實情境中的操作和探索，不僅能持續的進形小數合成與分解的計算練習，也能讓他們建立良好的小數概念。本研究教學進行採用小組學習的方式，採異質性分組，以八位小朋友為一組，進行井字遊戲的討論，組內再分成兩人一組進行對抗練習。

此遊戲分為兩部分，一是一位小數加法，另一部分是一位小數減法。小數加法欲小組找出問題一可以將三個數字連成一直線而且相加為 0.6 的所有可能；問題二則以 2 人 1 組，最先找出三個成一直線的數，而且和為 0.8 者為贏家；小數減法是小組找出問題一可以將三個數字連成一直線而且相減為 0.2 的所有可能，而且必須以中間 0.9 為被減數；問題二則以 2 人 1 組，以中間 0.9 為被減數，最先找出三個成一直線的數，而且相減為 0.3 者為贏家。但因篇幅限制，研究者只呈現小數加法和減法中的問題一。

茲將本研究「井字遊戲」教學活動設計的教學目標、活動說明、教學時間、遊戲規則說明如下：

活動名稱：井字遊戲

教學目標：瞭解一位小數的合成、分解並可進行一位小數的化聚。

先備知識：對一位小數有初步的認識。

教學節數：2 節 / 80 分鐘

遊戲說明：

先進行小組合作解題，解題、發表完，進行 2 人 1 組分組遊戲，將結果記錄在解題單上。

【第一部分】

內容說明：小組找出問題一可以將三個數字連成一直線而且相加為 0.6 的所有可能；

問題二則以 2 人 1 組，最先找出三個成一直線的數，而且和為 0.8 者為贏家。

佈題：(1)和為 0.6(小組討論) (2)和為 0.8(分組遊戲)

0.2	0.4	0.2
0.4	0.2	0
0.3	0.1	0.2

0.2	0.5	0.1
0.3	0.3	0.3
0.6	0.2	0.4

【第二部分】

內容說明：小組找出問題一可以將三個數字連成一直線而且相減為 0.2 的所有可能，而且必須

以中間 0.9 為被減數；問題二則以 2 人 1 組，以中間 0.9 為被減數，最先找出三個成一直線的數，而且相減為 0.3 者為贏家。

佈題：(1)差為 0.2(小組討論) (2)差為 0.3(分組遊戲)

0.6	0.3	0.7
0.5	0.9	0.4
0	0.4	0.1

0.5	0.1	0.5
0.6	0.9	0.3
0.2	0.4	0.1

三、教學實踐歷程

本研究「井字遊戲」融入一位小數的合成與分解之活動設計，經過實際實施之後，發現學生在學習態度及學習結果上，均比以往「紙上談兵」的小數合成與分解之教學或測驗均有很大的改善。整個「井字遊戲」教學活動設計可分為一位小數加法與減法兩部分，實踐的結果分述如下：

(一) 透過遊戲的實踐，可以增強小數的概念與小數合成能力

過去小數的合成與分解的練習，大都採行紙上書寫練習的方式，學生往往進行著枯燥的紙筆計算，但對於小數的合成或分解並沒有太深刻的感覺，而透過「井字遊戲」

加法部分，在限定學生總合為 0.6 之條件下（如圖 1），只能利用三個一位小數進行合成與分解，不僅考驗著學生對於一位小數的合成之敏感度，更增添了些許與以往小數計算練習不同之困難度。原案分述如下：

0.2	0.4	0.2
0.4	0.2	0
0.3	0.1	0.2

圖 1 井字遊戲~加法部分（顏色線段表示所有的解法）

（原案 1-1）

T：你們這一組怎麼判斷的

S：我們就是看這一條線嘛，因為 0.6 能被 3 個 0.2 組成嘛

T：所以你們是一條一條線檢查嗎

S：對，一條一條檢查，然後計算

由於遊戲規定最後三個相加的一位小數需連成一條線，因此此組小朋友利用此規則進行解題，一條一條的進行相加，而過程中他們發現 3 個 0.2 恰可以合成 0.6，於是順利解決了問題。

（原案 1-2）

S：我們用 0.3 去算， $0.3+0.1=0.4$ 阿，然後 $0.4+0.2$ 就等於 0.6

T：有沒有問題

S：沒有

T：那為什麼不用 0.3 加 0.2 或 0.4 那兩條呢？

S：因為 0.3 加 0.4 已經超過 0.6 了啦，阿 0.3 加 0.2 是 0.5，但是再加 0.2 就暴掉了，就不可以。

此組小朋友先以 0.3 為起點，再繼續找下一個加數，他們發現由 0.3、0.1、0.2 三個小數相加合起來剛好是 0.6，又可以連成一條直線。但是研究者為了更進一步了解他們為什麼不選擇加 0.4 或 0.2 那兩條線，於是繼續追問。而小朋友經過加以檢查之後，表示其合均會超過遊戲總合只能為 0.6 的要求，這也顯示遊戲的規則讓小朋友進行解題時，有更多機會可利用其所學過的數學知識。

（原案 1-3）

S： $0.4+0.2=0.6$ 然後 $0.6+0=0.6$ 所以這一條線

T：簡單，有沒有問題

S：沒有

T：那為什麼一定要加那個 0

S：因為老師有規定要 3 個數字阿

T：那 $0.6+0=0.6$ 時，0 和 0.6 那一位相加？

S: 0。

T: 什麼位?

S: 個位。

T: 為什麼?

S: 阿 0 在個位, 0.6 是一位小數, 那個 6 是十分位, 怎麼可以和個位加阿。

此組的小朋友發現由 0.4、0.2、0 三個小數合起來為 0.6, 又恰好可連成一直線, 因此符合遊戲的規定。但是, 因為 0 位值表示個位, 研究者為了再次強調進行小數加法時其位值觀念, 所以特別追問 0.6 和 0 相加時位置的概念, 也讓學生加深小數和整數之大小是不同的。

透過「井字遊戲」加法部分, 不僅讓學生透過遊戲能更熟練進行一位小數的合成, 且由各組學生的不同解題策略之分享, 更可以發現 0.6 可以由好幾種方式的三個一位小數來合成, 也增添其對數字的瞭解。

(二) 透過遊戲的實踐, 可以增強小數分解的能力

「井字遊戲」減法部分, 困難度比加法部分還要高 (如圖 2)。由於此單元為小朋友初次接觸小數概念, 因此其合成與分解以不超過 1 為限, 因此減法遊戲以中間 0.9 為基準, 再往外減出去, 但被減數 (0.9) 和兩個減數需連成一條線, 且最後的差為 0.2。研究者本以為, 此部分對學生挑戰度更為高, 但是學生的表現卻令人稱讚。原案分析如下:

0.6	0.3	0.7
0.5	0.9	0.4
0	0.4	0.1

圖 2 井字遊戲~減法部分 (顏色線段表示所有的解法)

(原案 2-1)

S: 0.9-7

T: 0.9 減誰?

S: 減 7; 0.7, 然後等於 2

T: 等於多少?

S: 0.2, 然後 0.9 減 0 一樣是 0.2

T: 是 0.9-0, 還是 0.2-0?

S: 0.2

T: 然後呢?

S: 0.2-0, 然後這是 0, 所以一樣是 0.2

T: 那再考考你們, 0.2-0 怎麼減, 之前加法時也有類似的情形喔。

S: 我知道, 我知道。就是零是在個位, 減零是 0.2 的零減的。

T：為什麼呢？

S：它們都是個位阿！

這一組小朋友是利用逐一減的策略。首先他們利用 0.9 減掉 0.7 得到 0.2，而 0.2 再減掉 0 得到的 0.2 是遊戲規定最後得到的差，再者 0.9、0.7、0 三者又可連成一線，達到此遊戲的最終目標。在此，小朋友的解題策略出現一位小數和 0 的相減，而研究者為了再次的強調其位值觀念，因為持續的追問小朋友，以讓他們再次加深、加強一位小數和整數的相加減。

(原案 2-2)

S：我們就先把 0.9 旁邊的兩個數加起來，然後看 0.9 去減那數字會不會等於 0.2，
0.3+0.4 等於 0.7，0.9-0.7 然後就等於 0.2，所以畫這一條就可以

T：喔！他們有一個好方法喔，他們不是一個一個減耶，他們是先把要減的這兩個數字
怎麼樣？

S：加起來

這一組小朋友利用前面加法部分遊戲，先把中間 0.9 周圍的兩個一位小數作相加的動作，再使用 0.9 減去相加的合得到 0.2 即為成功。而他們發現 0.3 和 0.4 相加是 0.7，0.9 再減 0.7 可得到 0.2，而且 0.9、0.3、0.4 又可連成一條直線，所以達到目標。此組小朋友的方法，令研究者眼睛一亮，因原本以為學生只會一步一步進行分解的動作，但他們卻利用前面的所學過一位小數合成的概念來幫助解題，亦讓其它組的同學得到不同的收穫。

(原案 2-3)

T：用你們的方法喔不要學別人的

S：9 再-1=8，然後 8-6=0.2

T：你一開始在講 9-1 是什麼？

S：0.9-0.1

T：喔你們在講的時候，你們要說那個 9 是代表 9 個 1 嗎？

S：不對

T：那是代表什麼？

S：9 個 0.1

T：9 個 0.1，喔！不要講錯了。他們先減，0.9 先拿來減其他的數字，0.9 先拿來-0.1
等於多少？

S：0.8

T：那 0.8 再拿來減 0.6 等於多少

S：0.2

此組小朋友和第一組相同也是逐步減策略，但是他們找到的另一組答案。他們先利用 0.9 減掉 0.1 得到 0.8，再使用 0.8 減掉 0.6 即得到 0.2，且 0.9、0.8、0.1 又可連成一條線，完成遊戲目標。但是此組同學在表達其想法時，研究者要強調他們 0.9 和 9 是不同的，所以特意再次強調其 0.9 是表示 9 個 0.1 和而不是 9 個 1，以釐清和

加強小數的基本概念。

三、口語上仍習慣以整數來述說小數

由於三年級小朋友先前所接受的數學概念均以整數為主，小數對他們而言是全新的概念，所以研究者希望在初步小數教學的過程中，加強小朋友整數和小數是不同的概念。但在此遊戲過程中，研究者發現學生在進行解題時，仍不免口語上會出現使用整數的情形。原案如下：

(原案 3-1)

S: 0.9-7

T: 0.9 減誰?

