

陳怡如、林原宏、楊晉民（2017）。
高年級學生數學閱讀表現之分群特徵探討。
臺灣數學教師，38（2），42-63
doi: 10.6610/TJMT.20171031.01

高年級學生數學閱讀表現之分群特徵探討

陳怡如¹ 林原宏² 楊晉民²

¹臺中市南屯區永春國小教師

²國立臺中教育大學數學教育學系

本研究根據數學閱讀相關理論並參考國小六年級數與量主題內容，發展融合生活情境之數學閱讀文本，探討學童在數學閱讀的表現和分群後各群組的表現特徵。本研究的數學閱讀包含一般閱讀理解、數學背景知識和數學特殊技能三個向度，研究者據以自編數學閱讀文本評量工具，並利用模糊集群分析施測資料以進行最佳分群。本研究發現結果如下：一、學童在數學閱讀各向度的表現中，以一般閱讀理解最佳，數學特殊技能最低，且各向度間達顯著相關；二、根據模糊集群進行最佳化分群，學童可分成三個群組，此三個群組的學童，都是一般閱讀理解高於數學背景知識，數學背景知識高於數學特殊技能，但各群組中各向度間卻無顯著相關；三、此三個群組的學童，其數學閱讀各向度的表現，由低至高都是依次為一般閱讀理解、數學背景知識和數學特殊技能，且兩兩之間有顯著差異。本研究之結果與發現，可進階瞭解學童在數學閱讀的認知特徵，可供教師在數學閱讀教學策略精進之依據，以及數學閱讀理解補救教學的參考，本文亦提出未來研究的相關建議。

關鍵詞：數學文本；數學閱讀；閱讀

壹、緒論

一、研究動機

閱讀 (reading) 是知識學習的基礎，世界各國對於閱讀教育的日益重視，透過閱讀可以提升語文能力，而語文能力更是學科內容知識學習重要活動。所以，近年來學科閱讀 (disciplinary reading) 逐受討論，其立論觀點是認為學科閱讀是學科內容知識與理解的主要認知活動，所以諸如數學閱讀、科學閱讀、科技閱讀等研究已是重要的議題。所謂數學閱讀 (mathematics reading) 是指閱讀含有數學內容的文字、符號、圖示等表徵，而數學閱讀的文本類型非常多元，包括繪本、漫畫、教科書、科普文章等，較多的數學閱讀的研究焦點是學童在數學解題過程中的閱讀理解與認知歷程，較少探討學童在數學科普文章的閱讀表現。因此，本研究擬發展科普形式之數學閱讀文本，探討學童在此數學文本閱讀的表現，此為本研究動機之一。

我國國民中小學九年一貫課程數學學習領域綱要中指出，數學之所以被納入國民教育的基礎課程，其原因之一是「數學是一種語言」。簡單的數學語言，融合在人類生活世界的諸多面向，精鍊的數學語句，則是人類理性對話最精確的語言 (教育部，2010)。而「連結」主題中的「溝通」，則指出數學語言和一般語言的在數學學習過程的重要性。因此，數學語言不只是一種溝通語言，是理性與自然界對話時最自然的語言，更是所有科學的工具語言 (Astrid, 1994)。數學閱讀是學數學語言學習的一部份，數學閱讀過程是一個完整的心理活動，包含語言符號 (文字、數學符號、術語、公式、圖表等) 的感知和認讀、概念的同化和順應、閱讀材料的理解和記憶等各種心理活動因素。

許多相關文獻指出，學童在數學閱讀過程常出現困難 (Vukovic, Lesaux, & Siegel, 2010)，例如學童閱讀能力差，對於題意不了解，學童的解題表現亦不理想等。然而，有關學童在數學閱讀表現的類型和特徵，這方面的文獻較少探討。因此根據數學閱讀表現進行適切分群，據以瞭解學童在數學閱讀表現的認知特徵，實有必要與可行之處。因此，本研究擬應用模糊集群 (fuzzy clustering) 進行數學閱讀表現的分群，俾探討學童在數學閱讀的認知特徵，此為本研究動機之二。

數學閱讀也和近年來各國所重視的數學素養表現有關，近年來 PISA (the Programme for International Student Assessment，以下簡稱 PISA) 所強調的「數學

