

ISSN 1815-6355

台灣數學教育學刊(電子)第11期

Taiwan Journal of Mathematics Teachers

第11期

台灣數學教育學會

2007年9月

台灣數學教師(電子)期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers
2007年09月出版
NO.11 2007

發行人：林福來教授

主編：

楊德清 國立嘉義大學數學教育研究所

編輯委員

Editorial Panel

呂玉琴 國立台北師範學院數學教育研究所

李源順 台北市立師範學院數學資訊教育學系

林素微 國立花蓮師範學院數學教育系

金鈞 國立台灣師範大學數學系

梁淑坤 國立中山大學教育研究所

蔡文煥 國立新竹師範學院數學教育教育系

劉祥通 國立嘉義大學數學教育研究所

劉曼麗 國立屏東師範學院數理教育研究所

(依姓名筆劃順序排列)

封面設計：施乃文

出版者：台灣數學教育學會

地址：台北市 116 汀州路四段 88 號國立台灣師範大學數學系 M212

電話：02-29307151

電子郵件信箱：tame@math.ntnu.edu.tw

網址：

<http://www.math.ntnu.edu.tw/~tame/index.htm>

總編輯：楊德清 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

地址：嘉義縣民雄鄉文隆村 85 號

國立嘉義大學數學教育研究所

電話：05-2263411-1924

發行宗旨

一、本刊為一實務性的數學教育刊物，出版目的如下：

1. 積極發揚台灣數學教育學會之成立宗旨：研究、發展、推廣數學教育，使台灣學生快樂學好數學。
2. 提升數學教師教學品質、數學教育研究品質及促進數學教學策略與方法之交流。
3. 探討數學教育的學術理論與實務現況，以促進理論與實務之結合，進一步提升數學教學之內涵。
4. 提供數學教育課程、教材與教法等實務經驗，包括數學遊戲、DIY 教具之分享，以供未來之教學與研究參考之用。
5. 針對多數學生特定迷思概念之教學引導，如學生易有的錯誤型態及如何釐清觀念等。
6. 介紹國內外數學教育現況。

二、本刊內容以充實高中、國中與小學數學教學、課程與教材為主，以提供所有關心數學教育人士之教學資源與參考依據。

三、本期刊以季刊方式（3 個月一期，一年共 4 期）發行，分別於每一年的 3、6、9、12 月發行。

四、本期刊採電子與紙本方式同時發行。

ISSN 1815-6355

台灣數學教師電子期刊 2007, 第十一期

台灣數學教師（電子）期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers

第 11 期

2007 年 09 月

台灣數學教師（電子）期刊

目錄

第 11 期

2007 年 09 月

-
-
- | | |
|---|----|
| 中國大陸新一輪基礎教育數學課程改革及其爭議…… | 1 |
| 李瓊、倪玉菁 | |
| 遊戲融入小學六年級數與計算教學的設計…… | 12 |
| 周士傑、梁淑坤 | |
| 建模導向師資培育模式與實施-以國中小建模活動設計工作坊為例…… | 33 |
| 陳冠州、尤詩憶 | |
| 比較台灣部編版和美國（MIC）教材設計的差異性----
以線性方程式主題為例…… | 48 |
| 陳仁輝、楊德清 | |
| 活動報馬仔 | 67 |
-
-

ISSN 1815-6355

中國大陸新一輪基礎教育數學課程改革及其爭議

李瓊¹ 倪玉菁²

(1. 北京師範大學教師教育研究中心 2. 香港中文大學教育心理學系)

摘要

本文闡述了中國大陸新一輪數學課程改革的基本理念、目標及相關內容。基礎教育數學課程改革在知識教育的地位、課程體系、數學的生活化與活動化方面存在著爭議。如何看待基礎教育課程改革，如何處理課程改革中知識、過程與能力的關係、數學課程體系與學生發展的關係、新課程與原有課程的關係以及課程改革實施中如何提高教師的專業化水平，是關係到基礎教育課程改革順利進展的關鍵性問題。

關鍵字：基礎教育 數學課程改革 生活化 活動化

壹、前言

為提高公民素質，增強國際競爭力，世界各國都在反思自己的教育制度與教育理念並醞釀相應的教育改革，其中課程領域內的改革成為教育改革的焦點。特別是，如何使課程關注每一個學生的終身學習與發展，關注兒童的創造精神與實踐能力的培養成為各國課程改革的主要發展趨勢。回應這一國際趨勢，中國大陸於 2001 年頒佈《基礎教育課程改革綱要（試行）》，開始了新一輪基礎教育課程改革（中華人民共和國教育部，2001）。從 2001 年 6 月《全日制義務教育數學課程標準》（實驗稿）正式出版發行，9 月開始在全國第一批 38 個國家實驗區進行實驗；到 2005 年 9 月，義務教育階段課程改革進入全面推廣階段。可見這次課程改革的規模之大，發展之迅速。自 1950 年至今，中國大陸基礎教育共進行了八次課程改革。不同於以往的七次課程改革*，本次課程改革涉及了許多新

* 以往七次課程改革的時間與標誌分別為：1950-1951 年國家教委頒佈《小學(各科)課程暫行標準(草案)與《中學(各科)課程標準(草案)》；1952 年頒佈《中、小學各科教學大綱》(草案)；1956 年頒佈《中、小學各科教學大綱》(修訂草案)；1963 年頒佈《全日制中小學(各科)教學大綱》(草案)；1978 年頒佈《全日制十年制學校中小學各科教學大綱》(試行草案)；1986 年

的議題。新課程“新”在哪里？存在哪些主要的爭議？在近六年的實施中存在哪些主要的挑戰？下面，本文將結合以上問題對中國大陸新一輪數學課程改革的相關內容進行闡述。

貳、新課程“新”在哪里

1· 課程基本理念的深入：面向全體學生

新一輪基礎教育數學課程的基本指導思想為：“義務教育階段的數學課程應突出基礎性、普及性和發展性，使數學教育面向全體學生，實現人人學有價值的數學，人人都能獲得必需的數學，不同的人的數學上得到不同的發展”（中華人民共和國教育部基礎教育司，2002，頁2）。這一基本理念強調基礎教育旨在使每一位學生都能得到充分、自由、多元、和諧地發展。這是從以往過分關注精英教育到面向大眾教育，從強調對少數“尖子生”的培養到注重全體學生發展的人文關懷的轉變，從這個角度看，本次新課程的基本理念體現了對教育基本價值的深入認識。

2· 課程目標的三維一體：關注學生的全面發展

新課程要求在課程功能上改變以往過於注重知識傳授的傾向，強調應培養學生積極的學習態度，使獲得知識與技能的過程同時成為學會學習和形成正確價值觀的過程，成為知識與技能、過程與方法、情感態度與價值三位一體的統一。從數學學科來看，課程改革旨在通過義務教育階段的數學學習，使學生能夠：

- 獲得適應未來社會生活和進一步發展所必需的重要知識以及基本的數學思想方法和必要的應用技能；
- 初步學會用數學的思維方式去觀察、分析現實社會，解決日常生活和其他學科學習中的問題，增強應用數學的意識；

頒佈《全日制小學初中各科教學大綱》；1992年教育部頒佈《九年義務教育全日制小學、初級中學(各科)教學大綱》(試用)。

- 體會數學與自然以及人類社會的密切聯繫，瞭解數學的價值，增強對數學的理解與學好數學的信心；
- 具有初步的創新和實踐能力，在情感態度和一般能力方面得到充分發展。

由此，數學課程的主要目標不只是讓學生獲得必要的數學知識與技能，還包括數學思考、問題解決、情感與態度等方面全面發展。

3·課程內容的生活化：回歸學生的生活世界

本次課程力圖改變以往課程“難、繁、偏、舊”和注重書本知識的現狀，加強課程內容與學生生活以及現代社會與科技發展的聯繫，關注學生的學習興趣和經驗。新課程不再單純以學科中心組織教學內容，不再刻意追求嚴密、完整、邏輯的學科體系，使新知識或新概念的形成立建立在學生實際生活的基礎上，使課程回歸學生的生活世界。體現在數學學科上，新課程強調數學的生活化與應用意識，培養學生用數學的眼光發現與解決生活中的問題，通過學生自己的生活與學習體驗感受數學的意義與價值。

4·學習方式的開放性：培養學生的探究與交流能力

在教學與學習方式上，新課程針對以往過於強調接受性學習、死記硬背、機械訓練的狀況，倡導學生主動參與、樂於探究、勤於動手，培養學生搜集與處理資訊，分析與解決問題以及交流與合作的能力。體現在數學學科上，注重讓學生在多樣化的學習活動中進行自主探究與合作學習，通過相互的解釋、推斷與論證，讓學生學會表達、傾聽、提出自己的數學想法，提高學生數學交流的素養。

以上主要從課程理念、功能、內容與學習方式等方面，闡述了新一輪課程改革的主要議題。另外，本次課程改革在倡導多元評價方式、課程綜合性、均衡性與選擇性以及課程管理的協調性等方面進行了新的嘗試。可以看出，新一輪基礎教育課程改革尋求在教育價值觀及教與學行為方式等方面的深入變革，旨在創造

一個以促進學生發展為中心的、互動開放的師生學習與交流環境。

參、關於數學新課程改革的主要爭議

從上述課程改革的理念可以看出，本次課程改革所反映出的知識觀、教育價值觀、學生觀及教學觀，較以前有了重新的或深入的認識，引起了數學家、數學教育家與中小學教師的廣泛關注與爭論。這些討論與爭議體現在對課程改革的理念、課程標準及課改實施過程諸方面的不同看法。

爭議之一：關於知識教育與“三維目標”

新課程提出的“三維目標”，即在使學生掌握知識與技能的同時，重視學習的過程與方法，培養學生的情感與態度，可以說是本次課程改革的主要亮點之一，其目的旨在改變以往過於注重知識傳授的現象。但對於“改變過於注重知識傳授的現象”的論斷與三維目標的設定，有學者提出了反對的意見。研究者指出，現行課程的問題並不是“過於注重知識的傳授”，恰恰相反，現行課程的一大問題正是對知識傳授注重得不夠充分，不到位（王策三，2004）。其主要的觀點意指，如果說我們的教育真得十分注重知識傳授，就必然會特別精選傳授的知識內容，這裏的內容不僅僅是事實性的知識，同時也包括獲得知識的方法與過程。但我們的基礎教育恰恰在後者這一關鍵內容上一直未得到很好地解決，課堂中的傳授方法與組織形式比較單一化，整體的教學質量水平不高，說明我們還沒有真正地注重知識的傳授，而不是已“過於注重”。“如果按照新課程以上的提法，好像課程改革要求我們在關注學生的態度與情感價值觀時，可以不必太注重知識傳授了；在強調使學生獲得直接經驗與親身體驗時，可以不管學生對書本知識的掌握是否紮實與系統；倡導尊重學生的興趣與需要，可以降低知識教育的質量要求了”（王策三，孫喜亭，劉碩，2005，頁 214）。因此持反對意見者提出要充分實現知識教育的價值，發揮知識傳授的作用，認真對待課程改革中輕視知識的思潮。

而支持課程改革的學者認為，新課程改革對知識與知識教育進行了更為全面的科學界定，增強了課程內容與社會生活的聯繫，使知識真正成為學生的知識而非學科的知識；並強調指出，“三維目標”改變了以往將知識與技能作為學科學習的單一維度，拓展了科目的教育功能與多元價值，因為學習知識的目的並不僅僅在於對知識本身的掌握，更在於加深對知識思想文化內涵的理解和學習能力的形成（鍾啟泉，有寶華，2004）。從這個意義上看，課程改革的支持者認為“三維目標”的確立非但不是輕視知識，而是更為重視知識教育。

而提出質疑的研究者（王策三，2006）進一步指出，“三維目標”在理論上存在重大缺陷，也在於其沒有指明三者各自的地位以及相互之間的結構與關係。

“‘三維目標’看起來也包括有知識目標，但實際上經過‘三分天下’，分散與削弱了知識的基礎與主軸地位”（王策三，2006，頁8）；並指出，這正是新課程理念（學科本位與知識本位的轉變）的具體化，導致在實踐中“三維目標”的“虛化”。如本來“知識、技能目標是三維目標的基礎性目標”，但在不少課堂上，卻從只抓“雙基”走向另一極端，放棄“雙基”；“知識與技能的目標該實的不實”；“過程與方法的目標出現了‘遊離’的現象”；“情感、態度與價值觀的目標出現了‘貼標籤’的現象”（王策三，2006；余文森，2005）。質疑者進一步強調，“三維目標”的虛化現象，主要不是“實施者對課程理念的理解與領會出現了偏差”，而是“新課程理念”本身理論上的不正確所導致的（王策三，2006）。可以看出，以上不同觀點爭論的焦點在於我們如何看待知識傳授及其在教學中的地位與作用。

爭鳴之二：關於數學課程體系的安排

2005年3月16日中國大陸《光明日報》發表《新課標讓數學課失去什麼》一文，引用了數學家姜伯駒院士對課程標準的看法。姜伯駒院士指出，義務教育數學新課標“全面否定過去的教學體系”，“改革的方向有重大偏差”，“與原數學大綱相比，總的水準大為降低，這個方向是錯誤的”（光明日報，2005）。

姜伯駒院士從數學學科的角度指出，新課程標準全面否定過去的教學體系，每個學段（三年為一學段）均代之以數與代數、空間與圖形、統計與概率、實踐與綜合四大板塊，這種“螺旋式上升”的理念，把知識點分成幾片，先講一片，然後就放下了，講下一片的時候就要等到一年以後，知識作為一個體系，前幾個知識點告訴你“是什麼”，下面就要告訴你“為什麼”。現在只講了“是什麼”，“為什麼”要到一年以後再講，這個體系就切斷了，使得知識的講授跳躍雜亂，削弱了學生思維探究的精神（光明日報，2005）。

而課程標準制定者們則認為，新課程強調重視學生的經驗，通過具體的情境引出數學問題，強調數學的實踐與綜合應用的分量；教材的體系已經不可能採取直線式的結構，即數與代數，空間與圖形，統計與概率三個領域都不可能按照自己的學科體系從頭至尾的發展，都將被實踐與綜合應用這個領域多次打斷，總是要階段性的交織在一起出現、交織在一起解決問題。其目的在於讓學生通過實踐與綜合應用的環節知道數學是從哪里來的，數學是如何與現實問題建立聯繫的，數學是如何解決具體問題的，這些無論對學生的成長和發展都具有至關重要的啟示作用（中國教育報，2005）。《中國教育報》（2005年6月1日）發表《對話義務教育數學新課（程）標（准）》一文指出這一“大方向應該肯定。”這裏需要補充說明的是，姜伯駒院士所指的過去傳統的數學體系意指代數、幾何與三角的分科。在數學教育中，教學體系應與學科體系有所區別，但教學體系與數學科學體系的聯繫是什麼？什麼樣的數學課程教學體系更加適合學生未來的發展與對社會生活適應，應是數學家與數學教育家在理論與實踐層面進一步共同探討的問題。

爭鳴之三：關於數學化與生活化

強調數學與現實生活的聯繫，提高學生對數學的應用意識是新課程改革的一個重要理念。新課程標準指出：“學生的數學學習內容應該是現實的、有趣的、富有挑戰的”（中華人民共和國教育部基礎教育司，2002，頁2）。關於數學的

生活化與數學應用意識，不同的學者表明了自己不同的看法。如有學者指出，數學在義務教育階段不必引入太多的應用內容，以免讓學生眼花繚亂而掌握不到數學的科學本質。數學應由它的簡潔、明確與強烈的規律性來引起學生的好奇心與學習興趣，而不是用繁雜的事例來灌輸知識（中國教育報，2006）。數學家姜伯駒指出，中小學數學教育擔負著理性文明和科學精神的啟蒙使命，數學教育在基礎教育中有其特殊的地位，如“數學是科學的語言”，“數學是思維的體操”，這對於青少年的健康成長關係極大（光明日報，2005）。姜伯駒院士認為新的數學課程標準大大淡化了數學中的推理證明，代之以“貼近學生熟悉的現實生活，使生活和數學融為一體”；並強調指出，“不鼓勵學生問為什麼，不講證明，數學課就失去了靈魂”（光明日報，2005）。強調數學的生活化是否降低了學生數學“形式化”或抽象思維能力的發展，如何使學生在生活化的情境中體會數學內在的規律性、嚴謹性與邏輯性等特點，是當前數學教育研究者與中小學數學教師需要解決的重要課題。

爭鳴之四：關於自主探究與數學能力

新課程倡導學生自主探索，讓學生親自實驗、操作，參與到教學的全過程，讓學生體驗數學的發現過程，以激發學生的學習興趣。對於這一點，一些數學家與中小學教師表達了不同的意見。一些數學家從數學學科的角度指出，數學的特點在於嚴密，其思維方式與學科精神能使人們養成縝密、有條理的思維方式（中國教育報，2005）。這些數學家對數學新課程表達了自己的擔憂，如指出：“強調讓學生自主探索、觀察、實驗、猜測、驗證等，本身並不錯，但絕不能代替數學上嚴格的證明。數學與物理、化學、生物等以實驗為基礎的學科的最大區別就在於數學證明的邏輯嚴格性。數學不嚴密了，這對培養學生一絲不苟的工作態度、敬業精神和強烈的社會責任感都是極為不利的”（中國教育報，2005）。中小學數學教師則提出，因為課程標準基本上是理念性的，沒有明確的實施指導，教師在課堂中不清楚如何具體落實課程改革的理念；也有教師反映，“在新課程