S: 減 7; 0.7, 然後等於 2

.....

(原案 3-2)

S: 9-6 等於... 那個... 什麼... 3, 3 再減 1 會等於 2, 所以這一條

S: 9-3 不是會等於 6 嗎?

S: 6 然後勒?

S: 6 再減這個 4

S: 會等於多少

S: 6 再減 4 會等於 2 阿

.....

(原案 3-3)

T: 用你們的方法喔不要學別人的

S: 9 再-1=8, 然後 8-6=0.2

T: 你一開始在講 9-1 是什麼?

S: 0.9-0.1

T: 喔你們在講的時候, 你們要說那個 9 是代表 9 個 1 嗎?

S: 不對

.....

從上面的原案可發現，三年級初學小數的學生口語上仍會不經意的以整數描述小數，但教學者在學習過程中應立即加以引導或反問，以讓學生及時改正，期望他們能在初步學習小數階段就能發展正確的小數概念，以減少往後可能會產生小數上的相關迷思。

四、對遊戲融入數學後，對數學課的觀感

遊戲不再只是單純的遊戲，數學元素的加入，讓它變的更豐富、更有內涵。遊戲教學所著重的並非在結果的輸贏，而是從遊戲的過程中，展現與引發學生的種種思考（饒見維，1996；黃國勳、劉祥通，2003）。遊戲進行時，學生反應非常熱烈，並積極參與活動。而出乎研究者預料之外的是，在遊戲過程中，平常數學程度不好的學生，

並不影響這個遊戲的進行，反而表現並不遜色，並能快速求出答案，就算平常不愛發表的學生，在活動進行中，亦非常踴躍的舉手想要上台玩遊戲，大大的提升學生的學習興趣，而學生亦在學習單上表達出對於此活動的熱愛。

數字如何做成遊戲,也學到了小數的加減。
這次的活動很好玩

圖 3 學生心得一

今天就算玩遊戲,也可以學到東西,
小數也可以在練習。

圖 4 學生心得二

此外，透過遊戲教學，學生能發展出適合自己的解題策略，在處理小數相減的活動中，有的學生會先將兩個減數先合起來，再拿被減數去減；或是一個一個一次減完。不管哪一種解題策略，都可以看出學生對題目的理解，並具備一位小數的合成與分解能力。再者，遊戲教學讓學生更專注於學習，遊戲融入教學可以讓學生更專注於活動的進行，除了訓練學生的反應能力之外，亦能達到學習的效果。以下呈現學生在「井字遊戲」之學習單心得：

玩井字遊戲我發現相減的如果中間的數字先畫掉就很容易平手。

圖 5 學生心得三

我學到任何數字相加或相減都會得到一個數

圖 6 學生心得四

井字遊戲很有趣可是我的基手很兇不好玩,我學到不要一直走別人的路,不然自己也會不到

連

圖 7 學生心得五

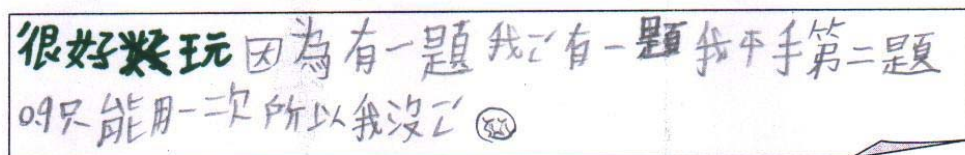


圖 8 學生心得六

五、結論

遊戲結束了，不過「小數」種子卻逐漸地在孩子的數學世界裡發芽與成長！短短的兩節課，卻讓學生經歷了兩堂和以往不同的上課方式。

數學遊戲的設計乃是希望讓學生能在輕鬆的氣氛中學習，可減少對數學的排斥，並且在遊戲中應用數學知識，且藉由遊戲來幫助學生發展思考與推理的能力，進而促進學生建立有意義的理解，而不只是機械式的套用與計算。「井字遊戲」就是將孩子生活中熟悉且常玩的賓果遊戲融入數學課室中，在面對小數的合成與分解活動時，學生不僅能以算式紀錄解題過程，而在解決三個數字的加減活動時，亦能發展出合適的解題策略。而研究者亦發現，遊戲融入數學的教學方式，即使數學內容難度增加但是並沒有讓學生退縮，在其學習單的心得分享中，學生甚至認為能讓他們動動腦，培養思考的能力，且教學過程中發現學生更能掌握數字與運算之間的關係。Greeno (1991) 提及擁有良好數常識者知道如何藉著組合、分解與其它方式來轉化數字，以利於問題之處理。經過這次的教學，學生更能去思考數字和數字的關係，並且能將過去所習得知識應用於新的情境中。

綜合上述，在進行教學活動中，若教師能適當將遊戲融入其中，不但可以提升學生的學習興趣，而且對學習也有正面的效果。同時在教學活動設計上，若能提供具體物讓學生實際操作，是有助於學生建構數學概念的。再者，在教學活動現場不能老是教師唱獨角戲，提供師生互動及小組討論的機會，更可以強化數學概念的學習的。此次將遊戲融入小數合成與分解的教學跟大家分享，也藉由此來拋磚引玉，小種子也能成長為一棵大樹!!

參考文獻

- 吳昭容(1996)。先前知識對國小學童小數概念學習之影響。國立台灣大學博士論文(未出版)。
- 吳金聰、劉曼麗(2001)。國小三年級小數教學研究。科學研究教育研究與發展季刊, 19, 44-60。
- 杜建台(1996)。國小中年級學童「小數概念理解」之研究。國立台中師範學院碩士論文(未出版)。
- 林麗雲(2002)。探討國小五年級學童小數迷思概念之研究。科學研究教育研究與發展季刊, 28, 75-92。
- 陳永峰(1998)。國小六年級學童小數知識之研究。國立屏東師範學院國民教育研究所碩士論文。
- 黃國勳、劉祥通(2005)。撲克牌融入因數教學之創意教學行動研究。教育研究集刊, 51(1), 95-130。
- 蔡文煥和林碧珍(1998)。數學、文化和認知整合教學研究:兒童文化活動類型與結構。中華民國第十四屆科學教育學術研討會暨第十一屆科學教育學會年會短篇論文集編。教育部。
- 劉曼麗(1998)。小數教材的處理。論文發表於86學年度數學教育研討會。嘉義縣嘉義師範學院。
- 劉曼麗(2003)。從小數符號的問題探討學生之小數概念。屏東師院學報, 18, 459-494。
- 劉曼麗(2005)。小數診斷教學研究。科學教育學刊, 13(1), 29-52。
- 饒見維(1996)。國小數學遊戲教學法。台北, 五南。
- Everitt, B. S. (1999). *Chance Rules : An Informal Guide to Probability, Risk and Statistics*. New York: Springer-Verlag.
- Fischbin, E., Deri, M., Marino, M. (1985). The role of implicit models in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3-17.
- Greeno, J. G. (1991) Number sense as situated knowing in a conceptual domain, *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 170 - 218.
- Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 37-45.

- Hiebert, J. & Wearne, D. (1983). *Student's conceptions of decimal numbers*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal. (ERIC Document Reproduction Service No. ED230415).
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1986). *Learning decimal numbers: A study of knowledge acquisition* (ERIC Document Reproduction Service NO. ED267 973).
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1988). Instruction and cognitive change in Mathematics. *Educational Psychologist*, 23(2), 105-117.
- Haigh, J. (1999). *Taking Chances: Winning with probability*. New York: Oxford University Press.
- Resink, L. B., Neshler, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Sobel, M. A., & Maletsky, E. M. (1988). *Teaching Mathematics*. New Jersey: Prentice Hall.