素養」是指個人在各種情境脈絡裡形成、使用並詮釋數學的能力，其中包括了數學推理，以及使用數學概念、程序、事實、工具來描述、解釋、預測現象（Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013, p. 25），在 2012 年 PISA 評量中，臺灣學童對解數學算式的題目得分很高，但是需閱讀情境內容再解題的應用問題則相對較弱。而在 2015 年 PISA 測驗中，數學素養與閱讀素養高成就學童比例都下降，尤其數學素養高成就層級的比率從 2012 年 18% 降至 10.1%（科技部，2016）。除了因為臺灣的數學教學時間不足和制式的考試方式，導致數學情境閱讀教育的困難，使得數學與生活脫節，因此學童無法用閱讀來理解含有數學內容的情境問題深刻體會（張鎮華，2015）。數學閱讀含有多向度的認知向度（cognition dimension），Mckenna 與 Robinson（2002）所提出的學科閱讀，包含一般讀寫技巧、學科背景知識及學科特殊讀寫技巧，此觀點能解釋數學學科閱讀的本質。此外，若欲深化數學閱讀教育，必須先瞭解學童在這些數學閱讀的認知向度的相關和差異情形，由於「數與量」在國小階段數學課程所佔比例最高，數與量的主題也和學童的生活情境脈絡連結密切。因此，本研究擬以「數與量」的主題初探內容，基於 Mckenna 與 Robinson（2002）所提出的觀點，發展數學閱讀文本並進行施測分析，根據模糊集群分析結果，探討學童各認知向度的相關和差異，此為本研究動機之三。

綜合前述，本研究評述數學閱讀學理基礎，根據 Mckenna 與 Robinson（2002）所提出的學科閱讀認知向度觀點，以國小六年級的「數與量」為主題內容，發展數學閱讀文本。本研究並以模糊集群分析評量資料，瞭解學童在數學閱讀的各群組特徵，以及各群組學童在各認知向度的相關和差異。根據本研究結果和發現，希冀能提供未來進行數學閱讀的教學與評量等研究和實務參考。

二、研究目的

基於上述研究動機，本研究旨在發展國小六年級數學領域數與量主題的數學閱讀文本，並探討學童在數學閱讀文本上的表現，以及分析不同群組學童在數學閱讀測驗表現之相關和差異。綜上所述，本研究目的如下：

- (一) 發展數學閱讀文本，分析學童在數學文本閱讀各向度表現。
- (二) 應用模糊集群分析，進行數學閱讀文本表現分群和特徵探討。
- (三) 探討各群組學童在數學閱讀文本的表現相關和差異。

貳、文獻探討

一、數學閱讀之意涵

學科閱讀的研究在國外已經有相當長的研究探討，它也是閱讀研究者所關注議題，以學科領域內容的閱讀，可提升學科素養與內容知識，而學科閱讀教學策略也是重要議題（洪月女，2016）。美國在 2010 開始推行 Common Core State Standards (CCSS) 課程，即指出「每一種科學或工程的課程，在某方面而言也是一種語言課程」(Every science or engineering lesson is in part a language lesson) (Committee on Conceptual Framework for the New K-12 Science Education Standards, 2011)。就數學學科教學而言，大多研究傾向於關注數學要教什麼樣的課程內容 (what)，講求數學概念的理解，但數學教學也應重視數學閱讀，強調數學文本該如何 (how) 來說明數學概念(秦麗花，2006)。R. T. Vacca 與 J. L. Vacca (2002) 認為「每個教師都是閱讀教師」(every teacher a reading teacher)，認為各種不同的學科都需要提供該學科的閱讀指導，因此數學教師應關注學童的數學閱讀能力。美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics，簡稱 NCTM) 於 2000 年提出，學童若能使用口語或文字書寫等多元方式與他人進行數學交流時，可使自己的數學概念更加清楚，並且於交流過程中將自己的數學概念再次進行統整。所以，數學閱讀在數學的教與學中，佔有相當重要的地位。