實施中，課堂氣氛活躍了，學生學習數學的積極性提高了，學生動手多了，但動腦少了，導致學生基本的知識與技能降低，學習成績普遍下降”（余文森，2005，頁6）。有教育研究者對此現象作了剖析，指出發揮學生的主體性應是教師主導下的主體性，新課程實施中出現的這種膚淺的、表層的“假性主體”，主要在於新課程理念中沒有明確強調“教師主導”作用，因而不少課堂出現了學生“眾說紛紜”而教師則“聽其不語”表面熱鬧的現象。離開了教師主導下的探究，就不會有學生真正的主體性（王策三，2006）。因此，如何在互動開放的學習環境中真正發揮學生的主體性，如何在學生的自主探索與學習成效中找到一種平衡，應是新課程改革中需要深入研究的重要問題之一。

肆、對中國大陸新一輪數學課程改革的發展性思考

1. 如何看待新一輪課程改革

新課程改革從理念的提出到具體實施已近六年的時間，反思課程改革取得的豐富成果與存在的許多爭議及問題，一個首有的問題就是我們如何看待本次課程改革。不少人認為，課程改革是部分人提出的，是某些主管領導的想法，言外之意是課程改革缺乏必要的社會基礎與現實動力；而支持課程改革的一小部分人也有自覺或不自覺地把領導的指示作為改革的依據。所以有研究者指出，對課程改革無論是否定還是肯定，其實都存在著對專家或領導權威的依賴，表現為缺乏個性，缺乏思維甚至不願思維（石歐，2005）。這種批評指出了這種“自上而下”的課程改革容易出現的這種偏差。但不能否認，如同任何其他的改革，本次課程改革有其自己的動力。反思中國內地當前的基礎教育現狀，幾乎所有嚴肅的教育理論與實踐工作者都同意必須改革傳統的課程，以適應並促進中國社會、經濟與文化各方面的發展。課程改革不可避免地首先是一種追求，一種理念，儘管其涵義仍有某種程度的模糊與遊離，但其基本精神所開展的思想、話語及行動比其具體的設計更重要。從這個角度看，改革不是去建立、證明一套技術體系，而是去

傳播新的理念、新的文化與新的行動方式。這應是課程改革的主要貢獻。另外，課程改革本身也有一個成長與成熟的過程，不論是贊許還是疑慮或反對，對於課程改革，我們有責任提出恰當的思想、批評與意見，通過不同角度的專業對話，進而對實踐進行正確地指引，不斷地豐富完善課程改革的知識基礎，改善課程改革各項理念於課堂中的實踐。

2·處理好數學課程改革中的幾種關係

應當說，本次新課程改革所引發的許多討論與爭議，如知識傳授的地位與作用；生活經驗與學生學習的關係；學生主體與教師主導的角色關係等等，是長期以來教育與教學中一直存在與需要進一步澄清的基本理論與實踐問題，而新一輪課程改革提供了一個重新思考並厘清這些教育與教學理論與實踐問題的契機。在新課程改革背景下，我們需要進一步認識與處理好如下幾種關係。

首先，正確看待知識與方法、知識與能力的關係。以上關於“三維目標”引發的爭議，其焦點在於如何看待知識教育的作用。隨著知識爆炸時代的來臨，一種觀點認為掌握知識已經不重要了，重要的是掌握獲取知識的方法，提出教育要從“知識中心”轉移到“能力中心”，從“學會知識”轉移到“學會學習”等。這種觀點似乎很有道理，但在很大程度上其實割裂了知識與方法、知識與能力的關係。就知識與方法而言，一方面知識從類型上不僅包含“事實性知識”，而且也包含“程式性知識”，後者即為通常所說的“方法”，所以方法包含在知識的範疇中；另一方面，事實性知識的獲得以一定的程式性知識為條件。另外，一旦人們掌握某種知識，就會成為我們進一步掌握理解其他知識的“視角”，具有方法論的意義（石中英，2005）。因此，無論從哪個方面看，掌握知識與掌握方法彼此之間都不是對立的關係，而是內在的統一，無知者必無法。同樣知識也是能力的基礎，能力可以轉化為知識。正所謂無知者必無能。理清這些關係，有助於我們正確理解數學課程中基本知識的掌握與高層次數學思維能力的關係，一方面將基本數學知識的學習融入問題解決的過程中，培養學生的問題意識，形成高層

次思維能力；同時在高層次思維能力訓練中關照最基本的數學知識的理解，形成數學知識與能力發展的內在聯繫。

其次，兼顧數學學科的系統性、結構性與學生發展的關係。新課程重視學生的生活經驗與動手操作，但如果缺乏必要的歸納與昇華，學生的學習往往停留在低層次上，難以學到“真正的數學”，導致學生缺乏紮實的數學基礎。數學課程需要考慮和平衡這些不同層面，包括數學學科的系統性與結構化，課程的應用性，及學生的個性特點與發展的差異性。在注重學生基本知識的同時，發展學生的深層次理解與創造性思維能力，提高學生對數學的興趣。

再次，不應割裂課程改革與傳統課程的關係。課程改革不是原有課程的對立物，它依託於自身的傳統，通過變革，繼承與發展而實現自身的完善。只有正確處理新課程與傳統課程的關係，才能明確新課程中哪些是需要繼承的，哪些是需要改進與創新的。唯如此，課程改革的推進才能具備現實的基礎與發展的推動力。

最後，是關於課程實施與教師專業發展的關係

課程改革的理念能否真正落實到課堂中，教師起著關鍵性的作用。從理念的領會到課堂的實踐，中小學教師需要一個學習的過程。近年來，課程改革的推進有點像一場風暴，改革實踐中產生了許多偏差與問題。如“三維目標”實施中的“虛化”現象；為情境化而設置情境；為發揮學生的主體性而忽視教師的引導性；追求教學的多樣化而導致形式化（余文森，2005）。為保證課程改革的有效實施，需要進一步加強對教師的培訓，為教師創造專業學習的氛圍，並引導教師有意識對自己日常課堂教學進行研究，提高教師的專業素質，從而增強對課程改革的思辨和應變能力。

參考文獻

光明日報（2005）。新課標讓數學失去什麼？3月16日，北京。

石 鷗（2005）。關於基礎教育課程改革的幾點認識。《教育研究（中國大陸）》，26（9）：28 - 30

石中英 (2004)。關於當前基礎教育改革的幾點認識與思考。

<http://www.pep.com.cn>.

王策三, 孫喜亭, 劉碩 (2005)。基礎教育改革論。北京：知識產權出版社。

王策三 (2006)。關於課程改革“方向”的爭議。教育學報, 2 (2): 3-10。

王策三 (2004)。認真對待“輕視知識”的教育思潮——再評由“應試教育”向
素質教育轉軌提法的討論。北京大學教育評論, 2 (3): 5-23。

余文森 (2005)。新課程教學改革的成績與問題反思。課程. 教材. 教法, (5):
3-9。

中國教育報 (2005)。對話義務教育數學新課標。6月1日, 北京。

鍾啟泉, 有寶華 (2004)。發黴的乳酪——《認真對待“輕視知識”的教育思潮》
讀後感。全球教育展望, 33 (10): 3-7。

中華人民共和國教育部基礎教育司 (2002)。全日制義務教育數學課程標準解讀。
北京：北京師範大學出版社。

中華人民共和國教育部 (2001)。基礎教育課程改革綱要 (試行)。
教基[2001]17 號。

遊戲融入小學六年級數與計算教學的設計及反思

周士傑¹、梁淑坤²

¹嘉義市林森國民小學、²中山大學教育研究所

摘要

本研究旨在探究將遊戲融入小學六年級數學教學的設計過程，並透過學生、家長、現職教師的觀點修正遊戲。其教材內容為因數和倍數、分數、比與比值三單元。研究者參考英國學者 Bell 遊戲教學時須注意事項及國內學者饒見維對遊戲教學的設計方法，設計出適合課程內容的數學遊戲。設計完成後，經由現職教師及學生預試來修正遊戲設計，而後經由研究者於課堂正式施測，並透過學生學習單、家長問卷來探討遊戲教學的效果。研究結果顯示，學生較偏愛團體進行的遊戲，其原因是學生能與同儕一同體驗遊戲的樂趣，並一起解決遊戲上的數學問題，進而一同學習成長，而遊戲也提升學生學習興趣，使學生能達到自動自發的學習該單元知識。至於家長意見方面，則較偏向遊戲的實用性的觀點，家長覺得遊戲應是安排在正常教學後的休閒活動，不過若能適時的將遊戲應用在課堂上，學生學習的動機會有大的影響，而將遊戲融入教學也是一種不錯的教學方式。研究建議，遊戲應配合適當的課程與教學設計，使數學教學能更生動活潑化，讓學生能在遊戲中學習到數學，進而提升學生的學習興趣及學習態度。

關鍵字：數與計算教學、遊戲設計、小學六年級

壹、研究動機及目的

遊戲在兒童的生活中佔有一個相當大的地位。由皮亞傑的理論知道遊戲之所以對兒童重要，因為在遊戲之中能讓兒童的具體經驗和抽象思考互相連結，使得遊戲如同是兒童知識的橋樑，所以在簡單的遊戲中兒童不須被教導就能和同儕玩耍。有規則的遊戲兒童亦能利用自身的知識或團隊的合作來達成遊戲的目標，透過這樣遊戲的方式學習到合作的經驗、討論的方式等達到學習的效果。因此，將遊戲融入數學教學中，來增進學生學習成效是一件值得嘗試的事，這不僅是以學

生為學習主體的本位學習的教學方式，也能透過遊戲融入數學教學的課程中來訓練學生的思維能力。在本研究中，研究者將教材、教法及教具融入遊戲，設計成一個適當的教學活動，用以改變學生學習態度，並在這樣的教學過程，藉由學生的學習單，家長問卷來修正改進遊戲設計。

貳、文獻探討

遊戲對於兒童學習有重大的影響力，Aufshnaiter & Schwedes 及 Helanko 主張開發有趣的單元活動教材來改善教學與學習環境（引自蘇育仁，1993），認為影響學生認知推理最重要的因素是：學生不斷透過遊戲過程的實際行動與感覺，把事物、行動和實體等，各方面建立成為一個客觀化的系統，進而形成概念結構，並增進其解決問題的能力（王明慧，1996）。楊淑朱（1995）提到運用遊戲—討論—重新遊戲的方式，不僅可以增進兒童的能力和自信心，同時也能培養兒童成為一位主動學習者及探險者，同時也讓教師順利的將理論和實務連接起來。因此，遊戲導入教學中教師即扮演的一個相當重要的角色，遊戲導入教學後，要對學生的學習產生影響，即要靠老師導引學生進入遊戲系統去學習（蘇育仁，1993），所以一個良好的遊戲教學即須經由老師的設計，融入適當的課程裡，這樣的教學才能讓學生獲得有意義的學習。

由此可知，遊戲若能經過教師精心的設計，遊戲活動對學生即非單純的玩，而是一種有效的學習。所以教師應提供適當的知識及教具，點出學習單元中的概念結構，以影響學生的解題活動或推理思考過程。在遊戲導入教學設計中，英國學者 Bell 及台灣學者饒見維都有其獨特的見解，Bell（1978，引自黃毅英，1993）對於導入教學的遊戲提出十二個評鑑準則，這些準則主要是以學生「學習」方面的表現為主，因此在遊戲設計的原則上、價值上、評鑑上都應是相當值得注意的地方。國內學者饒見維（1996）提到遊戲導入教學應包含四個的要點：（一）挑戰性、（二）競賽性或合作性、（三）機遇性或趣味性、（四）教育性。一個良好的數學遊戲若少了教育性即會變為一種有趣味的活動，對學生的學習影響性就較

少，反之，若教育性成份太多則又失去遊戲的意義，變成了枯燥無味的教學活動了。

在設計遊戲時，除了要考慮到遊戲設計的要點外，也要重視到課程精神和課程教材的結合。本研究樣本班級所使用的數學課程強調數學的學習是由發現轉向為建構（甯自強，1993）。而教育部（2003）也提出此課程是以學習者為主題，以知識的完整面為教育的主軸，以終身學習為教育目標。若以遊戲活動的角度來看，在遊戲活動的過程中，遊戲活動者必須運用本身的經驗，試著將所學過的知識、技能和想法加以彙整，整理出一套可讓遊戲活動順利進行並最後可獲勝的方法，這正如課程綱要中要培養學生的「學習應用問題的解題方式」。

因此研究者在參閱相關文獻後，根據研究班級的數學教材，選擇學習主題都為數與計算的單元，分別為因數和倍數、分數、比與比值，這三個單元，作為此次遊戲導入數學教學的教學活動。在因數和倍數單元的學習目標為：1、認識因數並能從給定的數中，透過除法餘數為0的解題活動中，找出所有的因數；2、認識倍數，並能從百數表中找出此數的倍數；3、透過除法的解題記錄，了解因數與倍數的關係。分數單元的學習目標為：1、認識擴分；2、認識約分；3、認識通分。比與比值單元的學習目標為：1、認識比，進行比的說、讀、聽、寫活動；2、透過比的前項除以後項，介紹比值的意義，並利用比值的運算決定兩個比是否相等；3、能利用前項和後項約分的方式，求得最簡單整數比；4、利用將前項和後項化為共同的較小單位的方法把比轉化成整數的比。

參、研究方法

一、教學者信念

課程改革似是不斷的在改變。在教學者小學求學時，所用的數學課程大綱與在師範院校求學時所使用的已不同，畢業後，教育部又提出另一次的課程改革。在這一連串的改革中，教學者的角色也不斷的改變，由最初的學習者逐漸轉變為教學者，到教學者讀研究所時，又由教學者轉變為研究者。而後又陸續參加論文

指導老師籌辦的數學教師成長工作坊、數學營隊，更讓教學者深刻的體認到遊戲融入數學教學後，學生學習數學是如此的主動又快樂。在經多方蒐集文獻和研讀數學遊戲相關書籍，確信將遊戲融入數學教學有益學生的學習。於是教學者依據文獻中學習理論、遊戲理論，並考量到班上學童數學學習能力不一因素，設計適性的遊戲融入數學課程中。所設計的遊戲都能因學生素質之不同而重新設定規則，期望能因此對於學生的數學學習有所啟發，進而能開啟學生的另一扇學習之窗。更期望透過研究的過程中，讓教學者於專業上有所成長。

二、研究樣本

本研究的正式對象為研究者在本校六年級擔任數學科任科教師的班級，全班共有 32 位學生，男生 14 人，女生 18 人，其中一位男學生屬於特教領域的學生。該班五年級初即進行 S 型編班法，所以學生的素質的分佈為常態分配，整體而言，學生素質偏為中等程度。在教學課程上，使用的教材為現通行中某一版本的第十一冊數學科課本。

三、預試

本研究由教材和單元選擇 6 個可行方向，研擬 6 個遊戲，先由 3 位教師再由 4 位學生進行預試。

(一)、教材和單元選擇

在教學課程單元上的選擇為「因數：抽稅」、「因數與倍數：因數大老二」、「同分母相加減：99」、「等值分數：抽鬼牌」、「比例：畫格子」、「比例：棋子」，以作為教學內容，並以單元的學習目標為主。

(二)、教學方案預試結果

1、因數與倍數—「抽稅」遊戲教學預試結果

同學先拿一張牌(1-10)放在盒中，政府抽稅是抽此數字的因數，下一步重覆，直至桌上所有卡片被抽走，最後，算出自己賺多少，政府抽多少。此遊戲為研究者參考黃敏晃(2005)。因此遊戲在規則的修改上就較無大變更。研究者先進

行遊戲然後一邊遊戲一邊講解規則，如此學生較能熟悉遊戲。預試時四位受測試學生在研究者示範過遊戲的玩法後都能順利了解遊戲規則。而四位學生在遊戲開始時因為知道要使用因數來進行遊戲，所以他們會將牌組上的數字所有的因數都寫於紙上再進行遊戲。

2、因數與倍數—「因數大老二」遊戲教學預試結果

「因數大老二」遊戲設計如附件。三位教師在遊戲預試過後認為「因數大老二」須應用到因數的基本概念，但遊戲中學生手上一次拿太多張牌(每人 12 張)，可能無法一一分辨出數字的因數而降低遊戲的趣味性，因此研究者和三位老師的討論後，決定撲克牌數減少至 24 張。修改過後，由於遊戲中學生需考量所有數的因數，才能使手上所有牌都能脫手，這期間學生除了用到因數的概念外，還要掌握到牌組的分配，是屬於較高層次的遊戲。預試時四位受測試學生都感到新鮮而有趣。而四位學生在初次(24 張)使用時，聽到遊戲跟因數有關，便會在將手上撲克牌的因數全部寫出，然後進行遊戲。當學生熟悉遊戲之後，研究者將所有因數撲克牌(48 張)加入遊戲，如此使遊戲困難度增加，預試的學生也因為撲克牌張數的增加，在牌組的搭配上就較顯得小心翼翼的。預試的學生反應說只有 24 張撲克牌時，遊戲進行的太順利，很快就結束，但若用 48 張又顯得太多，無法一下子分辨出來，但卻較刺激、較需要用到頭腦思考。