提昇數學教師教學專業知能之合作行動研究

王淵智¹、梁淑坤²、魏美智³

¹ 高雄市鼓山國民小學教師兼高雄市國民教育輔導團數學領域輔導員 sanfong@xhome.com.tw

² 國立中山大學教育研究所教授兼所長 leung@mail.nsysu.edu.tw

³ 高雄市鼓山國民小學教師 wander60@ms45.hinet.net

壹、緒論

教育改革必須從基層紮根，改革的成敗累積自教室。近幾年台灣的數學教育無論是課程綱要、教材或教學法等都有大輻度轉變，但符合基層老師需求的進修機會卻明顯不足(王淵智、吳佳娟，2004)。在國民小學教育階段，由於採行包班制教學，所以絕大部分任教數學的老師並非數學或數學教育系出身。大多數老師在職前教育階段只接受過「普通數學」及「數學科教材教法」兩門課程的訓練。即使是大學主修數學的老師能否勝任小學數學教工作亦是個未知數，因為要做為一個數學老師必須同時擁有充分的學科知識、課程知識、教學法知識及兒童認知發展知識等。美國數學教師協會(簡稱 NCTM)(2000)在「學校數學的原理及標準」就明白指出，欲進行有效教學的老師必須要瞭解數學、把學生視為是學習者且要懂得採用適當的教學策略。可見，要達成有效的數學教學，除了要具備充分的學科知識外，也必須熟悉教學法及學習心理學等。職是之故，國小數學老師如何進行在職進修以增進教學專業是一門相當重要的課題。

教師這份職業，若要被其他行業視為視「專業」，必須如同 Schön (1983)所強調這個社群的人「至少要能發現這個問題並解決問題。」所以，「教師是行動者，亦是研究者」近年來被大力倡導，希望老師在現場發現問題、找出解題策略、解決問題以樹立其專業形象。行動研究(action research)是透過從實務行動過程中進行反思(reflection)(蔡清田，2003)，並企圖縮小理論和實務的差距，所以被視為是最符合教師教學場域所進行的一種研究型態。而「合作行動研究」(collaborative action research)則是以團隊的方式代替教師單打獨鬥，既可集眾人之智慧，亦可避免有意從事研究的老師陷入孤立無援，以致於不敢起步或半途而廢。在合作行動研究中，所有的參與者都是研究者，跳脫傳統「研究

者」與「被研究者」的思維。易言之，所有參與研究人員均站在平等的地位，共同謀求問題的解決。

基於上述的背景，本研究由學科專家、學習領域輔導員及現場教師共同組成研究團隊，針對國小數學教師所面臨的教學問題做為研究焦點，發現問題並探究解決策略的可行性。最終的目的乃冀圖提昇數學教師的教學專業素養。

貳、研究問題的描述

一、研究的概念架構及研究問題

本研究採取行動研究問題發生的邏輯，先設定研究目標後再逐漸從研究歷程中形成問題焦點，再根據焦點問題尋求可能的策略，繼以反思策略的成效或所引發的新問題，使之成為教學-----反思----形成問題----尋找解題策略----執行----反思等歷程，主要研究概念架構如圖 1 所示。

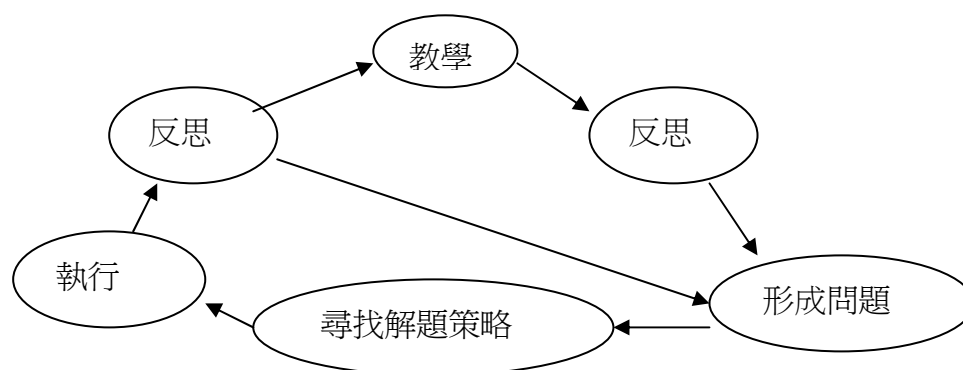


圖 1 研究概念架構圖

本研究基於上述問題的發生邏輯，在開始著手進行之初即以「提昇數學教師教學專業知能」為目標。藉由教師的反思找出最切身、最急於解決的焦點問題，再以教師為本位尋求可能的解決策略，進而將策略付諸實施，於歷程中進行不斷地反思。事實上，反思貫串整個研究歷程，所以有時會基於反思的結果重新調整策略。

本文因限於篇幅的緣故，只針對以下三個問題進行探討：

(一) 由老師反思教學找出問題的可行性為何？

- (二) 初接新班級在進行數學教學時，老師可能遇到的問題為何？
- (三) 解決專業問題的策略及其效益為何？

二、名詞解釋

以下對於本研究所涉及之名詞予以說明如下：

(一) 教學專業知能

是指和數學教學有關之學科知識、對學生的瞭解、班級經營及教材瞭解等各方面，足以影響有效教學之知識或處理教學問題的能力。

(二) 同儕專業對話

主要是指在研究場域中，教師和校內老師及輔導員針對數學教學所進行的各種專業對話。

(三) 閱讀專業書籍

指教師閱讀由輔導員提供與教學主題有關之讀物。在本研究所涉及讀物包括：國立教育研究院出版的課程專書(例如：分數、整數)、除法教學的實徵研究專書及教材理論基礎。

(四) 網路互動

是指經由輔導員在奇摩網站上開設之「國小數學教學網」(http://tw.club.yahoo.com/clubs/Math_Teachers_Talk)建立的互動平台，提供四位成員在網路進行與教學有關之提問、分享與討論。

參、研究場域的描述

一、研究主角

本研究是以高雄市市郊一所小學的一個三年級班級做為主要研究場域。該班有三十二位學生，學生的程度中等居多，有的學生在程度較佳或在校外補習能言善道；有的學生則程度落後，上課不敢發言，常常無法獨自完成老師上課中所交付的學習任務(解題)。

座位的安排，起初是採取直排式兩人坐一起，到了研究展開之後調整為五到

六人進行小組的合作學習。

研究主角則是擔任該班教學的魏老師(本文第三位作者),具有十年的教學年資,曾經帶過一年的普通班,隨後連續九年擔任資源班(特殊教育)的教學工作。魏老師擁有一股教學熱忱,相信學生只要給予機會,多多少少還是會學些東西,同時她也頗重視相對弱勢學生的學習機會,認為讓他們能夠自己解題是建構數學知識的重要途徑,也是老師教學的重要目標。

研究進行的這一年,是魏老師回到睽違九年的大班教學的第一年,因此深深覺得有重新做調整、再出發的必要,方能適應大班級的教學。

二、研究者的角色

在本研究中三位研究者各有其基本的立場,亦相輔相成。

輔導員在前後期所扮演的角色略有不同。在前期,主要扮演的是促進教學反思的催化者;在後期則扮演問題的共同解決者。Stringer (1996)指出研究者應該扮演「催化者」(catalyst),要做到「不強迫但卻可以激勵別人改變」,更重要的是要讓參與者能夠發展對自己問題的分析。

教師是教學實務的反思者,從教學中反思教學專業知能,並且是尋求解決教學困境之可行策略的主體,以提昇自己的專業做為鵠的。

學科專家則是輔導員和教師共同諮詢的對象,亦是整個研究的督導者、資源的提供者。

肆、研究的時程與資料蒐集

一、研究的時程

本研究從2003年9月4日開始由輔導員和教師做接觸,徵詢其進行合作研究的意願。經其同意後,在每週四節的數學課裡選取一節做教學觀察,並在觀察後進行40至50分鐘的晤談。從2003年9月10日正式進行教學觀察,持續到94年4月,共做了23次的觀察及訪談,平均每個月觀察2至3次。

二、資料的蒐集

本研究蒐集的資料主要有四類,除了以「觀察」和「訪談」記錄為最主要外,

由教師撰寫的「閱讀思考單」亦是做為分析的重要資料來源。另外，教師和學校同事專業對話的內容及錄教學影帶均是本研究分析的依據。

伍、研究結果與討論

一、學生補習對教師教學的影響與因應

(一)問題的描述

學生間個別差異是老師面對新班級教學之初最急需適應的環節。除了過去學習經驗的差異外，有些小孩在校外接受補習，其進度明顯超越未補習的同學。造成對學校老師教學展現出不耐煩的心態，有些人玩著自己的東西不安份聽課。情況較好者老是搶著回答問題，無形中剝奪其他未補習或學習較緩慢者的學習機會，情況不好時則公然挑戰老師的教學。魏老師在兩次的訪談，對此提出她的感受。她說：

比較困擾的是有些小孩子在外面都上過補習班，他們覺得我們現在教的太簡單，所以很無聊。可是我們又不能為了這些就不管其他學生。有少部分學過的學生上課就會搗蛋，常常亂發言，故意唱反調、考老師。(20030910 訪談)

魏老師也表示上過校外補習的學生，甚至會在國語課公然說「我們安親不是這樣教的」，挑戰學校老師的教學專業。除了程度高、超前學習的學生所製造的困擾，魏老師更關心程度差的學生，擔心他們受到影響而「嘴巴閉得緊緊的」(20030917 訪談)，造成日後程度落差越來越大。

由上述教師的知覺，反應出對該問題的困擾。此問題所考驗的正是老師能否因應不同學生程度以進行教學的專業能力，其中涉及到班級經營的技巧與教學內容安排的適切性的抉擇。一位擁有良好專業能力的老師，在面對不同學生學習需求時應能採取適當因應策略。所以，它成為本研究第一個要處理的問題。

(二)策略執行與成效

從觀察中發現，魏老師在沒有採取本研究相關策略之前，所採取的因應方式

有兩種。第一種是直接告訴表示有補習且已經學會的學生：「可是，有人沒有補習！」(20030917 觀察;20030924 觀察)或「你已經知道了，你就複習。」(20030917 訪談)以表示請他停止插話，讓老師的說明陳述完整。第二種方式則請表示已經學過的學生充當座位旁邊同學的小老師。然而，雖然採用這兩種方式回應，仍然覺得該問題並未解決。