數學閱讀過程的認知活動與成分頗多，Ilany 與 Margolin (2010) 提出處理數學問題需要閱讀的認知活動，包括解釋符號和圖表、理解意涵、理解情境意義、應用數學基模，以及語言情境與數學基模的連結。Adams and Lowery (2007) 則認為數學閱讀是學習數學的重要成分，閱讀過程中的文字、數字、符號或圖表，透過閱讀能幫助引導學生更加的理解數學。高文君、韓聯郡與高紅偉 (2006) 提出數學閱讀能力的構成有數學語言的理解应用能力、閱讀推理能力、聯想記憶能力、概括數學材料的能力及後設認知能力。吳昭容與鄭英豪 (2012) 探討大學生在幾何證明數學文本閱讀的眼動現象，分析數學詞彙、符號、圖表等閱讀歷程。研究顯示，大學生閱讀幾何證明的時間較相似篇幅的科學文本多，且幾何證明對大學生仍相當困難。

Österholm (2006) 的研究中指出，數學閱讀是獨特的能力，因為他的研究顯示學生在數學文本符號版本的閱讀理解表現低於文字版本，且數學文本文字版

和歷史文本的相關顯著，但數學符號符號版和歷史文本的相關不顯著。Lindeman (2000) 的研究中，發現數學閱讀和語文閱讀有相關，且數學閱讀和語文閱讀共同享有的字串念讀和邏輯推理兩種能力。(Jordan, Kaplan, & Hanich, 2002) 在縱貫性研究中，指出語文閱讀是數學閱讀的中介變項，因此語文閱讀能力會影響數學閱讀的學習表現過程。

Mckenna 與 Robinson (2002) 提出的學科閱讀包含三種主要的技能為背景，分別為一般讀寫技巧、學科背景知識及學科特殊讀寫技巧來包含數學閱讀組成成分。三者關係如圖 1 所示：

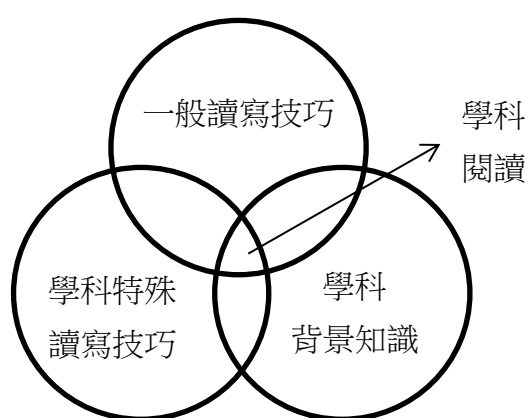


圖 1 學科閱讀的認知技能 資料來源：Teaching through text-reading and writing in the content area. (p9), by M. C. Mckenna, & R. D. Robinson, 2002, Boston: Allyn & Bacon.

Mckenna 與 Robinson (2002) 所提出的學科閱讀認知成分，頗能解釋數學閱讀的本質，本研究依據 Mckenna 與 Robinson (2002) 提出的學科閱讀包含三種主要認知成分，研究者將數學閱讀界定為三種認知向度，亦即一般閱讀理解、數學背景知識以及數學特殊技能。其中，一般閱讀理解為語文閱讀的理解；數學背景知識為學童在該階段已經學得的數學知識及概念；數學特殊技能則為數學解題的認知能力，包括數學語言和文字的意義、符號圖形等表徵應用和轉換、以及使用背景知識進行數學解題等。

二、模糊集群分析

Zadeh (1965) 提出模糊理論 (fuzzy theory)，該理論是描述元素 (element)

與集合 (set) 的關係，不再是傳統的二元邏輯 (binary logic) 關係之明確集合 (crisp set)。模糊理論將元素和集合之間用介於 [0, 1] 之間隸屬度 (membership) 之模糊集合 (fuzzy set) 來描述 (林原宏, 2007; Klir & Yuan, 1995)。令 U 表示全域 (universal set)， μ 為一函數，即 $\mu: U \rightarrow [0, 1]$ ，則基於 U 之模糊集合 A 的隸屬函數 (membership function) 記為 $\mu_A(x)$ 。若有一集合為 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，則其隸屬於模糊集合 A 的程度，可用表模糊集合表示為 (Zimmermann, 2011)：

$$A = \left(\frac{\mu_A(x_1)}{x_1}, \frac{\mu_A(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} \right) = \left(\frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \mid x_i \in U \text{ and } 0 \leq \mu(x_i) \leq 1 \right)$$