3、同分母分數加減法—「分數撲克牌」遊戲教學預試結果

自製分數撲克牌組一套共 40 張，內有同分母分數撲克牌共 32 張和字牌 8 張。撲克牌其中 25 張為藍色(當作加數用)，7 張為紅色(當作減數用)。字牌 1 張為「滿點」，(即不管累加到多少，直接達到 10)，2 張為「下一個」(輪到下一個人)，2 張為「倒轉」，(若原先輪流的順序為順時針，打出此牌後輪流順序改逆時針)，3 張為「指定」，(可指定任何一個玩家出牌)。學生每人先發 3 張撲克牌，其餘做為牌堆用。一開始先決定好順序及輪流方式(順時鐘或逆時鐘)。第一人若打出藍色的分數撲克牌(如： $\frac{2}{5}$)，每打出一張即可由牌堆中抽取最上方

一張放於手上。第二人出牌則可打出任何一張牌，若打出藍色的 $\frac{4}{5}$ 則累加到 $1\frac{1}{5}$ ，然後在牌堆上方抽一張牌後，換下一個人出牌。

三位教師在遊戲過後認為「分數撲克牌」符合同分母分數加減法的數學概念，但遊戲中當作減數的撲克牌太多，可能會降低遊戲的趣味性及競賽性，因此研究者在預試後將減數的撲克牌減少至 7 張。預試時四位受測試學生也建議在牌組中增加「滿點」的牌（立即累加至 5），如此可使遊戲更富有刺激性。研究者經過考慮後，認為「滿點」是讓學生練習整數減分數的機會，所以決定採用學生的意見加入「滿點」使遊戲更富有樂趣。研究者也為避免學生只熟悉單一分母的分數，所以在製作分數撲克牌時每一套牌的分母皆為不同，以期學生能充分達到練習的效果。

4、等值分數－「抽鬼牌」遊戲教學預試結果

自製分數撲克牌組一套共 20 張，內有等值分數撲克牌共 10 組，一組 2 張。遊戲方式：（類似抽鬼牌）先於牌堆中任一抽取一張當作鬼牌；決定好輪流順序，順時鐘或逆時鐘方向。將牌堆中的牌依序分給所有玩家，最後一位拿到牌的玩家先開始（手中牌數比其他玩家少一張）。若為順時鐘方向輪流順序的話，由該位玩家向左手邊玩家手中的抽一張牌。若抽牌後的牌跟自己手牌中任一張牌為等值分數時，即可將此兩張牌都餘桌面上。反之，若抽牌後的牌跟自己手牌中任一張牌皆不為等值分數時，即換左手邊玩家（被抽者即為下一次的玩家）。依序進行，直到某位玩家手中牌組無兩張等值分數可丟於桌面時，此為玩家即為輸家。

指導教授在遊戲過後認為「抽鬼牌」符合等值分數的數學概念應用，但遊戲中牌組太多（一開始研究者使用了 40 張共 10 組的等值分數），學生手上一次拿太多張牌，可能無法一一算出等值分數而降低遊戲的趣味性，因此研究者決定將撲克牌張數減少至 20 張共 5 組的等值分數。修改過後的遊戲三位老師也都認為由於須從對方手中抽取一張，充滿了機運的成分，使得趣味性增添許多。預試時

四位受測試學生都感到新鮮而有趣。而四位學生在多次使用後也建議可將撲克牌中的分數圖形去除，如此可使遊戲困難度增加，相對的樂趣也就較高。研究者經過考慮後，認為可以製作兩套撲克牌一套有分數圖形，另一套則是沒有，如此可以適合不同程度的學生使用。

5、比與比值－「畫格子」遊戲教學預試結果

方格紙一張(5 x 5)、自製骰子一顆(骰子上面標示比例，如 1:2 可自行決定)、紅筆、藍筆各一支。遊戲方式：先決定先後順序，決定後，先者擲骰子後依其所骰出的比例在方格紙上畫出矩形，如骰出 1:2 即為長寬比 1:2 為的矩形；依序輪流進行；最後無法於方格紙上畫出矩形者即為輸家。

三位教師在遊戲過後認為「畫格子」使用到比的基本概念，但遊戲中提到雖然使用兩個不同的骰子來表示長跟寬(紅色骰子表示長、白色骰子表示寬)，這樣的方式，學生需要多次思考才能達到「紅色比白色」=「長比寬」=「點數比」的想法，建議使用單顆自製的比例骰子，在骰子直接寫上「長比寬=1:2」，這樣較容易讓一般程度的學生能較快融入遊戲。而對於高程度的學生在使用遊戲一段時間後，再改為紅白兩顆骰子，增加不同比例的出現，以提昇遊戲的難度。學生預試遊戲時，研究者即將四位學生分成兩組進行，一組使用紅白兩顆骰子，另一組使用自製的比例骰子。研究者發現使用紅白骰子的小組成員較不能融入遊戲之中，而使用自製骰子的小組就較喜歡這遊戲。隔天，研究者將兩組原先使用的骰子互換(使用紅白兩顆骰子改為使用自製骰子；使用自製骰子改為使用紅白兩顆骰子)，研究者發現原先使用紅白兩顆骰子的學生改使用自製骰子後，漸漸喜歡上該遊戲，而原先使用自製骰子的學生則覺得因為紅白兩顆骰子，可以骰出更多不同的比例，而感到更有趣。由這樣的預試觀察，研究者決定先使用自製的比例骰子，當學生熟習遊戲之後在加入紅白骰子增加遊戲的挑戰性及趣味性。

6、比與比值－「四子棋」遊戲教學預試結果

6x6 方陣遊戲圖一份(格子內填有各種比例，如 1:2，但比的前項及後項數字最大為 6) 骰子兩顆(最好顏色不同)。遊戲規則：(1) 玩家決定輪流的順序

後，先者同時擲兩顆骰子，擲出的點數所組合的比，可在方陣遊戲圖中選擇適當的比例方格劃記。：如擲出 2 點和 3 點，則玩家可選擇要在「2:3」、「3:2」「4:6」「6:4」、等四格選擇一各劃記。(2) 已劃記過的方格不能重覆劃記，若所有可劃記的方格皆被劃過，再重擲骰子一次，若仍是無法劃記，則換對方玩家。在某回合結束後，先將 4 個比聯成一線（直的、橫的、斜的）的玩家即為獲勝，若兩人皆達成 4 個聯成一線，則為平手。此遊戲為研究者參考李國賢(2003)中的「比值五子棋」改編而成的。研究者將由原先的 10×10 的方陣遊戲圖改成為 6×6 的方陣遊戲圖，並以骰子來呈現遊戲中的比的前項及後項。由於此遊戲可能遭遇的問題在書中都有提到，所以當研究者與 3 位預試教師試玩後，遊戲規則上沒有變動過。研究者將遊戲與預試學生試玩時，發現學生若擲出 2 點和 3 點都會畫「2:3」或「3:2」的格子，但卻常忽略「4:6」、「6:4」的格子也可以畫記，須要經由研究者提示後才知畫記，所以遊戲常常因花的時間過長而感到枯燥。於是，研究者提議將原先獲勝的條件（當玩家四顆棋子連成直的、橫的或斜的一直線時為獲勝），增加四顆棋子能拼成田字狀也可以算為獲勝。由於獲勝的條件增加，所以學生因花太多時間而感到枯燥的問題就減少許多了。

四、資料蒐集

(一) 學生學習單

1、遊戲使用單

為學生使用遊戲之後填寫的學習單。主要是研究者透過學習單的內容了解學生對該遊戲的使用情形及喜愛度。

2、遊戲回饋單

為研究者在所有遊戲教學實施過後再發給學生填寫，填寫的內容主要是由學生的觀點來看遊戲的喜好，並透過遊戲的感想心得，來反思學生在這六次遊戲教學後的收穫，研究者也藉此反思這遊戲教學過程對學生是否適合。

(二)、訪談紀錄

本研究的訪談對象為研究樣本的學生。訪談內容為：該遊戲融入數學教學後學童使用的情形、學童對該遊戲的反應和學生對數學學習的態度表現改變情形。

(三)、家長問卷

本研究問卷是研究者和指導教授討論後自編的問卷，問卷內容包括對遊戲融入數學教學的接受度、遊戲融入數學教學對學童是否有助益、及對教師使用遊戲融入數學教學的建議。實施對象以參與研究的學童家長為主。

(四)、教師手札

在研究過程中，研究者利用教學手札，紀錄自己在課程上執行的反思，在課餘時間觀察學生或融入學生之中遊戲的心得、遊戲融入教學後所遭遇到的困難、教學中的發現和學生的特殊表現。是重要的研究資料之一。

肆、研究討論

本節將由一、Bell 的遊戲設計準則，二、饒見維的遊戲設計要點，三、家長觀點等三方面做來討論。

一、Bell 的遊戲設計的準則

由於 Bell (1978, 引自黃毅英, 1993) 提出的遊戲準則，主要是以學生「學習」為主，所以研究者將依 Bell 提出的遊戲準則整理出四個性質：(一)難易性、(二)參與性、(三)紀律性、(四)學習性(表 1)，作為研究者遊戲導入數學教學中的反思的參考項目，並再加上研究者的觀察增加(五)延伸性作為遊戲設計反思的要點。

表 1 本研究遊戲所具含的性質

	Bell 提出的遊戲準則
難易性	一、學生對遊戲的規則清楚嗎？
	二、學生是否要花太多時間去熟悉遊戲？
	三、遊戲是否會因規則太過困難而拖慢遊戲進度
	四、遊戲是否會太簡單或太困難呢？
參與性	五、是否每個學生都有玩到遊戲機會？
	六、是否每個學生都可玩完整個遊戲？
	七、遊戲會讓學生興趣嗎？

紀律性	八、是否引起學生紀律性的問題？
學習性	九、學生會因遊戲而忽略學習？
	十、在整個遊戲過程是否含有數學部分？
	十一、學生能否達到數學認知的目的？
	十二、最重要者，學生經過遊戲後，數學表現是否有進步？

(一) 難易性

在設計遊戲之初，最難掌握的就是難易度的適當性，如果一個遊戲太難，那就只有少部分學生會玩，反之，若遊戲太簡單卻容易造成資質好的學生常常獲勝，於是研究者參考坊間遊戲及文獻後，開始著手設計遊戲。一開始設計的遊戲並不順利，在最先設計的初版「抽鬼牌」就是一套 40 張內有 10 組的等值分數撲克牌，而在遊戲設計者與指導教授溝通過後才發現遊戲是太過以成人的觀點來設計了，對學生的而言，可能困難度會增加許多。

「……前幾天，老師忽然提出要將「抽鬼牌」這遊戲在大兒子的晨光教學中使用。一開始跟老師提到有 40 張共 10 組的等值分數時，老師第一個反應是：「太多張了，一半就好！不過為了怕學生不懂，最好用透影片再做一套透明的。」。……在老師晨光教學後，他就告訴我：「還有學生不相信 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ，於是他拿了透明片的撲克牌讓他比較，他才相信。」……」

(930508 教師札記)

在這之後，研究者想到過去研究者試玩的對象多為現職教師，而教師的學習成就原本就高，再加上以成人的觀點來設計遊戲，使得遊戲的難易度增加許多，經過指導老師的提醒後，研究者在設計遊戲除了會設法降低遊戲的難度，並且會對學習成就較低的同學在設計一套輔助的工具，讓學習成就較低的同學也能順利的使用，如此使遊戲的難易度能兼顧到所有學生。除此之外研究者也找了三位對遊戲或團康較熟悉的老師來試玩遊戲，並在試玩中對於遊戲的數字是否會因為太

過多，而增加困難，或是因為遊戲的過程中，趣味性太低使得遊戲的進行並不順利。

表 2 本研究降低遊戲難度的方法

遊戲名稱	降低遊戲難度的方式
99	圖卡中間多了分數圖形
抽鬼牌	製作透明撲克牌做比較
抽稅	遊戲前請學生列出 1 至 20 內所有數的因數
因數大老二	遊戲前請學生列出遊戲中出現數字的因數
畫格子	骰子上的比是以常見的比為主，如：1：1、1：2
四子棋	表格上列的比是骰子能骰出來的數所組合出來的比。

成人在設計遊戲教學時，常會因為自己的能力而設計出一套並不適合學生使用的遊戲教學，為了避免這樣的方式，即是多尋找對於遊戲或團康有研究的人先試玩，再來尋找相同年級的學生試玩，如此經過預試老師和預試學生的試完後，才能將遊戲真正的導入課堂上的教學。不然一個遊戲太簡單或太難，都可能引不起學生的興趣，少了學生提起興趣去參與，這樣就失去遊戲導入教學的意義了。

(二) 參與性

一個遊戲的難易度影響到學生使用遊戲的意願，當學生願意去使用遊戲時，即達到遊戲導入教學的意義了，反之，如果學生不願參與使用遊戲那就失去了遊戲導入教學的意義了。因此研究者除了提升遊戲的趣味性外，並在製作遊戲的教具上盡量達到全班人數都能使用的數量。由於遊戲導入教學中的遊戲教具多為教師自行設計而成，所以在材料取得的難易性便極為重要，於是研究者參考文獻及坊間的益智遊戲後，發現利用撲克牌、象棋、紙張、骰子設計出來的遊戲教具，除了材料較簡單獲得外，攜帶上也較方便，所以一開始研究者即就常見的撲克牌著手設計，一連設計出「99」、「抽鬼牌」、「因數大老二」，而也利用了骰子設計出「畫格子」和「四子棋」，「抽稅」即是使用了紙張來呈現。但對於使用象棋來設計遊戲，起初研究者也嘗試使用象棋當做遊戲教具使用，但在設計後發現兩個

不適當的理由：1、遊戲過程中，玩家思考過久，拖延遊戲進行的流暢度。2、無論在製作棋子或者棋盤方面，材料取得都不容易。因此研究者即沒有將象棋運用到本研究的遊戲中。

(三) 紀律性

遊戲導入教學要在課堂正式實施時，最難掌控的就是學生因歡樂而不加節制的喧嘩影響到其他班級。因此，研究者為了避免遊戲導入教學在課堂進行時，因吵鬧而影響到別的班級教學，研究者想到了三個對應的方法：1、研究者先去知會附近班級的教學老師，並參考該班的課表，盡量選取該班在其他教室上課時間，進行遊戲導入數學教學，以免過分喧嘩而影響到該班教學。2、當研究者將遊戲導入數學教學時，即會將走廊邊的門窗緊閉，只留靠近操場邊的門窗，以免喧嘩的聲音在走廊造成回音，而影響到其他班級上課。3、當初研究者在設計遊戲時即考慮到喧嘩的問題，所以研究者設計的遊戲多為可重複使用的教具，如此即可利用上課時跟學生講解規則後，鼓勵學生於課餘時間使用遊戲，以免造成遊戲的喧嘩影響到其他班級。而這樣的想法也讓學生在了解遊戲規則後，會將遊戲帶回家與家人一同分享，間接也促進了學生與家人間的親子關係。

(四) 學習性

林嘉玲(2000)也提到並非所有數學單元都適合以遊戲來呈現，而研究者也認為即使將適合的遊戲導入數學教學的課程中，也不能將單元內所有的學習目標都達成，因此研究者就遊戲的性質，經適當的設計後，將遊戲導入數學教學。對於本研究遊戲的學習性的分析如表 3

表 3 遊戲導入數學教學的學習目標

遊戲名稱	單元名稱	學習目標
抽稅	因數和倍數	1、認識因數並能從給定的數中，透過除法餘數為 0 的解題活動中，找出所有的因數。 2、透過除法的解題記錄，了解因數與倍數的關係。
因數大	因數和倍	1、認識因數並能從給定的數中，透過除法餘數為 0 的解題活動中，找出所

老二	數	有的因數。 2、透過除法的解題記錄，了解因數與倍數的關係。
99	分數	1、將兩個同分母分數相加。 2、將兩個同分母分數相減。
抽鬼牌	分數	1、認識擴分。 2、認識約分。 3、認識通分。
畫格子	比與比值	1、認識比，進行比的說、讀、聽、寫活動。 2、能利用前項和後項約分的方式，求得最簡單整數比。
四子棋	比與比值	1、透過比的前項除以後項，介紹比值的意義，並利用比值的運算決定兩個比是否相等。 2、能利用前項和後項約分的方式，求得最簡單整數比。 3、利用將前項和後項化為共同的較小單位的方法把比轉化成整數的比。

(五) 延伸性

研究者認為一個能適當導入數學教學的遊戲，應該要具有延伸性，所謂延伸性即是該遊戲是否能重新設計出新的遊戲規則後，再度導入數學教學中。在回收的學生學習單中，最後一題即希望學生能將遊戲規則重新設計成一個新的遊戲來進行，但在回收後卻發現學生在創造遊戲方面的表現不盡理想，研究者探討發現下列三點：1、難易適當，由於每個遊戲都是經由研究者再三更改後，才將遊戲正式導入教學，所以在難易度上即較適合學生使用，以至於學生並不需要為了遊戲太難而重新設計一個更簡單易懂的新遊戲來使用。2、研究者發現正式樣本的學生中，只有那些對遊戲特別有興趣的同學會去思考遊戲的新規則，其餘的則是樂在使用現在研究者設計的遊戲。3、研究者在短短的三個月的教學中就使用了六個遊戲，換而言之，平均兩個星期就有一個新的遊戲，對學生而言，新鮮感剛過不久，老師即會又拿出新的遊戲，使得他們並不需要去將遊戲改變，即又會有新的遊戲來使用。由於一開始研究者即預計學生在遊戲的創造方面並不會踴躍，所以當初研究者在設計遊戲時，即考慮到遊戲的延伸性，希望研究者設計的遊戲除了能適合所有學生外，還能讓學生再度利用到這遊戲教具進行另一個數學遊戲