隨著研究逐步展開，透過和輔導員對話及經驗分享，魏老師首先表示：「其實可以去訪問一些有經驗的老師，然後再從別人思考的觀點來整合…。我是有聽說吳老師數學教得滿好的…。」(20030917 訪談)。在真正執行該策略之後，魏老師採取該老師的建議，對於不敢開口表達作法的學生，一步一步的帶著他做表達，甚至先從簡單的判別作法「對」或「不對」開始(20031001 觀察)。魏老師認為這種方法很不錯，帶著不敢說話的學生說，至少可以增加他的自信心(20031001 訪談)。值得一提的是，請教資深同儕的策略是魏老師經過訪談後自己提出來的，並非來自於輔導員或學科專家的指導或暗示，反映了透過對話反思教師可以從所處的環境裡找尋問題解決、提昇教學專業的可能途徑。

其次，輔導員提供過去採用分組合作學習的經驗，利用生活情境布題(problem posing)引發已經學過的學生產生新鮮感，以吸引學生的學習動機做為教學者參考(20030917 訪談)。此番經驗分享，激發教學者對於學生座位安排的思考，進一步落實以異質分組的方式安排座位，並讓程度差的試著複述別人的說法，啟動他們參與課室討論活動的機會。此外，她開始嘗試偶爾跳脫課本問題，以生活情境做為布題，以吸引學生投入學習。

在分組座位方面，魏老師從學生的習作表現、評量、常規及人際關係等四方面做為分組的考量，將全班以五至六人的方式分成六組(20031008 訪談)。「實施分組」、「鼓勵合作學習」在課堂上也展現初步的成效：

一位小孩子在老師布題完就已經講出答案，並且對同組的人說出他的答案，要他們不必操作。他自己並沒有動手去操作積木。其餘四位小朋友忙著動手，要該位說答案的人：「*mai³ chha²*」(不要吵!)。不一會兒，說答案的小朋友看同組同學都很認真排積木，後來他

也動手開始幫其他的人，以驗證原來答案是否合理。(20031001 觀察)

由上述觀察記錄可以發現，在教師鼓勵分組合作學習之後，程度好的學生縱然仍忍不住脫口說出答案，要同組的不必動手。但是，其餘組員的反應則在第一時間表達不贊同。隨後，原來高喊不必動手操作者反而被其他組員的影響，加入解題任務。從中可以看出學生同儕之間產生相當微妙的互動。接受補習(或程度較高)者縱然無意間剝奪未補習(或程度低)者的學習機會，可是後者非但未受前者影響而失去學習機會，反而吸引前者投入學習的活動。

(三)策略檢討

就此問題解決的歷程觀之，研究者間站在平等的地位，以現場教學者所關心的問題為核心，並且共同討論提出解決的策略，體現由教師從教學反思中形成問題、尋找解題策略的可行性。

在本問題的解決上，所採取的策略是「同儕專業對話」，從其中衍生出不同改善方法。教學者在不同時間做適當的策略調整，例如，從不同的考量更換分組方式。至於成效，不啻教學者從主觀知覺上認為對於問題有所改善(增加學生自信)，甚至從客觀的線索也發現到不同程度的學生可以逐漸合作學習。程度好者可以比以往更投入教師所設計的學習活動，程度差者慢慢不會受到壓抑。

二、教學專業知識不足所造成的困境與因應

(一)問題描述

學科知識、教材脈絡和對學生學習行為的瞭解，是扮演好數學教師角色所不可或缺者。教學年資當然是累積專業知識(經驗)的方式，惟此種方式彷彿是在一片迷霧中摸索，無法預期結果為何。是故，若想即早扮演一位稱職的數學老師，還是得靠一些策略做自我成長。

本研究的主角魏老師從自己的教學省思發現自己對於學科知識及教材脈絡不夠瞭解；對於學生先備經驗及可能出現的學習問題亦不太能掌握，以致於常常上課中要停頓一下，想想看下一步該如何回應學生的問題。在學科知識方面，以分數單元為例，魏老師說道：

指引裡面都一直提到「單位分量」，可是這一本(手拿教育研究所

印發資料)裡面有講到單位分數和單位分量，我不知道這兩個是一樣，還是跟之前的「單位數」、「單位量」是不一樣的東西？我就看得一頭霧水。只有最前面講到單位分數，後面都是講單位分量，我就有點疑惑。(2003/12/24 訪談)

由此可見，魏老師缺乏單位數、單位量、單位分數及單位分量等四個學科知識，以致於雖然有心想要好好研讀教學指引以做充分教學準備都有些困難。而在熟悉教材脈絡方面，魏老師在教「角」的單元時就反思說道：

有時候想要給孩子什麼？什麼應該要先給他？什麼可以先暫緩？或者是什麼東西適合在什麼時候給他，我覺得比較沒有辦法去拿捏。還有，教材的連貫性。…先去瞭解孩子現在的發展狀況，教材才有辦法去配合。對於它整個設計理念、教材的連貫性，我沒有辦法去理解。像我剛剛提出那個問題，你就會說以後還會有圓心角之類的東西。這些都是我不知道的。我不知道這東西現在這樣教，以後會對他有什麼影響，會連結到什麼東西。(20031112 訪談)

除對於教學內容很難拿捏外，教材知識的不充分也會影響到教學者的自信心(20031029 訪談)，也可能當孩子面臨學習問題時無法有效即時予以化解，或給予適當的協助。例如，老師一直跟小朋友強調「周長」就是四個「邊長」的和，可是學生仍然一頭霧水(20040225 觀察)。後來才知道，原來雖然學生在二年級學過「周長」，但是「邊長」卻要等到四年級下學期才會出現，所以在三年級時如果老師直接用「邊長」這個術語做解釋而未對其意義先做溝通，學生將無法理解老師所要教授者為何物。

就一般老師而言，做好備課的工作就是事先閱讀課本及教學指引，這也是老師加強自己專業最常做的事。若是和整個複雜之教學歷程相較，課本和教學指引所寫的實在不敷使用。魏老師曾表示：「指引…它只是寫教學流程。所以很多孩子的反應真的都是要臨場反應。…它的教學指引寫得那麼簡單..」(20031112)。可見，魏老師平時的備課就已經將教學指引列為要點，只是它們似乎沒有滿足教學的需求。於是，如何在教學相關知識做成長，成為第二個研究主

軸。

(一) 策略執行與成效

本研究針對此問題所發展的策略除沿用前述「同儕對話」外，把更重的份量置於「閱讀專業書籍」，並在網路建置家族網頁，以提供不同學校任教同一年級三位老師做交流分享，三種策略的執行和成效分析如下。

1. 同儕對話

本階段同儕對話的執行初期，是由魏老師邀請同校任教同一年級的其他三位老師於星期五下午沒課的時間，針對即將教學的單元做事先的討論。與會的三位老師，其中有兩人具有二十幾年的教學資歷，另一位則是初任教師。第一次聚會討論的主題是「除法」頗為熱烈，資深的老師分享該單元的教學重點及學生可能的反應，讓魏老師覺得收穫頗多。

魏老師在對話中表示，除法單元不曉得有什麼地方是要特別注意強調的；學生會不會把商跟餘寫相反等兩個主要的問題。一位資深老師回應說：「看到乘跟除，大概就是倍數的觀念要帶進去，乘法就是堆積，除法就是分…就是遞減」，並且強調要讓孩子去「操作」，建構除法的意義後，就不會把商和餘數搞混。另一位資深的老師也分享：「一開始解題，我們不要去引導他要用哪一種方式，讓他們去想、然後去發現……慢慢導引他哪一種方法是最簡便的。」(20031205 專業對話記錄)

對話策略執行的成效方面，可以從魏老師從上課中自己和學生的表現得到部分的回饋線索。魏老師表示：

比較能夠抓到重點，朝著那個重點去邁進，加強那個重點。所以，教起來確認自己教的是沒有錯的。當孩子有疑惑的時候比較可以去解答，引導他們去思考。像之前，第一節他們寫出來的式子就會問他們的意義，他們就能夠講出像一次分一個那樣的概念。對啊，我是覺得滿不錯的，這是我滿驚訝的。(20031215 訪談)

由上述的反應可得知，魏老師從同儕專業對話學到了掌握教學重點後，不只

增加教學的自信心，而且據以一步步引導學生學習，也正因為如此學生很快的掌握「分」的概念。另外，專業對話策略對引導學生訂正錯誤也產一些效益。魏老師提到：「比較知道孩子到底是哪一點認知有誤，就可以針對那一點把它拉回來。」(20031215 訪談)

2. 閱讀專業書籍

閱讀專業書籍的策略是為了輔助同儕專業對話的不足，更因為它不必受限於其他參與者的時間配合。尤其，在和三位同校同儕聚會兩次之後，就因為其他人無法騰出時間使策略終告停擺，於是閱讀策略就顯得益形重要。

本策略的實施是由輔導員提供書籍，例如游麗卿(1999)、朱建正(1997)及陳竹村、林淑君、陳俊瑜(2001)等人的專書，以及其他相關文章做為魏老師閱讀的參考讀物。落實執行此策略的方法則是，由魏老師先行閱讀，並在「以閱讀進行專業成長思考單」上寫出自己在讀完之後獲得哪些是原先讀「課本」和「教學指引」所沒有掌握到的教學重點或學生心理發展描述。