模糊理論原為資訊與工程領域資料分析方法，近十年來逐漸廣泛應用於教育和社會科學等領域的資料分析 (Cole & Persichitte, 2000; Ragin, 2000)。集群分析 (cluster analysis) 屬於多變量統計學方法，其目的是根據資料點的相似性，進行適當分群後使得「群內同質，群間異質」，進而達到瞭解各群特徵 (林邦傑, 1981; 林原宏, 2007)，模糊集群 (fuzzy clustering) 即是模糊理論與集群分析兩種概念之結合 (Jain, 2010)。在模糊集群中，隸屬度 (membership grade) 為決定元素間距離的重要因素，其範圍介於 0 到 1 之間，隸屬值愈大表示該元素屬於某一個集合的程度越大 (吳柏林, 2005; Smithson & Verkuilen, 2006)。

模糊集群的分析方法眾多，目標函數法 (objective function) 雖不具集群階層性但分析觀察值的隸屬度，適合大樣本資料，是相當廣泛使用的方法 (林原宏, 2007)。因此，本研究以模糊集群目標函數法，分析學童的數學閱讀表現分群結果及各群特徵。假設已知觀察資料矩陣 (data matrix) 為 $X = (x_{nm})_{N \times M}$ ，而未知的為隸屬度矩陣 (membership matrix) $U = (u_{cn})_{C \times N}$ 和群中心矩陣 $V = (v_{cm})_{C \times M}$ ，則模糊集群目標函數法步驟簡述如下 (Bezdek, 1981)：

1. 定義目標函數 (objective function) 為 $J(U, V) = \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C (u_{cn})^2 d^2(c, n)$ ，其中

$$d^2(c, n) = \sum_{m=1}^M (x_{nm} - v_{cm})^2$$

2. 由於 $\sum_{c=1}^C u_{cn} = 1$ ，因此用 Lagrange's multipliers 方法，求 $J(U, V)$ 之極小值，

$$\text{令 } F = \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C (u_{cn})^2 d^2(c, n) + \sum_{n=1}^N \left[\lambda_n \left(\sum_{c=1}^C u_{cn} - 1 \right) \right]$$

3. 針對函數 F 進行偏微分求極值，得到 μ_{cn} 和 v_{cm} 的關係式為 $v_{cm} = \frac{\sum_{n=1}^N (u_{cn})^2 (x_{nm})}{\sum_{n=1}^N (u_{cn})^2}$ ，

透過設定初始值 (initial value) 和迭代 (iteration)，可得 μ_{cn} 和 v_{cm} 最佳解。

群數決定是分群效度 (clustering validity) 的問題，文獻上分群效度的指標相當多，本研究採較常用的兩個指標如下 (Bezdek, 1981)：

1. 分割係數 (partition coefficient)

分割係數 $F(U;C)$ 定義為 $F(U;C) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C (u_{cn})^2$ ，此數值的範圍是

$\frac{1}{C} \leq F(U;C) \leq 1$ ，當其較大值時，為較佳的分割數。

2. 分割亂度 (partition entropy)

分割亂度 $H(U;C)$ 定義為 $H(U;C) = -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C u_{cn} \ln(u_{cn})$ ， $\forall u_{cn} \neq 0$ ，此數值的