(表 4)。

表 4 本研究遊戲的延伸

遊戲名稱	遊戲目標	遊戲概述	遊戲延伸
99	同分母加減法運算	一種累加同分母分數的計算遊戲	無
抽鬼牌	等值分數的應用	將兩將兩張相同的等值分數配對	異分母加法 (湊 1 的運算)
抽稅	因數的理解	整除的觀念	兩人一起進行 (每人各抽 5 個數字, 兩人共有 10 個數字, 利用 10 個數字進行抽稅比賽)
因數大老二	因數的理解	因數個數的捨取	每人拿發取 12 張牌, 比賽誰能湊的因數個數最多為獲勝。
四子棋	比的了解	比的基本了解	比的應用 (比的擴分與約分)
畫格子	比的應用	比的擴張與縮小	前項及後項數字以分數或小數呈現。

在遊戲導入數學後, 研究者覺得遊戲的這五項性質: 一、難易性、二、參與性、三、紀律性、四學習性、五、延伸性。

二、饒見維遊戲設計的要點

本節將依《國小數學遊戲教學法》的作者饒見維 (1996) 提到遊戲的四個要點作為遊戲教學後的反思參考。然後再就研究者在六項遊戲實施過後, 除了饒見為提到的四個要點外, 自行再增加 (五) 團體性、(六) 攻守性兩點, 這樣會有更多學生喜愛去參與使用遊戲, 這樣就更能達到遊戲導入教學的目的了。

(一) 挑戰性

本研究對學生對挑戰性的遊戲反應最兩極化了。有部份喜愛挑戰性遊戲的學生, 他們便會覺得挑戰性的遊戲對腦筋的思考有幫助, 因為在遊戲的過程中他們須要不斷的思考、推理、判斷, 所以他們認為對自己的思考能力是有增加的。但是在這些挑戰性遊戲大都具有些許的難度, 所以能獲勝的學生大多是高成就的學生, 相對的, 中低成就的學生要獲得勝利的機會就少許多了。因此, 另一部份的學生就會因為挫折過多, 常常不能獲勝而變成不喜歡遊戲了。如本研究中的「抽稅」, 因為遊戲的目的是要讓學生找出最大的總和, 所以對學生而言, 他們必須

不斷去嘗試挑戰，然後去找到最大的數。由於過程中並不是一下子就可以完成，常常需要花時間去推理思考，而所得到的答案也不一定對，使得學生在多次嘗試失敗之後，喪失了挑戰遊戲的樂趣。因此在研究者回收的學習單中就有學生提到「他覺得抽稅遊戲很難玩」、「抽稅遊戲常常不知道最大的數是多少，很難玩」，而學生一旦覺得遊戲困難便會失去對遊戲的參與度，這也就是抽稅遊戲不受學生歡迎的原因之一。

(二) 競賽性或合作性

在本研究中的遊戲多屬於競賽性的遊戲，所以有些學生就會為了獲得勝利，而開始努力學習數學。而在競賽的過程中，學生也開始發展出一套自己的遊戲方法，他們發現要贏得遊戲最好的方法就是跟同學合作，利用合作方式先對付他們覺得厲害的同學，如：手上的牌很好的同學、高成就的同學，而這樣無形中也讓學生學習到了合作、溝通的方法。在這樣競賽性的遊戲後，學生也發現要讓遊戲有趣、進行的順利，最好的方法就是「在遊戲中適當的手下留情」，這樣能讓他們在遊戲中獲得更多的樂趣，也能玩的較久一點。在這就可以發現原先以為競賽性的遊戲會讓學生對勝負心看的很重，但在這也發現在這樣遊戲的過程中學生會因為遊戲的樂趣及友誼的關係，而產生「合作」或「手下留情」的想法。在這樣遊戲過後，也讓學生更了解到溝通的重要，有良好的溝通再加上互相尊重，如此才能讓遊戲進行的順利。

(三) 機遇性或趣味性

一個遊戲要吸引學生要不要去參與的最主要原因就是趣味性了，在本研究中學生對每個遊戲都覺得很有趣而喜歡參與，研究者發現學生會覺得有趣的主要原因是因為他們覺得在遊戲要獲得勝利就是要靠運氣，因為機運的關係使得遊戲的勝利者並不是數學好就一定能獲勝，而是每個人都有機會獲得勝利，甚至也有些人想要打敗數學高成就的學生而去投入遊戲。無形之中，學生因為遊戲勝利者的不確定因素而投入遊戲之中，因而感到遊戲是有趣的而喜歡使用遊戲。

(四) 教育性

正如饒見維(1996)所提到,遊戲要能導入教學最重要就是遊戲所蘊含的教育意義。而研究者也將本研究中導入數學教學的遊戲所具備的數學教育性整理。

(五) 團體性

依研究者回收學生的遊戲回饋單中,統計出共有 22 位學生最喜歡的遊戲是「99」(同分母分數加減法),而也有 23 位學生表示最不喜歡的遊戲是「抽稅」(因數的應用)。因為「99」這遊戲需要多人來進行,而「抽稅」遊戲因為只有單人就可進行的遊戲,團體性高的活動,更多學生喜愛。在研究者訪談的對話中也可以明顯的看出學生對「99」的喜好。

T: 在老師玩過的幾個數學遊戲中你最喜歡什麼?

S19: 99。

T: 為什麼呢?

S19: 可以較多人玩。

S19 表示因為可以較多人玩,所以覺得遊戲較有趣,而 S15 也提到「抽稅」不喜歡的原因是因為只能一個人使用,所以覺得不好玩。

T: 在老師玩過的幾個數學遊戲中你最不喜歡什麼?

S15: 抽稅。

T: 為什麼呢?

S15: 因為只能一個人玩,還有不可以陷害同學!

由 S19 和 S15 的訪談中可知,學生對「99」和「抽稅」這兩個遊戲的喜愛差別在於參與遊戲的人數。「99」這遊戲可以由兩人到多人一起遊戲,而「抽稅」這遊戲則是適合一個人做自我挑戰。在班上的調查中也發現不喜歡遊戲的理由之一是遊戲只能單人進行(8人),相對的,一個好玩的遊戲是要能增加同學間的友誼(5人),而要增加同學間的友誼即須與同學相處,而「99」這遊戲正好提供了這樣的環境,讓同學能藉由遊戲之中了解對方,增進彼此的友誼。另外,S15 提到不喜歡「抽稅」的原因,除了只能一個人遊戲外,還有另一個原因是因為不可以陷害同學,而影響學生喜愛遊戲的另一項目就是攻守性,下一段研究者將就

遊戲的攻守性來做探討。

(六) 攻守性

在研究者回收的遊戲回饋單的統計中，可以發現學生喜歡遊戲的理由之一是可以陷害同學（11人），對於陷害同學這觀點，研究者認為是學生在遊戲中攻擊與防守的表現，當學生擁有較好的遊戲情勢時，即會利用遊戲的一些特別的規則為難對方（攻擊），以使其他玩家認輸；反之，當學生遊戲情勢轉差時，也會利用遊戲的這些特別的規則以避免成為輸家（防禦）。多數的學生也表示雖然遊戲中一直在陷害同學，但是因為知道這是遊戲，所以並不因此討厭同學，而影響同學間的感情，相反的會因這樣感到更多快樂。這正像貝蒂生的遊戲理論中提到的當兒童在遊戲時，他們會建立一套遊戲架構（引自簡楚瑛，1993），並知道這是在遊戲並不是真的，而不會去當真。因此同學的感情並不會因為遊戲的攻守性而被破壞，反倒是會因為遊戲的樂趣而讓彼此更熟悉，也因此更加增進同學間的情感。由這可發現學生對「99」這遊戲的喜愛多是基於可以陷害同學，增加遊戲的樂趣，而被選為最喜歡的遊戲，再就學生第二喜歡的「畫格子」，其遊戲也附有陷害的意思而受學生的喜愛。反觀，學生最不喜歡的遊戲「抽稅」，則因缺乏攻守性，所以學生較不喜歡。表5即可看出本研究遊戲的攻守性的比較，而表6則總結以上所述，為本研究遊戲的特性。

表5 本研究中遊戲攻守性的比較

	遊戲攻守性的內容比較
99	指定（可指定任何一個玩家出牌） 倒轉（若原先輪流的順序為順時針，打出此牌後輪流順序改逆時針） 滿點（即不管累加到多少，直接達到10） 下一個（輪到下一個人）
抽鬼牌	無
抽稅	無
因數大老二	指定（可此張牌可當做50以內的任何一個數使用） 禁止（禁止某位玩家出牌一次）
畫格子	格子畫的越大，攻守性成份越多

四子棋	可擦掉對方的已經選定的格子
-----	---------------

表 6 本研究中遊戲的特性

		99	抽鬼牌	抽稅	因數大老二	畫格子	四子棋
見 維 的 遊 戲 要 點	挑戰性			V			
	競賽性或 合作性	V	V		V	V	V
	機運性或 趣味性	V (撲克牌)	V (撲克牌)		V (撲克牌)	V (骰子)	V (骰子)
	教育性	同分母分數 加減法	等值分數	因數與倍數	因數與倍數	比的應用	比的應用
	攻守性	V			V	V	V
人數範圍		2-4	2-4	1	2-4	2人以上	2人以上

三、家長對遊戲導入教學的看法

(一) 學習性

在本研究回收的家長問卷中，多數的家長都認同遊戲導入數學教學，也有家長提到遊戲導入教學後，學生對數學產生了極大的興趣，而不會害怕學習數學，並會開始去動腦想問題、解決問題，甚至遇到不明白的還會去發問，這正與課程目標之一：「培養解決問題的能力」不謀而合。由這也可看出遊戲導入教學經由老師適當的設計後，家長是很支持這樣的教學活動，認為這樣的教學活動不只是讓學生培養數學的興趣，也提升了學生在解決問題與追求答案的能力。

(二) 條件性

在研究者透過訪談學生或教師手札的紀錄發現，多數的家長雖然贊同遊戲導入教學，但家長還是認為學生使用遊戲的條件：1、功課完成後，2、課餘時間，因為家長雖然知道遊戲可以帶給學生學習上的影響，但是他們還是認為遊戲應該是在完成工作（功課、作業完成）之後的一種休閒活動。

伍、研究結論與建議

一、結論

本研究發現，遊戲融入數學教學可行性高。可是，研究者需熟悉課程及教學目標，才能擬出相關遊戲，使學生在玩遊戲中不自覺的學習或復習數學。在考慮學生玩遊戲方面，Bell(1978)提出的遊戲準則，主要是以學生「學習」為主，透過本研究的嘗試之後，研究者除了將其歸納成：難易性，參與性，紀律性，學習性，並自行加上了延伸性，讓遊戲導入教學能更確實的影響到學生在學習上的改變。在融入教學的遊戲特質，除了饒見維(1996)提到的四個要點：1、挑戰性，2、競賽性或合作，3、機遇性或趣味性，4、教育性之外，本研究發現，可以加上5、團體性與6、攻守性的遊戲設計考量，這樣不僅能讓更多學生參與遊戲，相對的也提高了遊戲的趣味性，達到遊戲導入教學的主要目的。另外，研究者發現，家長較偏向遊戲的實用性的觀點，家長覺得遊戲應是安排在正常教學後的休閒活動，不過若能適時的將遊戲應用在課堂上，學生學習的動機會有大的影響，而將遊戲融入教學也是一種不錯的教學方式學生對遊戲融入數學感到興趣盎然，在數學學習上也有明顯的改變，而進一步提升自己數學學習的效果，也能讓他自己多認識其他同學，增加自己的人際關係。最後，除了連接課程，參考專家對遊戲研發的建議以及家長立場，也可以了解學生對遊戲的接受度，學生喜愛挑戰性遊戲，更送選擇團體行動的活動。

二、建議

研究者建議教師們嘗試用不同主題編遊戲，可是，數學中的每個概念並不是都可以應用遊戲融入教學，如何區分哪些數學概念適合用遊戲融入教學，哪些不適合用遊戲融入教學，該如何區分是否有較明確的標準，這仍值得探討研究。另外，研究者發現學生指出遊戲除了能讓他們增加數學能力，也能增進他們的人際關係，許多研究也指出遊戲能增進學生生活能力，表達能力、思考能力(林風南，1985)，但是並沒有研究指出遊戲融入數學後對學生這些能力的影響有多大，這

亦是值得探討研究。

作者感謝兩位審查專家的寶貴意見，及助理宋欣蓉小姐文書方面的協助。

陸、參考文獻

- 王明慧 (1996)。國一數學活潑化教學模對提升學習動機與班級學習氣氛知實驗研究。國立高雄師範學院碩士論文。
- 李小融 (2003)。教育心理學。台北：新文京開發。
- 李國賢 (2003)。趣味數學—國中數學遊戲篇。明日世紀出版社。
- 林風南 (1985)。兒童遊戲指導—理論與實際。台南：供學出版社。
- 林嘉玲 (2000)。數學遊戲融入建構式教學之協同教學研究。國立花蓮師範學院碩士論文。
- 周士傑 (2005)。遊戲導入國小六年級數學教學設計與反思。國立台中師範學院碩士論文。
- 張春興 (1999)。教育心理學—三化取向的理論和實踐。台北：東華書局股份有限公司
- 許天威 (1986)。學習者障礙之教育。台北：五南圖書公司。
- 黃敏晃 (2005)。讓我們來玩數學吧！台北：天下遠見。
- 黃毅英 (1993)。遊戲與數學教學。數學傳播，17(2)，52-68。
- 楊淑朱 (1995)。在教室內認真的遊戲之探討與分析。嘉義師院學報，9，697-708。
- 教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要-數學學習領域。教育部
- 甯自強 (1993)。國小數學科新課程的精神及改革動向-由建構主義的觀點來看。科學教育月刊，1 (1)，101-108。
- 鄭默、鄭日昌譯 (1998)。心理測驗原理、應用與問題。台北：五南出版社。
- 饒見維 (1996)。國小數學遊戲教學法。台北：五南圖書出版公司。
- 蘇育仁 (1993)。課程與教學—漫談遊戲教學導向的教學設計。國教輔導，33(2)，4-6。

附錄一「因數大老二」遊戲教案

因數：「因數大老二」遊戲教學教學設計		
版本：翰林版	年級：六年級	遊戲人數：2 或 4 人
教學器材： 自製因數撲克牌一組，因數牌 44 張、字牌 4 張。 因數牌為：1 的 5 張、2 的 6 張、3 的 4 張、5 的 4 張、6 的 4 張、7 的 4 張、10 的 2 張、12 的 2 張、13 的 1 張、14 的 2 張、15 的 2 張、16 的 2 張、24 的 2 張、30 的 1 張、35 的 1 張、42 的 1 張、48 的 1 張、 字牌為：2 張指定牌：可此張牌可當做 50 以內的任何一個數使用。 2 張禁止牌：則禁止某位玩家出牌一次。		
遊戲方式：(遊戲規則似撲克牌的大老二玩法) 1、 玩家先決定輪流順序，每人發 12 張牌。 2、 由持有數字 13 牌的玩家先開始，將手中 13 和 13 的因數全部打出來，但數字不可重覆。(如：此位玩家可打出 13 此張牌或 13 和 1 兩張牌)。 3、 輪到下一位玩家則須打出的牌數大於或等於兩張，但打出的因數牌不能重複(如：某位玩家他手上有 1、2、2、3、3、4、6 共 7 張牌，則他可打出 6、1、2、3 或 6、1 或 6、2、3)。 4、 每一位玩家打出的牌數必須大於或等於上一位玩家打出的牌數。 5、 若此時沒有牌組可出時，則換下一位玩家 6、 當某位玩家打出的牌數，其餘玩家都不能達出規則 3 的規定時，稱為該回合結束，並由此為玩家重新出牌組。 7、 重新開始時打出的牌最少要 2 張以上，若無法打出 2 張牌時則換下一位玩家開始出牌。 8、 依序輪流，直到有玩家將手中所有牌數全都打出即為獲勝；或者每位玩家皆無法一次打出兩張牌時，則遊戲結束，此時則手中牌面數字總合最小的獲勝。		

建模導向師資培育模式與實施

-以國小數學建模活動設計工作坊為例

陳冠州¹、尤詩憶²

¹桃園縣立建國國民小學、²台中縣立光正國民中學

摘要

本文主要的焦點在介紹如何利用建模理論和多層教學實驗的理念發展建模導向師資培育模式，在為期三天工作坊的課程實施裡，期使參與的十七位國中小教師體會從「經驗學習者」(experiences as learners)到「深入經驗教學者」(supported experiences as teachers)的歷程，並透過研究者的分享建模理論、說明建模活動設計的六大原則、改編與實施建模教材的經驗，增益參與教師對於建模教學過程和建模活動設計的了解。最後由參與教師設計和九年一貫課程數學領與有關的建模活動，經由分組討論、互相批判與建議，以提昇參與教師設計建模活動的能力並促進其數學教學的專業素養。