「以閱讀進行專業成長思考單」所要記的內容是由魏老師和輔導員共同磋商而來，包括：「教學單元名稱」、「課程目標」、「教學重點」及「學生可能出現的問題→解決學生問題可能的策略」等四項，其中課程目標尚含蓋對於「先備經驗」、「本單元活動主要培養概念」及「未來延伸學習概念」等三部分。在閱讀課本後，先寫下第一次所掌握的教學重點；閱讀教學指引後再補充第一次所寫；閱讀專業書籍後再補充前兩次所寫下。三次撰寫的內容用不同顏色的字體標出，從中可以清楚看出每一次閱讀之後專業成長的痕跡。

在實際執行成效方面，以除法單元其中一個活動為例(20031202 以閱讀進行專業成長思考單記錄)。魏老師在看完課本後分析其主要要培養的概念有三個：「平分的概念」、「包含除概念」及「用累加或累減的方式來分東西」。在閱讀教學指引之後，在「平分的概念」教學認為可以「用各種方法來解等分除」，而且增列了「透過操作、解決除法問題」及「用圖像表徵記錄等分除問題的解題過程」兩項要點。在閱讀專業書籍後，又對「平分的概念」做補充——逐一分配，可用嘗試錯誤的方式來推測單位量；對「包含除的概念」則補充——連續截取的活動。

在「教學重點」的成長上，除了閱讀課本後所列出的「累減、累加的算式意義」、「除法算式意義」、「除算式計算」及「餘數概念」等四項，於閱讀專業書籍後又增列「教學時應詢問學生指定的集聚單位是否完全用完，各新的集聚單位是否等量」的補充提示。在「學生可能出現的問題及解決學生問題可能的策略」分項上，她也預想到學生無法了解「每一盒裝四顆」的意義，根據書上的建議可以改採「四顆裝一盒」的描述，在有感官協助時，盡量使用「這三盒裡都有四顆嗎？」的問話方式。另外，在閱讀游麗卿(1999)有關除法概念教學的專書後，魏老師也表示：「緒論就給我很大的啟示…瞬間讓我想到了，整個對學生教學，就由她這一段話打通了。」(20040119 訪談)

由以上的記錄可以看出，經過三階段不同閱讀經驗，教學者不斷地擷取出主要教學概念、教學重點及學生可能出現的問題及因應策略，所以可以說在教學知識層面上具有加深加廣的作用。而且，從書中可以重新為自己的教學取向定位——「在過程中不斷地去建構孩子的數學知識」。從另一個角度來看，它也是讓老師的教學中心思想得到肯定，更清楚未來的教學工作的目標設定，以及在過程中該如何去引導學生。

3. 網路互動

網路家族的建立亦是基於彌補同儕對話不足。家族的成員除了輔導員和魏老師之外，還有邀請兩位其他學校同樣任教三年級的老師一同加入。

網站的內容除了有「酷連結」之外，還包括「檔案庫」、「討論區」。「酷連結」是蒐集了台灣、香港、美國及英國有關數學教育的網站，提供教學上的參考，內容包括教學理念、教材分析、教學媒體及數學史等四類。

「檔案庫」則由輔導員提供，諸如：幾何概念的發展、直式記錄和橫式記錄、多位數乘法等文章，甚至有輔導員從魏老師的教學觀察所發現學生在面積單元學習困難而製作的教學媒材。輔導員利用繪圖軟體製做出兩個圖形，讓學生利用電腦滑鼠操作，促進面積「移補概念」的建立，以改善學生因為小肌肉不發達無法完成課本裡剪貼的學習任務。該檔案設計完成之後，魏老師將它下載於教室中的電腦，安排學生每一節下課數名學生去操作，結果發現操作過的學生都已能

夠掌握移補概念(20040303 訪談)。此外，亦利用 GSP 軟體製作「叉積型乘法」的媒材，供老師教授乘法時使用。

在「討論區」部分則有較熱烈的討論，例如討論「乘除直式教學」、「教重量單元要如何準備」及「單位分數內容物為多個的教學」等等。

從討論版上的內容及下載媒材運用於教學以協助達成教學目標來看，透過網路平台進行互動及資源分享，確實可以提昇部分的教學效能，讓老師的教學更為專業。

(二) 策略的檢討

本階段研究的焦點旨在提昇教師的專業知識，剛開始所採用的行動策略是「同儕對話」及「閱讀專業書籍」。正式的團體「同儕對話」只進行兩次，第一次討論「除法」，在第二次討論「分數」時參與的老師提出的分享便很有限。一方面，因為分數所涉及的內涵較為複雜，同儕教師沒有較具體的心得可以分享；二方面，其他老師也忙於自己班級的事務，抽不出整段的時間聚會。於是，輔導員和魏老師便商量改採「主動突擊」，修正同儕對話方式。亦即，不再仰賴四位老師都是共同的空堂課聚會，而是由魏老師利用短暫課餘的時間，將心中所想到有關教學的問題一一的請教其他教師。這樣的調整，雖然無法獲取完全充分的資訊，畢竟也可以解決一部分在教學上所遇到的難題。

「閱讀專業書籍」是和「同儕專業對話」並行的策略，特別是在對話受到阻礙的情況下，成為教師獲取教學相關知識最重要的來源。它的好處是可以不受時空的限制，不需要配合他人的時間，但是缺點則在於適當的讀物不易尋覓，也不見得符合教師需求。再者，部分的內容如果沒有透過和他人討論，可能不太容易瞭解其內容。在研究歷程中，相較於「除法」、「分數」兩個題材，適當的「平面圖形」參考書籍更不好找。又如，在閱讀「分數」書籍時，魏老師起初對於「單位分數」和「單位分量」兩個名詞不甚理解，在經由和輔導員討論之後，才進一步地更確切掌握其意義。所以閱讀策略有其優勢，亦有其不足處，需要其他的策略輔助。

進行「網路互動」是跨越時空進行專業成長的良好策略之一，對於教師的成

長有著一定的貢獻。由於它可以跨校討論，所以彌補了一些同校同儕對話不易進行的缺憾。而且，同一個年級的老師在網路上一起討論，可以瞭解不同學校對於類似教學問題或教材的處理方式。例如，成員們會一同討論「單位分數內容物為多個」的教學方法。

唯，各校的教學進度不一樣，且由於成員不一定每天都會上網瀏覽議題，所以所急切需要得到建議的主題未必能獲得及時回餽。例如，版上丟出「如何準備下一單元的教學」，過了三天之後才開始有所回應，恐有緩不濟急之虞。其次，由於網路討論是非同步所以得靠文字表達，在限於時間及缺少立即反餽的情境下，老師們縱使有很多想法或問題也不容易做深度描述。

陸、結論與建議

本研究以合作行動研究的方式歷時七個月，探討一位數學教師如何在輔導員的協助之下進行教學反思，找出困擾教學的問題焦點，繼而共同討論可能解決問題的策略，再付諸於行動，最後檢討各種策略對解決問題的助益。在蒐集分析各項資料後，所得到的結論與建議如下：

一、 結論

(一)教學反思是促進教學專業成長的起始點

從本研究的歷程可以發現，教學後的反思常常可以找出教學問題，並形成成長的起點。由本身需求所驅動的專業成長活動，不但符合意願也較能持續進行，而且教師本身也才會認同該項成長是有意義的活動。所以，若能在激起意願後提供適當的支持環境，教師的教學專業成長將有苟日新、日日新的新風貌。

(二)學生個別差異大的教學困境，可透過分組合作學習、生活化布題獲得改善

在常態編班的教學環境下，學生的個別差異造成初接班級教師的困擾。尤其是有部分學生因為參加校外補習，所學的進度遠超過學校進度，造成上課學習意願低落，甚至是干擾老師教學及其他同學的學習。透過分組合作學習及生活化的布題方式，可以重新誘發其學習興趣，學習較緩者或未參加補習者也能

獲得適當的學習機會。

(三)透過同儕對話、閱讀專業書籍及網路互動，可以提昇教學專業知識

教學專業知識不夠充分不但會引發老師教學沒有信心，對於教學重點、主題內容及學生可能遇到的問題等諸問題都會顯得捉襟見肘。透過校內同儕對話、閱讀及形成網路專業成長社群等，都是可以明顯提昇教師專業知能的策略。三種策略相較之下，選擇適合的讀物進行閱讀和討論似乎是較佳的策略。惟，三種策略都有其優點及限制，因此若要促進專業知能的成長宜多種策略同時實施。

二、建議

本研究基於上述之結論，提出三方面的建議如下：

(一)對學校方面

學校除規畫各學習領域會議外，應協調規畫同一學年或同一年段的教師在固定的時間召開教學會議，把討論的重點放在教學問題的研討，而非行政事務的協調及分工。

(二)對教師個人方面

從教學中發現問題是自我成長的起點，老師宜常常進行反思。即使在外在環境無法配合的情況下，亦可藉由專業書籍的研讀提昇教學知能。若能形成校內讀書會或網路讀書會，共同研讀討論專業書籍將更能達到事半功倍的成效。

(三)對未來研究方面

本研究限於人力、物力及時間的因素，未能探討當教師透過不同策略提昇教學知能後對學生學習表現的影響。後續的研究將可將此納入研究焦點，以讓整個行動研究更為完整。

柒、參考文獻

- 王淵智、吳佳娟(2004)。面對教改的適應與調適：一個小學數學老師成長團隊之行動研究。收錄於香港數學教育會議-2004 論文集，222-231。
- 朱建正(1997)。國小數學課程的數學理論基礎。(未出版)
- 陳竹村、林淑君、陳俊瑜(2001)。國小數學教材分析-分數的數概念與運算。台

北：國立教育研究院。

游麗卿(1999)。除法概念形成歷程中的錯誤分析對教學的啟示。高雄：復文圖書出版社。

蔡清田(2003)。教育行動研究。台北：五南出版社。

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: NCTM.

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think is action*. NY: Basic Book Inc., Publishers.

Stringer, E. T. (1996). *Action research: A handbook for practitioners*. London: Sage Publications.

實踐因倍數教學模組的課室寫真

何鳳珠

台南縣鹽水國民小學

judy_h@mail2000.com.tw

壹、前言

愛遊戲是孩子們的天賦本能，教學多年來常常思索一個問題：若教師們都能有能力善加利用學童此喜好遊戲的天性，引導到各科的教學與學習，那麼學習對孩子們來說就是一件超級快樂的事，也或許很多的學習就都能事半功倍了。為了增加自己的專業知能，因此平時常常閱讀相關的數學書籍，或是上網觀看相關的數學網站，從中找尋一些可用在教學上的素材或靈感，隨時轉化成適用於自己學生的教學活動，在互動之餘常令我不禁讚嘆或感受到孩子們的潛力是無窮的，只要能善加引導。

在教學上，遊戲是吸引孩子興趣的良方，它能让孩子在學習即將彈性疲乏時精神為之一振、眼神為之一亮，但除了利用它來吸引孩子外，更重要的是遊戲的設計要能緊扣著教學目標，且教師要能在活動進行中抓住關鍵點適時提問，藉以引發孩子們的思考及澄清概念，這樣才能有效發揮遊戲的功用。撲克牌老少咸宜，它相當適合用於數學課室中，因此當學童們有了基本的因倍數概念時，筆者則引入“撲克攻防戰”及“搶數大賽”活動，活動點子源自於“實踐小學因數教學模組之研究”（劉祥通、黃國勳，2003）及“中華民國萬萬稅”（黃敏晃，2005），筆者會依據任教之學童程度做適時的改編。此活動除了能檢驗學童的因倍數及質數概念外，同時也能達到與紙筆練習相同效果的熟練度，更重要的是，在遊戲→解題→溝通討論→修正→歸納中，教師適時的引導或追問，常能提升學童的思考層次，激盪出數學火花。筆者在課室實踐此教學活動，總是看到學童積極投入且熱烈參與討論，其認真思考像個小小推理家的神情很讓筆者感動，因此將活動整理記錄下來供各位教育先進參考，也許同樣的活動在您的課室中又會有不同的風貌。

貳、撲克牌融入因倍數概念學習之課室寫真

一、前置活動～撲克 DNA

仔細觀看撲克牌，其實是一部曆法的縮影，在課室中引用撲克牌做教學媒材時，筆者常會先挑戰學童的思考，讓學童從這些撲克牌所顯示的數據中連結生活中天文歷法的

概念知識，教學的指導語如下：

1. 一副新的撲克牌有幾張？它其實是與我們的天文曆法有相當大的關係哦～接下來我們要來猜猜看、想想看，這究竟有何關係？
→52 張+2 張大小鬼牌
2. 有幾種花色？代表什麼呢？
→4 種花色。代表四季：春、夏、秋、冬
3. 有幾張人像牌？代表什麼呢？
→12 張人像牌。代表 12 個月、12 星座、12 生肖、12 個時辰
4. 有幾種顏色？代表什麼呢？
→2 種顏色。紅色代表白晝，黑色代表黑夜
5. 共有 52 張牌，這又意味著什麼呢？
→代表一年有 52 週
6. 有幾種點數？代表什麼呢？
→13 種點數。代表一季有 13 週
7. 所有點數和是多少？與天文曆法又有什麼關係呢？
→總點數和為 364，若再加上小鬼牌，則變為 365，代表平年 365 天；若再加上大鬼牌，則變為 366，代表閏年 366 天。

二、撲克攻防戰～因數倍概念檢驗

因倍數概念影響日後分數四則運算的學習，因此在教學中當學童建立起基本的因倍數概念後，筆者常會將撲克牌引入課室中，讓學童進行“撲克攻防戰”的遊戲，不但能引發其學習興趣，且能藉由遊戲達到精熟的效果，活動內容是引自嘉義縣南新國小黃國勳老師所設計的教學活動—因數賭城，進行方式說明如下：

1. 學生 4 人一組，每組一副撲克牌。
2. 52 張牌每人分得 13 張，發牌者為首輪的莊家（亦可由猜拳決定）。

3. 莊家先打出一張牌(例:10),其餘的開始輪流出其因數牌(例:1、2、5、10),每次出一張。
4. 若沒有牌出則 pass,直到所有玩家都沒牌出(即所有 10 的因數全部出完為止)才停止第一輪,最後一位出牌者為第二輪的莊家。
5. 由新的莊家出牌,其餘的開始輪流出其因數牌,以此類推,最先把手上的牌出光者獲勝。

為能讓活動進行更具教學意義,教師需隨時引導學童檢視活動過程中有何發現,並進行討論,如此將有利於下一回合的比賽。筆者就教學現場中學童的對談情形部分整理如下:

Y甄:若我拿到 4 張 1,那麼我獲勝的機率很大,因為 1 是任何一張牌的因數。

宗郁:我覺得有 4 張 1 未必就容易獲勝,因為第一回合就會全部出出去了,你還是拿不到發牌權,倒是若你手中的牌有很多因數牌,那麼就容易獲勝了。

老師:你所謂的“手中有許多因數牌”指的是什麼?

宗郁:因為因數牌大部分是小牌,尤其是 6 以下,若你有很多張 6 以下的小牌,那麼莊家出 9、10、Q 對你來說都是有利的,因為它的因數不外乎都是 1、2、3、4、5、6。

柏安:我發現如果拿到 2 張以上的 J 牌或 K 牌,都很有機會可以當莊家,因為這兩張牌的因數只有自己和 1,通常一開始出牌時,1 就會先被洗出去了,4 個人中若我有機會拿到 2 張,全部 4 張而不在我手中的那兩張會在第一回合就出出來了,當大家的 J 牌都出完時,我則還剩下 1 張,那麼就可以取得發牌權了,但若不幸的,對方也有 1 個人同時拿到 2 張<但機會不多>,這時若我先出牌,那麼我就得不到發牌權了,所以最好的是我拿到 2 張以上的 J 牌或 K 牌,且又是後出牌,就百分之百就可以拿到發牌權了。

Y甄:我覺得不一定,雖然你擁有 2 張以上的 J 牌或 K 牌,若一開始莊家就出 J 牌或 K 牌,那麼你若沒有 1 牌來搭配也不一定會搶得到發牌權,若有一人同時擁有 J 牌或 K 牌及多張 1 牌,那麼你就完了。

士豪:我覺得手中的牌愈多偶數愈好,因為它們的因數較多,像 3、5、7、J、K 都只有 1 個因數而已,較不好出出去。

柏伸：一開始莊家若出 Q，那麼大家就會出牌出得很過癮，因為 12 的因數很多。

老師：若莊家一開始出 Q，那麼第一回合所出去的牌是不是就占所有牌的一半了？

柏伸：對啊，因為所有的偶數牌都出出去了，只剩奇數牌，剛好一半啊！

阿岳：我覺得不對，因為 Q 的因數不全是偶數啊，它也有 1、3 的因數啊！

老師：那麼你們再猜猜看，若莊家一開始出 Q，則第一回合所出去的牌有沒有占掉一半？

宗郁：我覺得沒有超過一半，因為 Q 的因數有 1、2、3、4、6、Q，只有 6 種，但撲

克牌有 13 種，所以沒有超過一半，只出掉全部的 $\frac{6}{13}$ 而已。

當活動在課室中進行時，可能會遇到一些問題，就筆者的教學經驗將之整理如下，並提供解決策略供參考：

1. 全班人數若無法剛好分成 4 人一組的情況怎麼辦？

解決策略：若 3 人一組，52 張牌會多出一張，在開始玩之前先隨機抽出一張牌放旁邊。若 5 人一組，則先抽出 2 張牌放旁邊。

2. 學生出錯牌怎麼辦？

解決策略 1：即判出局

解決策略 2：將此輪桌面上所有牌全部收回自己手上，並由當次的莊家再重新出牌。

※有時將桌面上的牌全部收回者不一定會輸哦～因為手中的因數牌相對多了，若有機會輪到當莊家，那麼就有可能大獲全勝了。

3. 若有“藏牌”的情形〈有牌但卻故意不出或是不熟悉其數字的因數而忘了出〉怎麼辦？

解決策略 1：即判出局。

解決策略 2：能察覺到學童有“藏牌”的嫌疑則表示此學童熟悉因數外，也有相當強的記憶力及敏銳性，因此為鼓勵學童除了出牌外也能仔細觀看及記憶別人出牌情形，最先抓到有人“藏牌”者，則有權利可停止此局並當新莊家重新出牌。

同一個教學活動設計也可以依據學童的學習狀況及能力做各種不同的延伸及改變，由於筆者所任教的班級是資優班，學童玩了兩三回合後就相當熟悉此活動，因此就嘗試變換遊戲規則，讓學童再做不同的嘗試及更大的挑戰，以下就個人的想法所做的延伸活動內容，供各位先進做參考：

1. 由“出因數牌”改玩“出倍數牌”。

※當初次轉換成出倍數牌時，學生在第一回合開始沒多久就察覺“只要莊家一開始是出 A，那麼所有牌就會跟著出出去了，會獲勝者是 4 人中最先一個出牌的，其他的人根本沒有勝算”，因此教師在進行“出倍數牌”活動時，可事先將 A 抽出，每人改發 12 張牌來玩。