關鍵詞：建模導向師資培育、建模活動

前言

現今對於師資培育的方式在人力物力的考量以及文化所影響，大多數在職教師進修或增進專業成長的方式，無論是研習或在職訓練皆以講述方式居多。這種場景就好比現在大多數國中小教師所採取的教學方式一般，似乎老師講述和學生聽課已然是台灣教學課室的現況寫照。然而，長久以來我們對於講述型的課室文化有著多樣的批判和省思，其中令人最為詬病的是，這樣單向進行的上課方式對於學生理解數學的助益實在有限。尤其是，數學所重視的邏輯推理、創意思考、問題解決，甚至是後設認知這些能力，都不是在講述型課室裡可以輕易促成的。在過去傳統數學學習被認為是獨立的知識和技巧的累積，主要透過聽講、觀察、記憶與練習以達到學習的目的，但是，NCTM(1989, 1991)以及 NRC(1989, 1990,

1991)指出，以往的學習目標所著重的事實性知識和計算的技巧，已經不再是我們社會需要的，取而代之需要的是快速的應變力和精緻科技的有效性。因此，為了因應世界這樣的轉變，教學之中，必須要強調讓學生成為好的數學問題解決者以及批判思考者，除了讓學生對自己的數學能力有信心之外，更重要的是，要讓學生習得應用所學於新的情境中，並具備獨立去學習新內容的能力。為了達到上述目標，顯然教師單向的講述教學在面對現況與未來的挑戰是到了必須調整的時候。就此，為了符應潮流與世界轉變，師資培育的方式當然也要採取不同於傳統的講述型師培方式，並強調讓教師經驗數學問題解決、批判思考和建模過程的師培方式，也唯有改變教師觀念，增益教師專業，才能讓數學的教與學同時符合未來社會的需求和世界變動的本質。

在師資培育中，要增進教師的專業有別於過去傳統的養成方式，很清楚的，教師將不再是扮演著被動的聽眾角色，而是在充滿挑戰的數學問題中，讓教師經驗如同學習者(as learners)，並致力於培育教師的課程內容和教學實務使其模式化的發展。在讓教師經驗學習者角色方面，相關研究指出，教師數學和教學信念大部分都是他們當學生時在學校經由傳遞的方法(transmission approach)所經驗到而形成的(Thompson, 1992)，因此個人另類教學方法的經驗，似乎是挑戰教師既有信念，以及開始考慮其他方法的先備條件。綜合來說，一種嶄新的師資培育模式應該融合「經驗學習者(experiences as learners)」(Borasi, R., Fonzi, J., Smith, C. F., & Rose, B. J., 1999) 的方法，讓教師參與解題活動並再次經驗從學習者的角色而促成教學概念的改變。而促進教師進行教材教法的產出，包括教學活動的研發以及自我教學模式的形塑也是同等重要的。師資培育者為了落實「經驗學習者(experiences as learners)」的理念，培育形式採用工作坊(workshop)的方式是合宜且必要的。相關的研究也指出，一個成功的教學創新計畫或是學校改革的關鍵元素是讓教師將他們在暑期班(summer institutes)或工作坊(workshops)中學到的知能得以付諸於課室中實行(Friei & Bright, 1997; Schifter & Fosnot, 1993)。為了符應上述理念讓教師充分經驗學習者的角色並透過小組合作分享，從而了解如何學

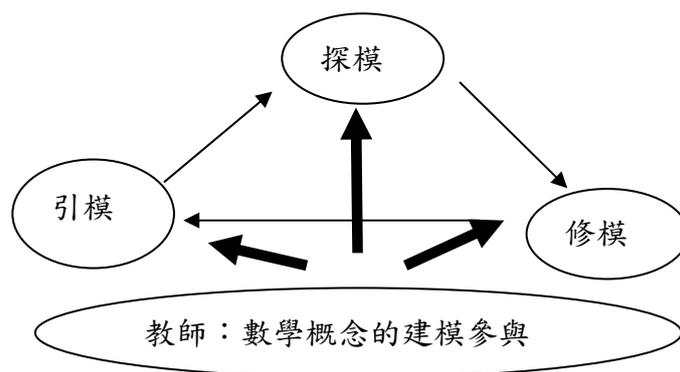
習數學、體悟數學本質以及建構關於數、量、形的數學模式，研究者在工作坊所進行的師培課程與活動內容將採取「建模導向」的師資培育模式。有關建模導向師資培育模式的理論基礎與實施過程，詳細說明如下。

理論基礎和實施過程

建模導向師資培育模式的理論基礎

建模環 (modeling cycle)

所謂建模導向(model & modeling orientation)的師培模式，即透過建模環的歷程，激勵數學教師親自參與解題，以及透過分享促進個人反思活動，以達到教學態度或信念的改變並建構符合建模精神的教學模式。在建模導向的師培模式中，研究者引導教師在工作坊的「思考引發活動」(thought-revealing activity)中從學習者身分，去歷經整個引模、探模和修模的教師改變活動，如圖一所示。



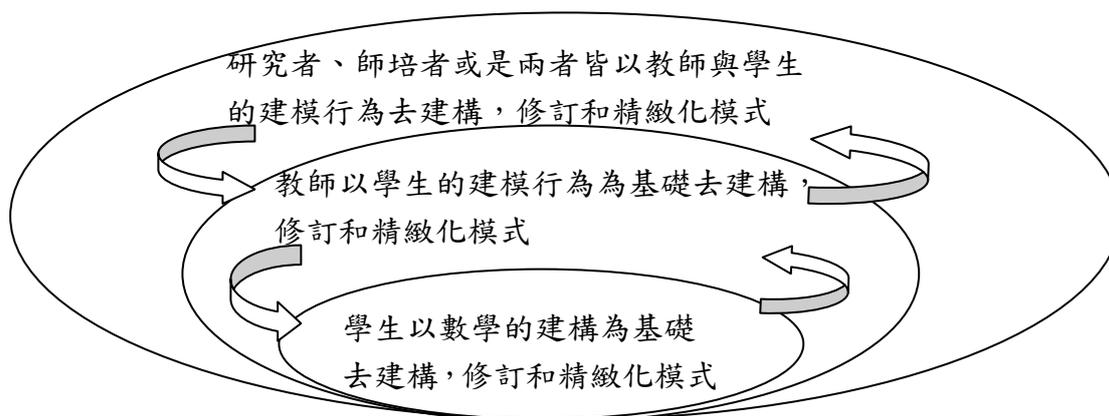
圖一：教師參與數學活動的建模歷程

在圖一教師參與數學建模歷程的引模裡，利用研究者規劃好的數學建模活動，引發參與工作坊的教師像學生一樣投入此建模活動，引出他們解決此活動的動機與興趣，接著並進行解題，在探模裡，則是讓參與工作坊的教師進行解題後的小組討論和溝通。透過澄清與協商讓教師的解題歷程獲得一些啟示、認同，甚至是衝突、挑戰和質疑，而這些歷程將造成在引模活動裡解題模式的修訂和再思考。最後在修模裡，教師以小組所形成的解題共識，和師培者及其他小組進行解題分享，在師培者和其他小組的參與下，建模活動發展至此，最後將促進參與解

題者獲得一致性的解題模式，亦即在這樣的活動下，參與者可以共同建構一個解決數學問題的模式，達成建模活動理想的目標。從建模的觀點(Lesh, 2003)來看，建模導向的教師發展強調的是，在了解教師改變過程中應同時聚焦於教師作了什麼與如何思考所做的事情，而這些教師想法的呈現可以展現他們思考的形式、考量的目的以及改變的程度和內涵。而這些教師的活動是可以被測試、修正或改善的，讓它成為可以分享(shareable)、可以重複使用(reusable)。值得注意的是，研究指出教師在建模活動的發展之下，教師會逐步成長，從生手到專家，並且會越來越靈活。進而當教學的專業有一些成長之後，教師亦會開始注意學生較深層的概念以及有關學生數學知識的迷思概念。這顯示出，建模活動不僅幫助教師展現思考，並且拓展、改善和分享他們的思考，同時，這些教師的改變和能力的提升對於師資培育者或是學生學習而言，引發教師思考活動都是關鍵而且必要的。

多層計劃發展(multi-tiered program development)

在建模導向師資培育模式，由師資培育者和參與教學的教師共同設計出能引發學生思考的建模教材，整個教材的研發乃參考多層(multi-tiered)教學實驗後所設計出來的成果 (Lesh & Kelly, 2000; Lesh, et al., 2003)。所謂多層教學實驗即包含學生、教師與研究者三個層級的活動，又稱多層計劃發展(multi-tiered program development)，如圖二所示。



圖二：多層計劃發展(multi-tiered program development)

三個層級之間互有包含的關係，其中，研究者或師培者層級所關注的重點包含學生如何學習數學與教師如何進行數學教學，在整個發展過程中，一開始在層

級一將教師視為學習者，讓教師可以體驗學生如何參與建模活動，在這個層次著重於「教師理解學生發展思考引發活動 (thought-revealing activity) 的性質」，包含學生產生的解決方法、數學重要模式的發展 (如工作坊第一天實作分享的課程內容)；接著在層級二以教師經歷學生建模的歷程為基礎，帶領教師參與「如何引導建模活動與發展設計建模活動的能力」之模型的歷程 (如工作坊第二天實務分享的課程內容)，換言之，在第二個層次強調透過教師實務分享促進教師發展關於教和學的概念；最後則是老師和研究者共同合作發展建模活動和精緻化建模活動的層級 (如工作坊第三天教材產出的課程內容)，此層級的焦點在於研究者如何促進「參與教師發展關於教師建模活動教學與設計」的能力。

綜合來說，建模導向的師培模式強調師培者或研究者本身也必須是課程設計者 (teacher-educator as curriculum-developer)，能夠規劃、發展可促進教師教學改進的課程或是活動，例如數學探究活動、數學建模活動等。經由師培者或研究者的規劃，選擇適合於工作坊參與教師進行的建模活動，教師對於「經驗學習者」和「經驗教學者」能有深刻的了解。因為，這些經驗不僅能夠提供教師們教學內容和架構活生生的影像，更提供了真實的參與感以及對於到底學生在想什麼有多一層的了解。這些體會可以讓教師在計畫和實施數學建模教學活動時，提升教學自信並激發一些教學想法。

實施時間與參與人員

本次工作坊的主辦單位為桃園縣數學領域輔導團，實施於民國九十五年七月份為期三天的暑假增進教師專業成長的研習活動，共有十七位參與教師，包含二位國中數學教師和十五位國小教師。參與教師從未接觸任何關於建模活動的概念，因而在工作坊期間，為使參與教師能充分經歷建模活動，在教師分組上也採用建模理論的建議，以三人為一組，經由研究者協調後共分為五組。

兩位研究者 (即本文兩位作者) 均有實施建模活動於數學課室中的實務經驗，此外，第二作者所任教學校內數學領域的同事群 (包含研究者在內五位老

師)，曾經嘗試將Lesh(2000)的建模活動「大腳印」改編為適合該校學生使用的情境脈絡之建模活動「誰救了櫻花樹？」，實施之後具有不錯的成效(Lin, Chang, & Yu, 2007)。此次工作坊的主要目的，便是希望將修改建模活動以及實施建模活動的經驗讓更多的國中小教師能夠認識並在教學中使用它。

工作坊課程內容

此次實施的工作坊本著建模導向師資培育模式的精神，在課程設計上的規劃與實施如下表所示：

表一、工作坊課程規劃與實施一覽表

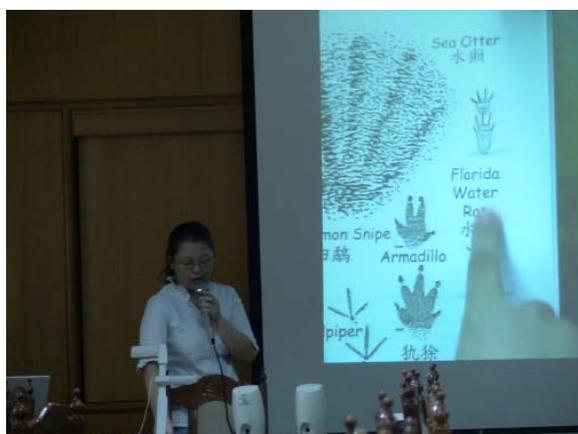
	第一天	第二天	第三天
上午	實作分享	實務分享	教材產出
下午	理論研討	理論研討	心得分享

這樣規劃的目的在於將教師視為學習者，亦即，若要教師學會如何教學，就必須讓他們如同學生學習數學一樣，透過親身實作分享、主動建構數學概念的歷程，以增益教師本身的數學能力並藉此發展其數學教學的能力。以下就課程規劃的內容詳細說明。

實作分享（第一天上午）

本工作坊裡的課程是以引模、探模和修模的建模環(modeling cycle)作為主要架構（如圖一），這也是課程實施流程中的實作分享內容。本階段的主要目的是要透過引模、探模和修模，讓教師從學習者的角色去體察數學模式建構的歷程，包括在思考引發後學習者是如何思考、如何進行解題、小組如何討論分享和全班如何獲得解題的共識。此次所使用的建模活動，主要以光正國中數學教師群合作改編的教材，內容主要是讓老師們透過大腳印找出善心人士的特徵，建立適合的模式來解決這個問題。照片一和二即為參與此次工作坊的教師，正扮演學習者的角色，如同學生般經歷建模活動的實況；另當教師們經歷這一連串引模、修模和建模的活動，真正實地動手操作也上台發表小組討論結果與公開接受詢問，亦即經

歷了學生參與建模活動的流程與感受。其目的在於，讓教師也能深深體會學生的學習經過，進而讓教師們在接下來的設計適合學生學習的建模活動時，更能站在學生的角度設計與規劃活動。



(照片一：教師以學習者角色經驗建模活動)

(照片二：教師進行小組討論與分享)

實作分享後的理論研討 (第一天下午)

此階段的主要目的在於，讓參與教師針對前一階段扮演學生的活動經驗中，進一步的討論與反思活動錄影的內容。利用課室錄影當作在職教師的活動素材近年來蔚為風潮，課室錄影已經成為師培者的另類教學媒體，由於它直接又立即的特性，似乎可以引領教師的教學轉變。

討論學生解決問題的過程對於檢驗學生的數學思考是一種有價值的做法 (Simon & Schifter, 1991; Carpenter & Fennema, 1992)。同樣地，在教師實作分享的階段，對於教師參與數學的建模歷程均須全程錄影，以提供研究者在實作分享後的理論探索，選定合適的影帶片段來讓教師進行分析，並從「經驗學習者」的角度來討論。在這個階段中，研究者依序討論每一組教師的實際解題表現，讓教師們更清楚數學建模的歷程並聚焦於這些經驗的分析與反思。如此不僅使得整個學生如何建模的活動能完全被教師了解，亦可促進教師將建模活動理論落實於教學實務之中。

理論研討的目的在建立後設反思機制(如照片三)，將教師實作時的情景錄影下來，並由所有參與的教師，針對剛剛錄影的內容進行檢視、評估與討論，讓教

師能利用這樣的機會，跳脫出影片中學習者的角色，觀察自己和小組教師的建模表現，也進一步透過這樣的歷程，了解學生在學習時的感受，更有機會反思自己教學是否使用適當的方法。



(照片三：參與教師們針對上午進行建模活動的經驗進行分享與反思，討論若這樣的問題給自己的學生學習，學生會有哪些反應與想法。藉此溝通大家參與這種建模活動的收穫，以及交流彼此對學生的了解)

實務分享 (第二天上午)

歷經實作分享和理論研討後，在實務分享階段則由有實際建模教學經驗的老師(以下簡稱實務教師)分享如何進行數學建模教學活動。本階段主要是由實務教師報告如何透過同儕共同發展教材、如何進行教學、如何引導並促進學生學習以及如何評量學習的成果。也就是協助參與教師學習成為經驗教學者(supported experiences as teachers)，並讓他們察覺實務教師和自己建模教學的不同。

本階段亦採取分享方式，在教師專業發展「提供教師的經驗」這個面向上，師培者提供工作坊心得日誌的寫作機會以促進參加教師教學經驗的反思，並透過與實務教師的互動來反思自己的教學，這不只知識的成長，更多的是包含情感上的支持和提供信念融合的機會。

實務分享後的理論研討 (第二天下午)

本階段同樣以分享和討論建模活動教師的教學影帶為主，在師培者的引發討論之後，帶領參與教師共同檢視建模教學活動各階段的細節，並依據 Lesh et al. (2003)建模活動的六項原則(如表二)來檢視教學的成效，此乃 Dr. Lesh 所提出合宜的建模活動必須符合的六項原則，每個原則所蘊含的意義如表二所示：