2. 設定 K 為王牌<即為救命牌>，中途可出此牌來轉換遊戲規則。

例如：當牌局是出 10 的因數牌時，玩家發現手中沒有因數牌，但手中還剩 K、3、3、4、6、9、9、8 時，則可出此王牌 K 來轉換遊戲規則→“改出 3 的倍數牌”，此時玩家也需再出 3 這張牌，以此為基準牌，其他玩家開始出 3 的倍數牌。

3. 一次玩兩副撲克牌，加多牌的數量，提高挑戰性。
4. 將所有的撲克牌全部混合，每人先發 13 張後，再隨機分組進行比賽，如此活動進行變數就很大了，幾乎無法事先預測輸贏。
5. 將撲克牌改為數字卡，加大數字，使其更加熟練數字的因數。

三、搶數大賽～因數進階挑戰

當學童有了基本的因倍數概念之後，除了利用撲克牌來玩“撲克攻防戰”外，還可以更進一步玩“搶數大賽”來熟練各數的因數，在活動中也涉及質數、質因數的概念，筆者常在課室中進行此活動，且依據不同年齡層（五年級或六年級）做不同的引導，學童的學習興致相當高昂，進行方式說明如下：

1. 在黑板上貼上一組撲克牌（A、2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K）。
2. 全班學生一起挑戰老師，其規則是學生拿走一張牌後，必須將此張牌的因數牌全部給老師。

3. 若此張牌已沒有因數牌可以給老師，則此張牌不能拿走，且最後歸老師所有。

4. 最後結算雙方的點數和，多者獲勝。

當學童熟悉遊戲規則後，則可改換成全班分成兩組來進行挑戰，一組選牌（主攻），另一組則拿走其因數牌，如此一來，可以檢驗學童的因數概念是否完備，同時考驗學童選擇拿牌的能力，他們必須思考如何拿才能獲得較高的點數而給出最少的點數？在活動進行中可以發現很多有趣的對談或爭執，例如對於拿哪一張牌同組的學童有不同的意見，此時老師可以抓住機會引導與追問：“你為什麼認為先拿 10 比較好呢？”、“你為什麼覺得拿 8 不好？要說出你的理由，而不能只是一味的反對別人拿 8 哦～”，鼓勵學童能說出自己堅持的理由讓同組的人信服，亦可讓其他同學針對他的看法再提出質疑，以形成共識，在每次活動結束後與學童討論其中的過程，並歸納獲勝的祕訣。此活動筆者已實施多次，覺得學童相當有興趣，且一次比一次更深入，此是一個很具挑戰性的活動，尤其是深入活動到探究最佳解時，更是精彩。筆者就教學現場中學童討論對談情形做簡單的整理，並用圖 1、圖 2、圖 3 呈現學生之間的解法：

阿偉：先拿 K，因為 K(13)最大，愈大的數愈好。而且只要給老師 A 就好了。

老師：再來要拿多少呢？

伯億：拿 Q 啊，因為 Q 是第二大。

柏伸：不行啦，那會有好幾張牌被老師拿去。

小婷：那就拿 J 啊！J 只有兩個因數，且 J 本身又很大。

柏伸：不可以拿啦～因為 J 唯一的因數已經不在了，所以那一張我們拿不到。

宗郁：可以拿 9，只要給一張 3 就好了。

Y 甄：那等一下 6 怎麼拿啊？噢……，對啦，可以拿 9，因為 6 還有 2 可以給。

老師：確定呢？

全班：確定！

老師：那接下來你們要拿多少呢？

宗郁：可以拿 6，因為只要給一張 2 就好了。

Y 甄：不行啊，那等一下 4 怎麼辦？

宗郁：不會怎樣啦，4 的倍數還在所以沒關係。

<以下省略>

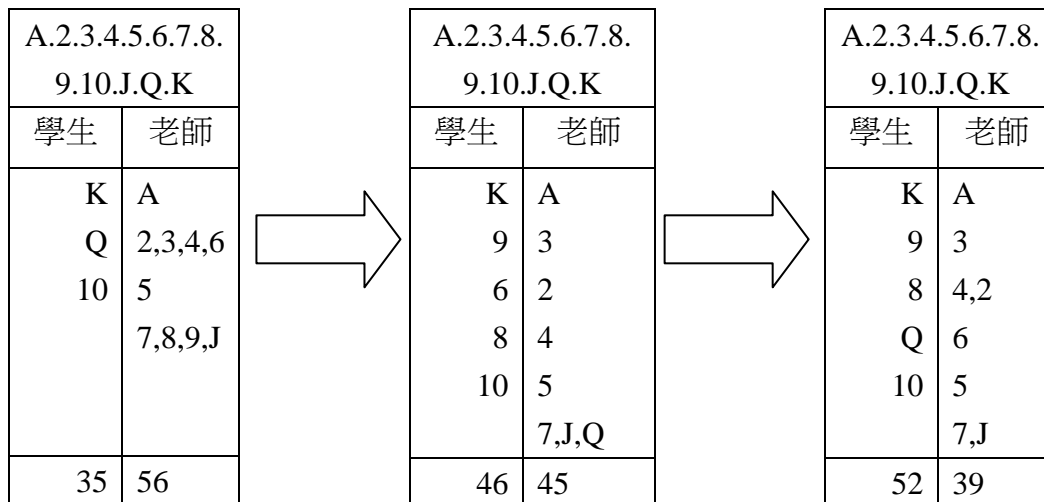


圖 1. 學生初始討論

圖 2. 學生掌握要訣

圖 3. 最後遊戲結果

.....

【歸納討論】

老師：玩了幾次之後，你們已經可以輕而易舉就搶到比老師更多的數了，現在要請你們思考並歸納出選牌的原則，要怎麼拿才能搶到較多的數呢？

士豪：要先拿大的數，而且因數愈少愈好。

柏伸：最好是拿了一張，只需給老師一張牌最好，而且給的牌愈小愈好。

宗郁：這些數裡面有一些質數，只要拿了一張質數，那麼後面這些質數我們就拿不到了，因為它們的因數只有 1 和自己，而 1 一開始就會被拿走了，所以，我們應該先拿最大的質數，其它的質數就只好犧牲掉都給老師了，至少我們還保有一張大的質數。

阿岳：我覺得不是所有質數都會被犧牲掉，因為像 3，我們雖然一定拿不到，但是我們可先拿 6，再把 3 給老師，那麼 3 就不算是犧牲了，但像 J 就一定是犧牲了，因為我們已無法拿出它的因數牌給老師。

宗郁：我想到了，全部 13 張牌的一半是 6.5 張，在右半邊比較大的質數（如：7、J、K）就可能全部會被犧牲，因為那些質數都沒有倍數可以拿了，所以我們從絕對會被犧牲掉的牌中留住最大的 K，而在左半邊比較小的質數（如 2、3、5）

它們還有倍數在，所以至少不會白白犧牲。

丫甄：我覺得拿牌的順序也有很大的關係，可能會影響最後所得的總數。

.....

【延伸活動】

可將撲克牌改換成數字卡挑戰不同範圍的搶數大賽，例如 1~10、1~12、1~20、1~24、1~30 等，並引導學童做進一步分析，推論出可能的最高解，以探索其中的奧秘。在下課前 10 分鐘，筆者讓學童挑戰數字卡 1~12，看看能拿到多少，結果最後學童以 48:30 獲勝，學童很高興，筆者請他們回去再試試看，有沒有辦法再拿到比 48 更高的分數？經過一個星期後回到課室裡，丫甄很高興說她拿到 50 了，但是她繼續試了很久，都無法突破 50，也請爸媽加入戰局全家一起思考還是無法突破，因此決定在課室中與學童共同來討論～能否再拿到更高的數，其目的是引導學童去做理論性的分析〈參考黃敏晃教授所編著的“讓我們來玩數學吧！”〉。

1. 數字範圍為 1~10

學童先前歸納出來的原則為：先拿最大的質數、最好是拿一張給一張、盡量拿大一點的數

老師：想想看，最多你們可以拿到幾張牌？

士豪：拿一張給一張，那麼有 10 張牌，就分成一半，可以拿到 5 張。

老師：最多可以拿到 5 張，那麼最好是拿到哪些數，所得到的數字和才會最大呢？

丫甄：當然是愈大愈好，最好是拿到 10、9、8、7、6，給老師最小的 1、2、3、4、5。總計最高可以拿到 40。

老師：還有沒有可能拿到比 40 更高的數呢？

丫甄：不可能了啊，因為最多只能拿到 5 張牌，而我們又都拿到 5 張最大的牌，所以不可能會超過 40。

老師：嗯～很不錯，那麼你們一起來拿拿看，怎樣拿才會拿到最高的解 40。

學生的解法	1.2.3.4.5.6.7.8.9.10	
	學生	老師
	7	1
	9	3
	6	2
	8	4
	10	5
40	15	

2. 數字範圍為 1~12

老師：1~10 你們已經合作拿到我們推論出來的“最高解”了，那麼現在來看看 1~12，Y甄說她怎麼拿都無法拿超過 50，我們現在來推推看可不可以推出一些端倪來。

老師：先推推看你們最多可以拿到幾張牌？

俊偉：有 12 張牌，平分成兩份，所以我們最多可以拿到 6 張牌。

老師：你們推出最多可以拿到 6 張，那麼最好是拿到哪些數，所得到的數字和才會最大呢？

俊偉：當然是最大的 6 個數了，包括 12、11、10、9、8、7，總計和為 57，所以 Y甄還沒有拿到最高的解。

老師：嗯~~照這樣推出“最高解”為 57，那麼你們現在拿拿看。

<學童試過一陣子後一直拿不出最高解 57>

老師：大家來想想看為什麼會這樣？我們的推論哪裡出問題？

Y甄：我覺得問題出在質數牌耶，因為拿走最大的質數 11，其它的質數都犧牲掉了，共損失了 4 張牌（2、3、5、7）。

宗郁：我想起來了，上次我們不是有提到有的質數牌必定要犧牲，有的質數牌並沒有白白犧牲，例如一半以上（後 6 張牌）的質數就要犧牲，一半以下（前 6 張牌）的質數可以先拿走它的倍數，再將此質數送出去給老師就好了。