表二、設計建模活動的六項原則

構造原則	你設計的建模活動裡面會要求學生對重要的數學情境提出描述、解
------	-------------------------------

	釋、解題程序、或是合理的預測嗎？還是你設計的的建模活動只需要他們提出單一數字和 YES/NO 的回答就結束了？
真實原則	你設計的建模活動裡面會要求學生以他們的自己知識和經驗為延伸的基礎來理解給定的數學情境嗎？你提出來的情境和問題真會發生在真實的生活中嗎？
自我評估原則	你設計的建模活動裡面的問題陳述是否一套判斷的標準，讓學生決定解決方案何時需要被改良，精緻化，或進行更一步延伸？
說明編寫原則	你設計的建模活動是否要求學生提出他們如何思想這個問題的文件編寫呢？
可共享和可重新使用原則	你設計的建模活動是否要求學生創造出一個可和別人共享而且可以針對不同狀況進行修正的解題策略嗎？
有效的原型原則	你設計的建模活動中所要解決的問題提供了一個簡單卻有力的典型象徵？是否讓學生提出的解題策略可以運用於相類似數學的情境中呢？

實務教師藉由實際教學的建模活動實例來說明每項原則。在實務教師說明的同時，參與教師則根據這六項原則，逐一檢視實務教師的數學建模教學活動。歷經這樣的理論研討，有助於參與教師進一步了解建模教學活動的實施與設計，也使得教師們在之後能設計出更符合這六項原則的教材。

教材產出與心得分享（第三天上午和下午）



（照片四：教師進行建模活動討論與設計）

本階段教材的產出作法上，首先，師資培育者在巡視小組後必須引導教師決定建模活動主題，接著，開始研擬教材計畫並有效的提供意見及回饋。教師在小組合作下要能夠主動提出自己的意見，並充分參與討論，使得在教材計畫裡大家合作的更好。設計完成後，再安排協調各自領域經驗的分享課程，讓教材對參與教師更具意義，使得教師對實施數學建模教學更加熟悉，而能有較好的經驗、結果及感覺與其他教師分享。

經過了之前實作分享和實務分享的階段，參與教師不僅能從「經驗學習者」來考量學生的建模歷程，並藉由實務分享強化「經驗教學者」的教學智能，使得所設計出來的建模教材能兼具教學與學習的雙向考量。特別是，當參與教師第一次要完成建模教材時，對於「新手教師」(novice teachers)而言，在了解教學和學習發展的脈絡後，這些教材或許更有助於他們達成單元的教學目標。教材產出活動讓所有參與教師在實務經驗中設計一些共同的學習活動，對於研究者來說，可以更為了解參加教師的專業成長和教學改變。照片四所呈現的便是此次參與工作坊的教師，熱烈地集思廣益尋找適合用於課室教學的建模活動題材。這對於他們來說是一大挑戰，由於工作坊的時間短暫，他們僅能就當時對於建模活動的理解與現行課程結合，發揮創意與想像力，盡可能地設計符合建模活動六項原則的題材。在討論期間，參與教師們在與同儕不斷的討論與互動中，再次修飾與精緻化自己對於建模理論的理解與認識。

至於，教師所產出的學習教材與教學活動是否符合數學建模教學的精神？主要是評估：學生所提出來的解決方案是否提供有關於學生數學理解的診斷資訊？換句話說，當觀察學生的解題表現，老師必須判斷學生提出的解決方案揭露了什麼有助於解決建模的訊息？為了保證老師所設計教材活動均能吻合建模精神，除了師培者在教材產出時必須協助指導教材是否符合六項原則之外，在教材產出的心得分享中，師培者也需引導參與老師進行以下各種不同的互動，包括：

- 1、小組批評並建議來自各種不同來源的教材；
- 2、寫出建模教材活動或是更新先前寫出來的建模活動，然後決定哪些是一

個優良活動所必需的條件；

- 3、讓老師嚐試扮演學生的角色來解答學生程度的建模活動，然後讓老師以學生的觀點來報告和反思相關的問題；
- 4、觀看其他教師研發教材活動的錄影帶，從老師的觀點進行討論；以及
- 5、評估並預測學生對研發材中，哪一部分的反應較為熱烈、哪一部分的反應比較差。

透過心得分享、參與老師和研究者開始為如何設計有效的建模活動定義標準，同時，帶領教師了解最符合數學建模精神且不需要老師介入的建模教學活動，在這樣的活動中，要能顯露出學生的思考模式、讓學生能逐漸產生多元化的思考。本次 17 位參與教師依照所教授的年段共分成五組，經過了一天半的腦力激盪與討論，每一組均產出一份符合現行課程內容的數學建模教學活動，詳細內容與所對應的數學概念如表三所示。

表三、各組創作的建模活動標題與內容摘要一覽表

組別	第一組	第二組	第三組	第四組	第五組
標題	時光寶盒 ~ 誰的影子 大家共同的 回憶	誰的影子 啊?	蟲蟲危機大 作戰	運書高手	草船借箭
適合年級	高年級	高年級	低年級	中高年級	中年級
建模活動 內容摘要	任務是畫出一張埋藏“時光寶盒”的地圖，讓大家十年之後，還能按照地圖找	如何運用照片中的影子來估算影子主人的高度。	任務是替四位除蟲戰士找出最佳除蟲策略，每位戰士該出戰幾次，才能「最快」拯救	要花多少時間才能搬完 10000 本繪本？	任務是製造一個“如何計算”的工具，可以逐步完成借箭任務的程序，利用稻草人與

	到時光寶盒的放置處。		學校的茶樹園？		戰船來蒐集十萬枝箭。
相關的數學概念	縮圖、放大圖與比例尺。	比例與測量、估算。	加法與減法、利用五、十、十五等數目做五十以內的數的化聚。	比例式的基本運算。	整數的四則運算、認識測量的常用單位與應用到生活中的實測與估測。

在數學建模活動的六項設計原則之中，參與教師最容易顧及到的是「真實原則」。也就是說，教師在設計建模活動時，關於情境脈絡的鋪陳，均會考量學生的先備知識、生活經驗與背景，目的在於提供學生真實或可以想像的情境，讓他們可以真實解決生活週遭的複雜問題。至於其他五個原則，因為屬於深層建模理論的意義，並不是第一次設計活動就可以達成的，對於初次嘗試設計建模活動的教師而言，這樣的表現已經可圈可點。由這 17 位教師設計的建模活動所展現出的創意與他們的投入程度，讓研究者對於建模導向師資培育模式的前景很有信心，也認為這樣的模式值得再繼續推廣與實施。

結語

本數學建模導向的師培模式是利用工作坊的方式，讓參與教師先以「經驗學習者」來體驗建模活動的歷程，透過對建模環的體悟，使得教師逐漸了解學生的數學建模過程，因而察覺到數學建模教學的相關知能，以做為數學教師發展數學建模教學能力的基礎。我們強調經驗學習者的作法，讓參與教師有機會從學生的角度思考數學問題，同時協助教師們暫時跳脫教學者的角色，思考「如何學習」以及再次經驗「學習歷程」。在長久以來數學教育重視學生本位(student-based)的具體實踐上，這是一個重要且關鍵的開端。其次，實務教師的教學分享不僅提供參與教師有體驗「深入經驗教學者」的機會，利用教學的觀摩與分享以及經驗的

傳承與分析，可以讓參與教師在短時間之內，從實務教師身上擷取許多的數學建模教學經驗。最後，參與教師利用六大建模活動設計原則所發展的建模教材及其檢視與討論的歷程，更是培育教師發展數學建模教學活動的重要研究資料。

本數學建模導向的師培模式，應可提供給後續師培相關研究作為深入探討的參考。根據我們對參與教師數學建模教學活動的評估，雖然，其教材內容尚不完全符合建模精神，但是，從教師的經驗分享和日誌反思裡所顯示出來的意涵，參與教師已逐步對傳統教學有不同程度的覺察，轉而對建模教學與建模活動設計有比較深刻的經驗和認同(Chen, Chin, & Tuan, 2007)。值得一提的是，此次工作坊為期僅有三天，對於建模理論的學習體會以及建模活動的設計，在時間上著實不夠，若能將時間規劃為五天或更長，使得整個工作坊的課程內容呈現更為豐富，讓參與教師們有更多與實務教師研究討論的時間，或許可能激盪出更為精彩的教材。然而，建模活動精采與否，還決定在參與教師們後續的教學應用，所以，建模導向師資培育模式另外的重點任務在於：如何鼓勵並檢視參與教師將這些數學建模活動展現於自己的數學課室裡？如此才能進一步了解學生的數學學習是否因此而有所提升？以作為修正數學建模導向教學的參考，並促進學生批判思考和問題解決能力，而這些都將是數學建模導向師資培育課程必須落實的目標。

重要參考文獻

- Borasi, R., Fonzi, J., Smith, C. F., & Rose, B. J. (1999). Beginning the process of rethinking mathematics instruction: A professional development program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(1), 49-78.
- Carpenter, T. & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction: Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, 17, 457-470.
- Chen, K. J., Chin, E. T., Tuan, H. L. (2007). *An Investigation of modeling activity workshop on Elementary Mathematics Teachers' teaching*. Paper presented at the

- 4rd East Asia Regional Conference on Mathematics Education. Penang, Malaysia.
- Friel, S. N. & Bright, G. W. (Eds.). (1997) *Reflecting on our work: NSF teacher enhancement in K-6 mathematics*. NY: University Press of America.
- Lin, L. M., Chang, C. K., Yu, S. Y. (2007). *Taiwan Students' Strategies in the Modeling Activities*. Paper presented at the 4rd East Asia Regional Conference on Mathematics Education. Penang, Malaysia
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* . Hahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., & Kelly, A. (2000). Multitiered teaching experiments. In E. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. Hahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associate.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council (NRC). (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, D.C.: National Academic Press.
- National Research Council (NRC). (1990). *Reshaping school mathematics: A philosophy and framework for curriculum*. Washington, D.C.: National Academic Press.
- National Research Council (NRC). (1991). *Moving beyond myths: Revitalizing undergraduate mathematics*. Washington, D.C.: National Academic Press.

Schifter, D. & Fosnot, C. T. (1993). *Reconstructing mathematics education: Stories of teachers meeting the challenge of reform*. New York: Teachers College Press.

Simon, M. A., & Schifter, D. (1991). Towards a constructivist perspective: An intervention study of mathematics teacher development. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 309-331.

Thompson, Alba. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. . In Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). NY: Macmillan.

比較台灣部編版和美國 (MIC)教材設計的差異性

----以線性方程式主題為例

陳仁輝¹、楊德清²

¹嘉義市嘉義國中、²國立嘉義大學數學教育研究所

摘要

本文之主要目的在比較美國「情境數學」(Mathematics in Context, 簡稱 MiC)及台灣「部編版數學」二種數學教材中之方程式相關的課程內容, 以作為改進教材之參考。

研究結果發現:「部編版數學」提供學生許多做數學的機會, 但教材主要在強調「如何解題」的「應試數學」模式, 顯示出升學考試仍深深地影響著教材。此外教材也未能提供學生說明想法或演算過程的機會。相對地, MiC 無論是在問題情境的設計、佈題方式的安排、主題知識間的連結及多元解題策略的培養上, 都提供給學生較佳的發展機會。此外, 「情境數學」在學習內容的安排上, 鼓勵師生互動、討論的學習過程; 培養合理判斷、理性溝通、明確表達的能力, 為培養學生具備未來國民的應有的數學能力, 提供了一個較佳的教材模式。

壹、前言

數學教育在近二十年來的教育改革中, 一直扮演著重要的角色, 而學校教科書則因直接影響到教與學的過程, 更突顯出它在學校數學教育中的重要地位 (Reys, 2006; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, & Houang, 2002)。台灣自九年一貫課程實施並開放教科書由民間出版以來, 「一綱一本 V.S. 一綱多本」的爭論未曾稍緩(方旭, 2007), 正突顯了教科書在這一波數學課程革新中對學生所造成之深度影響。調查研究顯示, 國中學生最不喜歡的科目中, 數學佔首位, 而且總是居高不下 (教育資料文摘第250期, 1998)。面對學生普遍缺乏上數學課的興趣, 以及學生的數學程度具有極大的個別差異, 數學教師們莫不至感困

擾！筆者就「如何提昇學生對數學的學習動機以及學生該如何學才能學好數學」為主題，在學校數學科領域會議中和其他的教師進行深度的討論和剖析，教師們普遍認同：「現在的學生對數學都普遍缺乏興趣！」、「學生對數學沒感覺，教科書要負部分的責任」、「如果教材能更活潑生動，內容更生活化一點，學生對數學的印象才有可能改變。」等看法，可見數學老師們也認同教科書對數學的學習產生影響(Tornroos, 2004)，且對「教科書的改進能提昇數學教學成效」持正面的態度，換言之，教師們認為現行教科書還有改進的空間，內容還可以更充實、更實用、更友善一些。此外，也有教師主張「多作、多練習」才是學習的治本之道，筆者不禁自問：真的是只要多作、多練習、多熟悉題目，就真的能改善學習成效嗎？觀諸現今國際間數學教育一致強調學生數學能力的提升，國內九年一貫課程亦強調讓學生在學習的過程中培養學生解題的能力(教育部, 2002; 鐘靜, 1996)。學者張景媛(1994)也認為：在數學知識的傳授中，最主要的是在能力的學習發展，傳遞數學知識時也並無固定的教學策略，但重要的是要讓學生在學習過程中能正確地自我建構數學概念。因此，筆者認為以優質的教材引發學生的學習興趣，再培養學生樂在數學的態度，形塑最佳的學習過程，才是發展與提升學生數學能力的良策！在國中一年級的數學課程中，正式地引進了代數式的概念，這種由數到式的提昇，呈現在從特殊的數到一般的抽象的含字母的代數式的過渡，以達成由具體到一般，形塑由具體到抽象的能力，是數學上的一大轉折點，對國中學生而言更是一大挑戰。相關的研究也顯示，國中一年級的學生在學習解二元一次方程式的應用問題時，經常會遭遇到困難。因此筆者選定美國之「情境數學」(Mathematics in Context, 簡稱MiC)及台灣之「部編版數學」二種數學教材，剖析教材中關涉方程式的課程內容，並進行不同面向的比較研究，希望能藉此汲取各版本在一次方程式內容的優點，作為改進教材之參考，進而能促進學生數學能力之發展。

貳、研究對象

本研究所比較的兩本教材分別為美國之「情境數學」(Mathematics in

Context)及台灣之「部編版數學」。

(一) 美國 MiC (Mathematics in Context)

MiC 教材是由美國國家科學發展協會 (National Science Foundation, 簡稱 NSF) 為改進美國學校數學課程所發展之教科書。教材由荷蘭烏特勒支大學 (University of Utrecht) 之福祿丹索研究機構 (Freudenthal Institute)、美國威斯康辛大學—麥迪遜教育學院之教育研究發展中心及美國中等學校教師群共同研發之教材。整套教材內容涵括 5~8 共四個年級, 其設計服膺真實數學理念, 使用多樣的內容情境, 讓學生能夠在情境脈絡中進行概念探索, 透過策略分享及問題解決的歷程, 以建構學生的數學理解。MiC 特別重視培養學生在真實情境中解決問題與應用數學知識的能力, 鼓勵幫助學生發展多樣的想及解題策略, 同時重視學生推測、討論、檢驗答案合理性的能力 (Romberg & Shafer, 2003), 以建構學生多元的數學能力。

(二) 台灣部編版教材

隨著台灣教育政策的改變, 國民中小學教科書亦隨著西元 2000 年的九年一貫課程實施而全面開放民間編印, 然而實施以來卻也遭遇了許多始料未及的困境, 如: 對一綱多本教科書的無所適從、無法切合基礎學科能力測驗的題目、內容的疏漏甚至課程無法銜接等困境。「部編版數學」即是教育部為解決前述的問題, 依據「國民中學九年一貫數學領域課程正式綱要」所發展出來的教材。教材從數學的知識觀點出發, 配合學生心智的發展, 盡量以生活的經驗為基礎, 藉由實際操作的隨堂活動, 使學生獲致概念的學習, 培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力 (教育部, 2002), 進而激勵學生運用數學方法解決問題 (國立教育研究院籌處, 2006)。在理念上, 亦強調以學生為課程設計的主體, 教材內容講求質精, 而不在量多, 以既有的經驗來設計教材內容的活動與學習素材, 汲取日常生活中的經驗引導學習進入數學的世界, 另服膺「國中數學是從生活數學到抽象數學的過渡時期」 (教育部, 2002), 故特別注重文字說明口語化及數學結構嚴謹的編輯原則 (教育部, 2005)。

本研究採立意取樣, 選取美國 MiC 及台灣「部編版數學」為研究對象。主要在比較台灣部編版國中一年級與美國 MiC 七年級的方程式之教材內容。美國 MiC 選取之教材為【Ups and Downs】單元中之【Section C: Linear Patterns, 內容包括四個活動: The Marathon; What's Next?; Hair and Nails; Renting

a Motorcycle】和【Building Formulas】單元中之【Section A: Patterns, 內容包括三個活動: Tiles; Beams; Tile Floor Design】。「部編版數學」選取的內容包括了: 國民中學數學第二冊第三章中之【二元一次聯立方程式, 內容包括四節: 二元一次方程式的列式; 代入消去法; 加減消去法; 二元一次聯立方程式的應用】及第四章之【第四節: 二元一次方程式的圖形】。

強調以學生為學習的主體(Romberg & Shafer, 2003; 教育部, 2002), 主張知識應由學習者自行建構(NCTM, 2000; 鄭毓信, 1998), 已是現今國際間數學課程的共同趨勢, 而 PISA(2003)的國際數學評量中, 則強調學生在真實情境中解決數學問題的能力(OECD, 2004), 因此本研究企圖透過對兩套教材中的內容進行探討, 欲了解其情境設計、佈題方式、代數表徵和幾何表徵之引入順序與意義連結及問題解決策略的發展呈現方式的情形及異同, 並從現場教學工作者的立場, 對不同教材的設計是否符應上述數學教育的大方向, 做出判斷。儘管如此, 每一套教材也都各有其不同的哲學背景, 直接的影響其設計理念與呈現的方式, 而一種教材欲獲致最大化的成效, 更必須結合適當的教法與評量等因素, 礙於篇幅, 前述議題將不列入本文的研究範圍。

參、教材內容比較分析

本研究採內容分析法, 分別依教材內容中的情境設計、佈題方式、方程式之幾何表徵與代數表徵之連結及問題解決策略的發展模式等四個面向, 進行分析比較。比較結果, 分述如下:

一、 情境設計

(一) 美國 MiC 以真實生活為背景, 情境內具故事性、連貫性且脈絡清晰, 以循序漸進的方式呈現問題。

在教科書的問題情境安排上, 「情境數學」的例題中每一個題目都以生活情境為背景, 而且都在真實生活中隨時可見, 例如:

問題一: 運動員在運動時, 人體的體溫和運動的時間的關係。教材以歷史上有名的「馬拉松之役」揭開問題的序幕, 帶領學生進入時空隧道, 回到約西元前五百年的希臘古戰場中, 猜測傳捷報士兵可能因體溫過高而失去了生命, 接著課程內容針對士兵的死因探究, 進行時間和體

溫兩種資料的建立，並探究跑步時間和人體體溫的關係。(Ups and Downs, p. 29-30, 2003)

問題二：風景區中的出租機車，有各種不同的租車的費用計算方式，通常都是利用租借車輛行駛的距離(公里數)來計算租金，利用行駛的距離和應付的租金，探討公里數和租金的關係。(Ups and Downs p. 37-40, 2003)

上述的問題情境內容，涵括了具有歷史故事的背景，內容環繞在與身體有關的溫度會隨著長跑時間而感受到體溫隨著時間而有所變化，以及學生進行戶外旅遊時，經常會面對的問題情境，如在國內的小琉球、墾丁、阿里山、火車站及各風景區，租借機車自助旅遊更是學生時興的旅遊模式。綜觀上述，不難發現 MiC 所提供的問題情境，大都能以學生為問題的思考主角，因此很自然地與學習者的真實生活有極高的關聯度，易於引發學生的學習動機，進而提高學生的學習成就(Romberg & de Lange, 1998; Gu, Huang, & Marton, 2004)，當然學生學會了之後，能應用在實際生活中的可能性也相對的提高。

(二) 台灣「部編版數學」僅在列式和解應用問題的內容中才具情境，學生較無法利用情境促進學習，更無法經驗到在情境中逐步建構知識的歷程

研究發現，「部編版數學」在方程式相關的主題內容中，除了應用問題外，大部分的例題都沒有情境，例如：

Example 例3

判斷 $x = 3$ ， $y = 2$ 是否為二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 2x + 7y = 20 \end{cases}$ 的解。

(國中數學第二冊，2006，p98)

其中，部分採用情境方式佈題的內容出現在「方程式的列式」和「二元一次方程式的應用」問題中，學生在這些內容中主要是在學習轉譯文字情境為抽象的

文字表徵，但是採用的問題情境大部分皆偏向於「理想化」或「抽象的」情境，極少真實生活情境問題，因此學生較不容易將利用情境這個學習平台，將他們每天的生活經驗與抽象的數學知識進行連結，例如：

Example 例3

已知甲數為乙數的3倍多5，且甲數減5後的2倍比乙數加4後的4倍少2，求甲、乙兩數。

(國中數學第二冊，2006，p116)

更特別的是，台灣部編版數學在二元一次方程式的圖形課程內容中，則完全沒有情境。例如：

Example 例7

設直線方程式 $2x + y = 2$ 的圖形是 L_1 ， $x - y = 1$ 的圖形是 L_2 ，求 L_1 和 L_2 交點C的坐標。

(國中數學第二冊，2006，p164)

在上面這個範例中，教材在這個部分是將繪製「二元一次方程式的圖形」視為一種程序性的知識，因此並未特地進行情境和相關概念的連結，讓它成為一個孤立的單元。綜合以上，很明顯地可以發現，「情境數學」採用歷史故事作為教學主題開場的情境背景，再融合了和學生本身習習相關的真實生活情境，文字描述較具故事張力，充分的利用了情境做為學生學習數學的媒介，較易於引起學生的學習動機。相對地，「部編版數學」的佈題中，有為數可觀的問題皆在進程序性知識的學習，故屬無情境問題，僅在應用問題中，安排了抽象的生活經驗或是理想化的虛擬情境，對學生而言，未能親身經歷的情境容易乃入與真實的生活經驗脫節，當然和學生既有的真實生活數學經驗較無法互相呼應，間接地弱化了學習動機，也降低了學習興趣，不利於學生學習效能的提昇。

小結

Cobb (1995)的研究指出，學生在情境中建構他們自己的知識，更勝於只是應用在數學課中所被教授的解題策略而已，問題情境會誘出非正式的知識並形成「數學化」的起始點(Treffers, 1991)。因此，學校的教學不但不應從真實

世界中孤立出來，反而應使用學生已從他們每天的生活經驗與知識去和真實的世界相連結(Resnick, Bill & Lesgold, 1992)。更重要的是，情境的佈題可以幫助學生建立非正式的策略(Blöte, Klein, & Beishuizen, 2000)。Greer (1997)的研究也顯示，相較於一成不變的傳統問題，情境問題易於驅使學生「模式化」和「數學化」(將真實生活中的情境轉譯成數學形式)。此外，使用真實的情境更能激發出彈性的問題解決策略(Mayer, 1987; Treffers, 1991)。綜合前述的觀點而言，善用品境進行佈題，較有利於學生利用生活經驗及先備的知識進行數學知識的建構與學習，更重要的是，在學習意願低落的台灣數學教室中，若能嘗試地引入適當的情境於教材中，當可提供驅動學生學習動力的的一個機會。

二、 佈題方式

(一) 美國 MiC 採帶狀方式佈題，具互動性，藉由重組知識以形塑概念， 在動態中學習解題

從佈題方式來看，「情境數學」中採互動的設計，在題幹中提供充分的解題資訊，並在完成情境描述後，即開始不斷地以多元的方式對學生提出和題意有關的問題，引導學生依著教材所提的問題，從題目中尋找可用的相關資訊以回答詢問，隨著結構性問題的逐步推演，學生亦不斷地回應教材的提問，直到最後一道問題完成時，逐步引導學生建構出解題的過程亦同時完整。提問的類型則包含了：完成表格、描述想法、提出猜測、繪出可能的圖形和判斷「假設的想法」的可能性等多種不同的型式，相對地，學生也依著不同的問題方式，必須嘗試以對應的方式回應，在過程中，培養學生用不同的方式表達對於問題的想法，間接的也讓學生學習到多重表徵概念的能力。由於在整個解題的過程中，學生均全程參予問答，學生自然而然地配合解題步驟向前推演，為了回應問題，須不斷地重複搜尋可供回應的相關資訊和概念，以持續下一道問題的進行。因此，學生學習解題的過程可說是互動的型態下，不斷地重新形塑概念和重組知識，在動態的流程中學習如何進行解題。

(二) 台灣部編版的佈題方式較單一，採點狀方式佈題，易進行精熟學習，卻也可能窄化學生面對非例行性問題時的解題能力

「部編數學」的佈題方式係配合單元知識點的學習而為，大部分的問題只達成一個概念的學習或是運算律則的熟練，在應用問題中，所有的條件在題目中以文字的方式呈現，採取直接點出問題的關鍵條件方式佈題，間接的已為學生摒除不必要的資訊，直接提供學生解題所需主要線索，此種安排久而久之，易讓學生認為在題幹中所出現的所有線索，都是在解題過程中的必要條件，可能因此而將所有數據資料任意組合，進而衍生出不完整的解題認知，此外學生從最初的想法，形成假設，完成列式到完整解題皆獨力完成，萬一無法完整掌握所有解題要件，則無法獲得其它的奧援，導致解題失敗。

小結

不同的佈題方式，將提供給學生不同的學習機會，「情境數學」主要是在解題歷程中建構數學知識，教材以提問的方式引導學生統整先備知識及演算能力，以協助學生完整的建構解題流程，讓不同能力的學生同樣能擁有成功的解題經驗。「部編數學」主要是從解題歷程中驗證知識，教材則採用直接解題的方式，對不同行為起點的學生而言，易讓部分學生在解題中遭到挫折的經驗。換言之，「情境數學」的佈題方式較友善，能吸引學生的注意力，並保持參予度，讓學生能獲致各自的成功解題經驗，而「部編數學」的佈題方式較易對個別概念或運算程序精熟，提高計算的效度，但在解應用問題時則無法提供學生部分成功的解題回饋，相形之下，讓學生易因局部的能力不足而導致整個解題失敗，甚而減損學習動機。

三、 方程式的代數表徵和幾何表徵之引入順序與意義連結

美國 MiC 的教材內容重視學生在真實生活情境中解決問題的能力，在情境在內容編排架構的呈現上，基於不同的數學教育理念，兩個版本在知識內容的安排各異，「情境數學」以獨立成冊的方式，依著逐步加深的連續篇幅，介紹「線性方程式」(Linear Equation)的內容，相關知識的鋪陳一氣呵成，學習的主題

明確易於貫通。而「部編數學」則將相關的內容散布在二章中，包含了第三章「二元一次聯立方程式」下的第一節『二元一次方程式的列式』和第四章『函數與直角座標』的第四節『二元一次方程式的圖形』中，從第一個學習主題——二元一次方程式的列式到最後一個學習主題——二元一次方程式的圖形，期間穿插了許多其它的主題，使得前後兩個重要的學習主題間隔時間長達六個星期，易造成學習主題模糊，不利於「方程式」和「直線」知識的連貫和統整。

(一)、 MiC 的線性方程式內容知識具連貫性，代數意義和幾何意涵的形塑一氣呵成

在知識鋪陳的脈絡上，「情境數學」採取「代數、幾何交錯運用」的安排方式，利用學生的先備知識以能進行測量並將結果記錄成表格，由最基本的操作——記錄表格內容，記錄問題情境中兩類資料量的變化，藉著將資料列表化的過程，訓練學生觀察出當其中一個資料量產生變化時，另一個資料量亦隨之變化，進階到轉譯資料成另一種型態——圖表，藉著將表單中的資料轉繪，觀察出圖表呈現出某種趨勢的規律性，很自然地將幾何表徵的認識連結到代數方程式的理解。例如：

Paul 觀察並記錄剪完頭髮後，接下來生長的情形，他每隔一星期測量一次頭髮的長度，並將結果記錄下來，表格欄位為記錄的星期數和長度。

時間(月)	1	2	3	4	5	6
長度(公分)	2	3.5	5	6.5		

問題 1. Paul 剛剪完頭髮時的長度有多長？

問題 2. 五個月後，Paul 的頭髮有多長？為什麼很容易算出來？

問題 3. 如果成長的速度不變，期間不去剪髮，那麼一年後，Paul 的頭髮有多長？

問題 4. 如果在某個時間點，Paul 的頭髮有 10 公分長，試問一個月後，Paul 的頭髮有多長？

問題 5. 如果知道 Paul 現在頭髮的長度(Current)，你可以依據它找出將來頭髮的長度(Next)，試列出一個關於 Current 和 Next 的關係式？

問題 6·如果 Paul 一年內不去剪髮，試劃出一個圖形表示出 Paul 頭髮長度的情形，並描述這個圖形的形狀？

Paul 的朋友 Sonya 的頭髮在一年內長了 14.4 公分，它可以下列的式子來表示：

$$\text{Next} = \text{Current} + 14.4 \text{ 或 } \text{Next} = \text{Current} + 1.2$$

問題 7·請說明每一個式子所表示的意義

問題 8·如果 Sonya 每兩個月會出剪一次頭髮，試劃出 Sonya 一年內頭髮長度的可能情形，並說明你劃的圖形？

如果 $L = 2 + 1.5T$ 可以表示出 Paul 的頭髮成長的情形，那麼

問題 9·想一想，字母 L 和字母 T 分別代表什麼意義呢？數字 2 和 1.5 又分別代表什麼意義呢？

問題 10·Sonya 的頭髮長度為 20 公分，而且以每個月 1.4 公分的固定速度成長，試寫出一個包含 L 和 T 的關係式

由上述可知，「情境數學」的方程式知識鋪陳是以記錄資料、轉譯成另一種表徵——圖表、形成資料的對應圖形為直線，學生先察覺方程式的幾何現象，再以代數推論的方式，推知兩類資料量間的關係為二元一次方程式的代數形式，最後再連結方程式和直線的等價關係，整體而言，MiC 在編排邏輯上服膺由半具體的表徵再深化到抽象的代數表徵，由簡入繁的想法，較能成功地連結方程式的幾何意涵。

(二)、部編版數學的方程式內容先代數後幾何，透過函數連結代數和幾何意義，不易理解

在「部編數學」的課程編排上，係採「代數」為主「幾何」為輔，直接延續第一冊一元一次方程式的學習，藉著學生對於一元一次代數式的知識基模，類比到對二元一次代數式的學習上，待學生能掌握二元一次代數式的列式與意義後，再進行相關程序性運算規則。在相同的想法下，教材也藉著學生對於一元一次方程式的理解，類比到對二元一次方程式的意涵的理解，如方程式的解，

教材也呈現出解的多種表徵方式，如列表、數對等。在二個星期的二元一次方程式學習課程後，直接延伸到二元一次聯立方程式的學習，完整的學習了二元一次聯立方程式的列式、解的意義、代入消去法和加減消去法解聯立方程式，最後應用二元一次聯立方程式解應用問題，將一次方程式的代數內涵做全面的鋪陳。至於二元一次方程式在幾何圖形上的發展，教材則獨立專章安排在一個月後的「函數」的相關課程中(第四章第四節)，「部編版數學」的編輯者先發展出一次函數的圖形是直線的課程後，才透過代數法則，將二元一次方程式改寫成一次函數，據此視二元一次方程式的圖形即為該二元一次方程式改寫成的一次函數的圖形，而一次函數的圖形為一直線，故二元一次方程式的圖形為一直線。因此在學習二元一次方程式的圖形之前，必須先學習「函數」、「直角座標」、「函數與圖形」等相關章節的內容。筆者認為，將直線圖形以獨立章節出現，讓學生能完整學習各種型態的直線所對應的各種方程式，但直線圖形在解應用問題中應有的功能與角色卻未能貫穿，是個缺點，此外「部編版數學」透過直線方程式和函數關係的代數轉換，進而推論出二元一次直線方程式和一次函數的圖形成等價關係來進行直線方程式的繪製，是否適當，也尚待教學成效或深入的研究加以實證。

小結

從二元一次方程式到直線圖形的關聯模式來說，「情境數學」明顯較「部編數學」來得流暢自然，但在「部編版數學」則是各種直線圖形和其所對應的方程式學習上，一氣呵成地完整呈現，顯出其知識的精準度。最後在問題解決過程中，在方程式代數和幾何意義連結的強度而言，「情境數學」則優於「部編版數學」。

四、發展問題解決策略的模式

「問題解決」是現今國際數學教育界研究的重要課題，更是數學教育改革的重要趨勢(NCTM, 2000；鄭毓信, 1993)，Schoenfeld (1985) 早在三十年前便提出主張「問題解決應作為學校數學教育的中心」，迄今許多國家皆將培養學

生解決問題的能力納入數學教育改革的核心目標(新加坡教育部, 2007; 教育部, 2002; NCTM, 2000)。美國加州課程標準(2006)指出: 學生進行「問題解決」的核心能力包括了「概念性的理解」、「運算和推演的技巧」與「解題」等三個緊密聯繫、環環相扣的要素。筆者參酌美國加州課程標準中發展問題解決能力的三個要素, 針對教材中「發展學生問題解決策略的模式」的設計, 進行分析比較, 以理解教材的安排是否能提供促使學生熟練「運算和推演能力」, 並發展出「概念性的理解」, 以達成「擅長解題」的目標。分析結果如下:

(一)、 MiC 重視模式的發現與學習, 強調概念性的理解, 並不特重「熟練運算和推演的技巧」, 課程設計較均衡, 易激發學生發展多元的解題策略

MiC 藉由佈題方式, 有計畫的引導學生解決由淺而深的問題, 在解題歷程中逐步發展出各種解聯立方程式所需具備的運算能力及推演的技巧, 並從非正式方法(informal)推演出正式的解法, 逐漸地強化對方程式概念的理解, 進而累積成功的解題經驗, 以獲致解決大問題所需的能力。在「概念的理解」上, MiC 提供了豐富的情境(資訊), 讓學生有機會表達出各自的想法以反映出個人對問題情境的理解程度, 使學生能在情境中建構出對概念的理解。以解聯立方程式的問題為例說明:

Mario 在速食店打工，
他在店內逐一走動接受客人點餐，
並登記在餐卡上，如圖所示，

ORDER	TACO	SALAD	DRINK	TOTAL
1	2	4	--	\$10
2	1	2	3	\$8
3	3	--	3	\$9
4	1	2	--	
5	1	--	1	
6	2	2	1	
7	4	2	3	
8				
9				

問題一：在訂餐卡上有一些尚未計算出的消費金額，請幫忙計算出消費金額。

問題二：參考訂餐卡，列出二種不同的訂餐內容，並將預估金額寫上去。

問題三：幫忙將訂餐卡上每桌的消費金額計算出來

Mario 店內的食物價格經過調整後，顧客要買一個章魚燒、二個沙拉和一杯可樂必須花 6.5 元，要買一個章魚燒、四個沙拉和杯可樂必須花 11.5 元，一個章魚燒和二杯可樂則須花 4.5 元。

問題四：請根據上述情況分別列出方程式。

問題五：組合上述方程式可以形成新的方程式，如果將上面最後兩個式子相加，會得到那一個新方程式？

問題六：隨意組合上述式子以產生兩個新方程式。

問題七：說明如何組合上述的式子，以得到 $1S+1D=2.5$ 元

問題八：請幫忙找出三種食物的單價？

上述的問題中，MiC 以常見的餐館消費為情境，利用圖表提供學生解題所需的資訊，有別於傳統上以文字描述數學情境，並要學生根據各桌點餐單上的數量，以方程式表徵出訂餐卡中的數學關係，逐步地由具體的餐點數量，連結到抽象的數學方程式，而列出二種以上不同的方程式的安排，則在提升學生對問題的整體理解，並發展出學生過濾資訊的分析能力，再則以利用方程式完成結帳金額的計算，則是要讓學生理解到方程式的意義與用途，並促進對方程式概念的理解。在「運算和推演的技巧」的能力發展上，Mic 則是採取推論的方法，利用已列出的數個方程式以相加或相減或倍增的方式，合併既有的數個方程式，

以得出新的方程式，並用以表徵另一個新的訂餐情境所孕涵的數學方程式，因此，Mic 在同一個解題活動中，內容就整合了對概念的理解，也兼有運算及推演能力的發展，使得兩者在解題的歷程中呈現連貫且互為體用的學習的模式，並藉由逐步擴充情境以提高情境問題的複雜度，綜合言之，在發展問題解決策略的發展上，Mic 的設計讓三要素呈現均衡地安排。

(二)「部編版數學」對「概念性的理解」著墨較少，視「熟練運算和推演的技巧」為解題的核心要素，強調正式(formal)解題策略的精熟，單調的解題策略易形塑出標準解題模式

在發展問題解決能力的規畫上，「部編版數學」並未對方程式概念的理解給予特別的關注，在概念性知識的部份，慣於採取陳述知識的方式描述方程式的意義，而程序性知識的學習則是藉由大量地練習以習熟練解題所需的運算規則，最後以一個具挑戰性的應用問題進行學習的總結。在「概念性的解理」上，教材著重在方程式的「如何用」上加以鋪陳，至於方程式「有何用」的面向上，則未詳加鋪陳在內，顯示出教材未能給予學生充份理解方程式的概念的設計，此外教材直接採取陳述知識的方式描述方程式的意義和列式的方式，也不利於學生對「方程式」的意義賦予(許馨月、鐘靜，2004；鄭毓信，1998)。以教材在「方程式的列式」內容為例，：

柿子一個賣 35 元，水蜜桃一個賣 50 元，媽媽買了 X 個柿子和 Y 個水蜜桃。試用 X 和 Y 列出媽媽要付的錢(部編版國中數學第二冊，p. 86)。

教材並未在「關係式的意涵」上多加著墨，學生被直接要求列出包含兩種未知數的方程式，因此學生常以模仿範例的方式完成例式，並未真正地對方程式中的未知數及等價關係做深入的理解，此外，在上述教材的示例中，由於教材的問題太過精簡，無法為學生創造辨別多餘訊息的經驗，容易形成數學(未知數)假設，僅須局部推測，即可轉譯題意方程式，反倒減損了培養學生辨識出潛在的數學關係的機會，不利學生分析能力的發展，自然地無法刺激學生多元的解題想法。另一方面，「部編版數學」慣於要求學生依據題意直接寫出兩種未知數

的關係式，更驅使學生的表徵方式趨向於單一的標準形式，漸漸地降低了學生多元表徵能力發展的可能性。

在「熟練運算」方面，教材透過結構性的題型分類和安排，提供學生多元的題型和足夠的題目數量，驅使學生不斷地運用相關的運算規則和解題技巧以增進熟練度和效能，以發展學生對解題程序性知識的熟稔度，比較值得關注的點是，在教材特別強調精熟學習的「解二元一次聯立方程式」、「二元一次方程式的圖形」等章節中，幾乎所有的範例都沒有情境，造成學生在沒有意義的情境下不斷地進行解方程式的運算過程，學習者極易因內容枯燥而降低學習意願，反而達不到精熟訓練的目的。而在「推演的技巧」上，教材則是將各種常見的解題方法，逐一呈現在教材的範例中，做為學生學習與模仿的標準，真正的推演則是在各種運算解題個別學習完成後，將所習的運算技巧的整合在解決更複雜的計算題上，這一點與Mic引導學生由解決最簡單的方程式中累積知識，逐步向解決正具挑戰性的問題推進中，存在根本上的差異。在「解題策略」的發展模式上，「部編版數學」係以Polya的問題解決模式的四大階段為基礎，教材遵循定義方程式、列出方程式、解方程式到解應用問題的邏輯，分段進行學習各主題的學習，最後以解應用問題總結。和Mic不同的是，「部編版數學」將這四個階段的知識做出切割，分別鋪陳，彼此的學習互不干涉，只在最後應用問題的解題時，才將各階段的學習內容整合在解題的過程中。從學習知識的精準度來看，教材針對一個一個知識點，分別進行個別的學習發展，使學生能夠直接的掌握到最精要的知識內容，相對地卻也使學習呈現片斷，忽略了全面完整性的學習，讓教材愈來愈窄化，學生學得也愈來愈少(王建宇，2007)。

小結

在「問題解決」的發展模式上，MiC採用滾雪球的模式，引導學生建構出問題解決的能力。教材從解決最簡單的問題下手，逐步學生累積成功的解題經驗，進而能應用它們，挑戰更高難度的問題。教材的佈題方式，提供豐沛的資訊，讓學生有機會辨識出情境中潛在的數學關係，並能忽略過多無關訊息，形

成數學假設，進行推測、找出既有的模式(pattern, 樣式)、連結到已知的數學結構、然後轉譯問題大意为數學式(例如等式)。最特別的是，MiC 鼓勵學生在遇到特殊問題時要去思考所有可能的解決步驟，例如：「參閱圖表並且發展圖表、表格、圖解和文字敘述」、「找出比較簡單的相關問題」、「尋找模式」、「預估、推測並且求證」等，這些面向的安排能刺激學生發展出更多元的解題策略。MiC 也著重多元的解題過程，也正因為鼓勵學生以多樣的思考模式完成解題，相對地學生在思考上將會用去更多的時間和專注，自然地，學生在解題的精準度和數學運算規則的熟練度上，容易被忽略，連帶地可能由於運算的熟練度不夠，進而影響到技巧推演的流暢性，最後導致解題不成功。此外，MiC 的練習題中，幾乎不存在所謂「範例的類題」，因此，在不強調解題訓練的設計下，學生在面對問題進行解題時，必須用去較多的時間，在這個面向上，則是充分的反映出「情境教學」迥異於「部編版數學」所強調的「應試數學」的特點。換句話說，Mic 重視的是整個解題能力的建構，速度和熟練度並非側重的課題。「部編版數學」特別重視各種知識點的學習，為了訓練學生獲致正確而快速的解題能力，學習的歷程採分進合擊的安排，然而這樣的想法，卻也使得整個學習歷程的發展背離了以學生為主體的思考，學習過程變得零碎、片斷而不易連結，「運算與推演技巧」的精熟學習，以提高解題的速度與準確度，則是教材的另一個訴求，透露出台灣教材受到考試的影響程度(王建宇，2007)。另外教材將各種解題所需的知識進行切割，也造成教材在代數主題的內部知識間未能建構出足夠的連結，同樣地，在與幾何主題的外部連結上，方程式與直線圖形的連結也闕如，對概念的理解採取陳述知識的方式描述方程式的意義，易讓學生採行記憶的方式學習概念，易陷入無意義的學習泥淖中。此外，「部編版數學」在各階段的學習中，教材的範例直接呈現出標準的解題歷程，壓縮了學生面對問題思考的空間和機會，影響所及，在面對非例行性問題的解題時，學生能否應用所學以「標準解法」進行問題解決，將面臨挑戰，此時，發展學生多元解題能力的理想將可望而不可及。

肆、結論

盱衡現今國際數學教育改革發展的重要方向,不難發現現今數學課程比以前更強調讓學生從「做中學」。「部編版數學」雖也提供學生許多做數學的機會,但主要的教材仍屬強調「如何解題」的「應試數學」模式,顯示出升學考試仍深深地影響著教材。在方程式的概念理解上,學生仍未能從被動地聽教師講解數學的角色,進化到主動地參與學習活動的理想,而教材也未能提供學生說明想法或演算過程的機會,因此,大部份的學習都是在熟練教科書中示範例題的類似題。相對地, MiC 無論是在問題情境的設計、佈題方式的安排、主題知識間的連結及多元解題策略的培養上,都提供給學生較佳的發展機會。此外,「情境數學」在學習內容的安排上,讓所有的學生都能以自己的角色參與學習;鼓勵師生互動、討論的學習過程;培養合理判斷、理性溝通、明確表達的能力,為培養學生具備未來國民的應有的數學能力,提供了一個較佳的教材模式。台灣「九年一貫數學領域課程正式綱要」亦強調與 Mic 相近的目標,希望能培育出有上述各項數學能力的未來國民,並能進行終身學習,然而實際的教材卻未能與課程綱要的方向完全相契。「部編版數學」若能在既有的教材優點中,強化培養學生「概念性理解」的面向,落實九年一貫課程編輯理念在課程的設計中,以學生為主體的初衷,兼採「情境數學」中優質的佈題方式,徹底從「應試數學」的思維中掙脫出來,定能有助於改善現行教學現場的教學成效,並能幫助學生的數學能力獲致實質的提昇。

參考文獻

王建宇(2007年8月9日)。教育看全球:考試領導教學,國外專家反對。國語日報,二版。

方旭(2007年4月12日)。北市一綱一本報告 批一綱多本造成教育亂象。中央通訊社。西元2007年7月19日,取自:

<http://news.yam.com/cna/garden/200704/20070412122911.html>

美國加州課程標準(2006)。資料來源:美國加州教育部網站。西元2006年12

月22日，取自：<http://www.cde.ca.gov/ci/ma/cf/documents/math-ch1.pdf>
許馨月、鍾靜（2004）：國小教師面臨討論式數學教學問題之個案研究。國立

台北師院學報：數理教育科技類，17.（1），57-82 頁。

教育部（2002）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。

教育部（2005）。引導國中小教科書優質發展一部編本教科書編輯理念與特色

。資料來源：教育部國教司網站。美國加州教育部網站。西元2007年5月31

日，取自：<http://140.111.34.116/old/165/storymain.htm>。

國立教育研究院籌備處（2006）。國民中學數學第二冊。台北：國立教育研究院
籌備處部。

新加坡教育部（2007）。中學數學課程綱要Secondary Mathematics Syllabuses。

資料來源：新加坡教育部網站。西元2007年5月31日，取自：

<http://www.moe.gov.sg/cpdd/doc/2007%20Sec%20Math%20Syllabuses.pdf>。

鄭毓信（1998）：數學教育哲學。台北：九章。

鄭毓信（1993）：“問題解決”與數學教育。數學傳播，十七卷四期，1-13。

鍾靜（1996）。數學教室文化的新貌。發表於國立嘉義師範學院八十四學年度數學
教育研討會。

Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and
conceptual understanding. *Learning and Instruction*, 10, 221-247.

Cobb, P. (1995). Cultural tools and mathematical learning: A case study. *Journal for
Research in Mathematics Education*, 26(4), 362-383.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word
problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 293-307.

Gu, L., Huang, R. and Marton, F. (2004). Teaching with Variation: An effective way
of mathematics teaching in China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, and S. Li (Eds.),
How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders (pp.309-345).
Singapore: World Scientific.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for*

school mathematics. Reston, VA: Author.

Resnick, L., Bill, V., & Lesgold, S. (1992). Development of thinking abilities in arithmetic class. In A. Demetriou, M. Shayer, & A. Efklides (Eds.), *Neo-piagetian theories of cognitive development: Implications and applications for education*. (pp. 210-230). London: Routledge.

Reys, B. J. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the buyer beware! *Phi Delta Kappan*, 87(05), 1377-383

Romberg, A. & de Lange J. (1998), *Mathematics in Context: Teacher Resource and Implementation Guide*. Britannica Mathematics system, USA.

Romberg, T. & Shafer, M. (2003). *Mathematics in Context : Preliminary evidence about student outcomes*. In S. Senk & D. Thompson (Eds.), *Standards-Based School Mathematics Curricula: What Are They? What Do Students Learn?* (pp. 225-250). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*, Academic Press Inc.

Treffers, A. (1991). *Realistic mathematics education in The Netherlands 1980-1990*. In L. Streefland (ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht: CD-b Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.

活動報馬仔

一、 2007/10/15、10/22

96 年南區中小學數學及自然學科專題研究研習會

地點：高雄師範大學燕巢校區致理大樓

二、 2007/12/13~2007/12/15

中華民國第二十三屆科學教育學術研討會

地點：國立高雄師範大學燕巢校區

(高雄縣 824 燕巢鄉深中路 62 號)

三、 2007/12/21~2007/12/24

2007 年數學學術研討會暨中華民國數學會年會

地點：台北南港中央研究院

四、 2008/02/20～2008/02/23

2008 年亞洲科學教育學術研討會

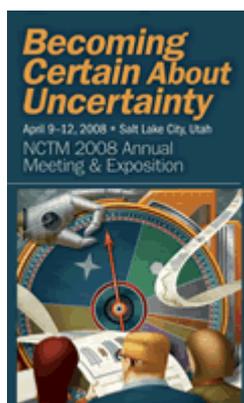
地點：高雄國賓大飯店

五、 2008/04/09～2008/04/12

NCTM 2008 Annual Meeting and Exposition

Becoming Certain About Uncertainty

地點：Salt Lake City, Utah



六、 2008/09/16～2008/09/20

The 3rd IEA International Research Conference

地點：TAIPEI, CHINESE TAIPEI

稿 約

一、本刊徵選之數學教育刊物為：

- (一) 本刊以徵選實務性的數學教育刊物為主，舉凡任何數學創新教學之方法或策略、數學教學實務經驗、數學課程設計與實踐之心得分享等皆為本刊之首要選擇標的；
- (二) 研究文章（包括以實驗、個案、調查或歷史等研究法所得之結果，和文獻評論、理論分析等）；
- (三) 短文（包括研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判等）；以及
- (四) 其他符合本刊宗旨之文章。

二、本刊所刊之文章，需為報導原創性教學或研究成果之正式文章，且未曾於其他刊物或書籍發表者（在本刊發表之文章未經台灣數學教育學會同意，不得再於他處發表）。

(一) 來稿請注意下列事項：

1. 來稿請以中文撰寫，力求通俗易讀，須為電腦打字，每篇以不超過 6000 字為原則（特約稿不在此限），以電子郵件傳送。
2. 來稿請附中英文篇名、作者

姓名及服務機關，作者姓名中英文並列，若有一位以上者，請在作者姓名及服務機關處加註 (1)、(2)、(3) 等對應符號，以便識別，服務機關請寫正式名稱。

3. 來稿請附中英文摘要，並於摘要後列明關鍵詞彙 (key words)，依筆劃順序排序（以不超過五個為原則），英文關鍵詞彙則須與中文關鍵詞彙相對應。
4. 文稿若為譯文，請附原文影本及原作者同意函，並請註明原文出處、原作者姓名及出版年月。
5. 凡人名、專有名詞等若為外語者，第一次使用時，謂用 () 加註原文。外國人名若未有約定成俗之譯名，請選用原文。
6. 附圖與附釋請於文後，並編列號碼，並在正文中註明位置。
7. 文末參考文獻依作者姓氏分別編號排序：中、日文依筆劃多寡排列；西文（英、法、德...等）依字母順序排列；若中、日、西文並列時，則先中、日文後西文。至於參

考文獻之寫法如下：

- (1) 期刊論文，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、論文篇名、期刊名稱、卷期、頁數。

例：張湘君（1993）。讀者反應理論及其對兒童文學教育的啟示。《東師語文學刊》，6，285-307。

- (2) 圖書單行本，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、書名、版次、出版地、出版社、頁數。

例：張春興（1996）。《教育心理學》。台北：東華。頁64-104。

8. 稿件順序為：首頁資料（題目、作者真實姓名及服務機關、通訊地址及電話；若需以筆名發表，請註明）、中文摘要、正文（包括參考文獻或註釋）、末頁資料（以英文書明題目、作者姓名及服務機關、並附英文摘要）及圖表（編號須與正文中之編號一致）。

(二) 本刊對來稿有權刪改，不同意者請在稿件上註明。

(三) 來稿刊出，版權為台灣數學教育學會所有。

(四) 作者見解，文責自負，不代表本學會之意見。

(五) 來稿請e-mail至：

dcyang@mail.ncyu.edu.tw