阿岳：所以 12 張牌中，我們一定要拿最大的質數 11，因此 7 是肯定要犧

牲掉的，所以我們是不是應該把 7 這張牌除去，剩下 11 張牌再來思考，若平分的話，我們最多只能拿到 5 張牌，給老師其餘的 6 張（因為我們不能拿牌又不給老師牌），和我們先前推測可以拿到 6 張是不相同的。

老師：嗯～～你們推論得很有道理，那麼最多可以拿到 5 張牌，你們要拿哪 5 張才會得到最高的數呢？

宗郁：是最大的 5 張牌，7 要被犧牲掉的，所以 7 先拿開，因此我們就要拿到 12、11、10、9、8 這 5 張，總和是……50，哇～～Y甄拿的就是最高解了，無法再突破了！

Y甄：啊～～害我整個假日都一直在做，都無法拿到比 50 更高的了。

老師：看來你們已經找到解題的祕訣了，能推論出拿到的最高解，那麼就來實際拿拿看，看看你們有沒有辦法拿下最高解 50。

<學童大部分都得到了 50>

學生的解法	1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12											
	學生						老師					
	11						1					
	8						4,2					
	9						3					
	10						5					
	12						6					
50						28						

3. 數字範圍為 1~20

老師：用你們先前的推論方法先來推推看，可以拿到的最高解是多少？

宗郁：一半以上的質數有 11、13、17、19，我們要拿走 19，其餘的 3 張都得犧牲掉，所以 20 張牌只剩 17 張，平分成兩份，是 8 餘 1，所以我們最多可以拿到 8 張，那麼就要選最大的 8 張，但得先扣除犧牲掉的牌 11、13、17 才行，所以最大的 8 張為 20、19、18、16、15、14、12、10，總和是 124。

老師：依推論推出來的“最高解”是124，那麼你們就來拿拿看，有沒有辦法拿到最高解呢？

<由於數字較大，所以學童大約試了三四次才有幾位學童拿到最高解>

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20		1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20		1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. 13.14.15.16.17.18.19.20	
學生	老師	學生	老師	學生	老師
19	1	19	1	19	1
10	2,5	9	3	18	9,2
15	3	15	5	14	7
18	9	14	2,7	10	5
14	7	18	6	15	3
16	4	12	4	20	4
12	6	16	8	12	6
	20,17,13,11,8	20	10	16	8
104	106		17,13,11	124	86
		123	87		

老師：有很多小朋友都能拿到124的最高解了，真是厲害。那麼再想想，我們推論出來的“最高解”是不是都一定能拿得出來呢？大家可以改個數字範圍繼續試試看。

4. 數字範圍為1~24

老師：用你們先前的推論方法先來推推看，可以拿到的最高解是多少？

阿岳：一半以上的質數有13、17、19、23，我們要拿走23，其餘的3張都得犧牲，所以24張牌只剩21張，平分成兩份，是10餘1，所以我們最多可以拿到10張，那麼最大的10張為24、23、22、21、20、18、16、15、14、12，總和是185，也就是拿到185就是最高解了。

老師：那麼究竟是否可以真的拿得到185，大家可以回去試試看，看看誰有辦法拿到最高的數。

參、教學省思

透過一系列撲克牌遊戲融入因數、倍數的教學，學生不但擺脫以往枯燥、乏味的制式化學習，而在娛樂的同時也再次強化、穩固因、倍數數學概念。前置活動～撲克 DNA 的安排協助學童們建立基本的因倍數概念後，“撲克攻防戰”及“搶數大賽”活動的鋪排，除了引發學生尋找因、倍數及進行因、倍數概念討論外，從學童的討論解題過程亦能瞭解及檢驗學童的因、倍數及質數概念，同時也達到與紙筆練習相同效果的熟練度。而更重要的是，在遊戲→解題→溝通討論→修正→歸納的過程，教師適時的引導或追問，常能提升學童的思考層次，激盪出數學火花。此外，為讓學童再做不同的嘗試及更大的挑戰，“搶數大賽”遊戲之延伸活動中更涉及了質數、質因數的概念。但是遊戲如入教學的學習方式，讓學生越挫越勇，不怕困難勇往直前，不僅學習興致均相當高昂，且亦有不錯的表現。師生合作又成功打贏了一場勝戰！！

由於筆者任教的班級是資優班，在數學科教學上更具有挑戰性，因此平時就常常將“數學”放在心上，時時去體驗生活中的數學，並於在課室裡與學童分享。在教學素材的選擇上會參考相關書籍、網站或進修研習尋找靈感，將可用之素材進行轉化使其符合自己任教的學童。在這樣的撲克牌融入因倍數概念學習活動中，筆者更是肯定遊戲教學的無限魅力，學童能從活動中強化及熟練因倍數概念，又能從「思考」贏的策略歸納「獲勝的祕訣」，實在是一舉兩得。至於活動進行的深度，現場教師擁有很大的主宰權，只要教師夠敏感，再搭配技巧性的追問與引導，同時營造高度挑戰的情境，並用極度讚賞的眼神或口語來增強學童信心，相信學童將會引爆對數學熱愛的火花。

肆、參考書目

- 劉祥通、黃國勳(2003)。實踐小學因數教學模組之研究。*科學教育學刊*。11(3), 235-256。
黃敏晃(2005)。讓我們來玩數學吧！台北：小天下。

活動報馬仔

(一) 2006/01/09~2006/01/13

數學教育研究及論文寫作工作坊

地點：國立花蓮教育大學

(二) 2006/01/13~2006/01/14

「數學課程發展與教學創新之遠景」國際學術研討會

國立嘉義大學科教館(數學教育所)

(三) 2006/02/08~2006/02/10

2005 數學考卷編製暨評析研討會

國立台中教育大學(數學教育系)

稿 約

一、本刊徵選之數學教育刊物為：

- (一) 本刊以徵選實務性的數學教育刊物為主，舉凡任何數學創新教學之方法或策略、數學教學實務經驗、數學課程設計與實踐之心得分享等皆為本刊之首要選擇標的；
- (二) 研究文章（包括以實驗、個案、調查或歷史等研究法所得之結果，和文獻評論、理論分析等）；
- (三) 短文（包括研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判等）；以及
- (四) 其他符合本刊宗旨之文章。

二、本刊所刊之文章，需為報導原創性教學或研究成果之正式文章，且未曾於其他刊物或書籍發表者（在本刊發表之文章未經台灣數學教育學會同意，不得再於他處發表）。

(一) 來稿請注意下列事項：

1. 來稿請以中文撰寫，力求通俗易讀，須為電腦打字，每篇以不超過 6000 字為原則（特約稿不在此限），以電子郵件傳送。
2. 來稿請附中英文篇名、作者

姓名及服務機關，作者姓名中英文並列，若有一位以上者，請在作者姓名及服務機關處加註 (1)、(2)、(3) 等對應符號，以便識別，服務機關請寫正式名稱。

3. 來稿請附中英文摘要，並於摘要後列明關鍵詞彙 (key words)，依筆劃順序排序（以不超過五個為原則），英文關鍵詞彙則須與中文關鍵詞彙相對應。
4. 文稿若為譯文，請附原文影本及原作者同意函，並請註明原文出處、原作者姓名及出版年月。
5. 凡人名、專有名詞等若為外語者，第一次使用時，謂用 () 加註原文。外國人名若未有約定成俗之譯名，請選用原文。
6. 附圖與附釋請於文後，並編列號碼，並在正文中註明位置。
7. 文末參考文獻依作者姓氏分別編號排序：中、日文依筆劃多寡排列；西文（英、法、德…等）依字母順序排列；若中、日、西文並列時，則先中、日文後西文。至於參

考文獻之寫法如下：

- (1) 期刊論文，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、論文篇名、期刊名稱、卷期、頁數。

例：張湘君（1993）。讀者反應理論及其對兒童文學教育的啟示。*東師語文學刊*，6，285-307。

- (2) 圖書單行本，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、書名、版次、出版地、出版社、頁數。

例：張春興（1996）。*教育心理學*。台北：東華。頁64-104。

8. 稿件順序為：首頁資料（題目、作者真實姓名及服務機關、通訊地址及電話；若需以筆名發表，請註明）、中文摘要、正文（包括參考文獻或註釋）、末頁資料（以英文書明題目、作者姓名及服務機關、並附英文摘要）及圖表（編號須與正文中之編號一致）。

(二) 本刊對來稿有權刪改，不同意者請在稿件上註明。

(三) 來稿刊出，版權為台灣數學教育學會所有。

(四) 作者見解，文責自負，不代表本學會之意見。

(五) 來稿請 e-mail 至：

dcyang@mail.ncyu.edu.tw