範圍是 $0 \leq H(U;C) \leq \ln(C)$ ，當其較小值時，為較佳的分群數。

參、研究方法

一、研究架構

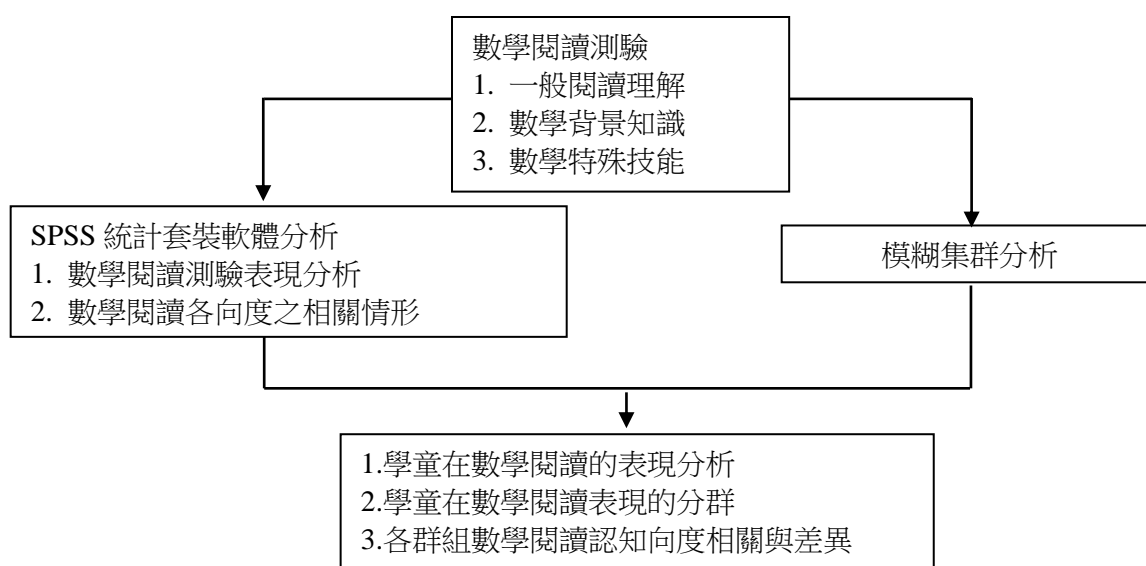


圖 2 研究架構圖

二、研究對象

本研究以國小六年級學童為研究對象，由於研究樣本取得不易，本研究採方便取樣。應過預試後，正式施測樣本有效樣本人數及分配情形，列於表 1。

表 1

有效樣本人數及分配情形

縣市	學校	班級數	男生	女生	合計
新北市	甲	3	37	41	78
	乙	2	29	22	51
臺中市	丙	1	9	13	22
	丁	1	13	12	25
臺南市	戊	5	67	67	134
高雄市	己	2	30	21	51
合計	6	14	185	176	361

三、研究工具與資料分析

(一) 數學閱讀測驗內容編製

本研究有兩份文本（分別為文本 A、文本 B），文本 A 主題為「體脂肪」，文本 B 主題為「台灣地震帶」。每份文本均包含一般閱讀理解、數學背景知識、數學特殊技能三個內容和測驗向度，每個向度有 5 題試題，因此每份文本共有 15 題試題。文本 A 的內容和試題舉例如附錄 1，本研究依據民國 97 年國民中小學九年一貫課程綱要，數學領域六年級「數與量」分年細目，並以 McKenna 與 Robinson（2002）所歸納學科閱讀的三種認知技能：一般讀寫技巧、學科背景知識及學科特殊讀寫技巧三個部分編製而成。本研究中各向度的內容的意義為：

1. 一般閱讀理解：能理解文章內容詞彙並提取訊息，進行訊息的詮釋、推論和評估等。
2. 數學背景知識：能使用先備知識來理解文本中的數學內容，本研究中的數學背景知識包括分數與小數的概念，及其基本除法計算等。
3. 數學特殊技能：能理解文本所述的情境內容和關係敘述，並根據文本中所提供的數學內容訊息，以數學詞彙、符號和方法，進行延伸問題的解決。本文中的

數學特殊技能是指能處理小數除法的生活問題、取概數進行估算以及比和比值與速度的解題。

表 2 為兩份文本各試題的難度(通過率)和鑑別度(Pearson 積差相關係數)，由該表可知，各向度試題的難度高低有別，且都具有鑑別度。

表 2

正式施測文本的難度、鑑別度分析

向度	文本 A			文本 B		
	題號	難度	鑑別度	題號	難度	鑑別度
一般閱讀 理解	A11	.75	.47**	B11	.73	.52**
	A12	.92	.37**	B12	.92	.45**
	A13	.48	.40**	B13	.81	.49**
	A14	.74	.54**	B14	.85	.51**
	A15	.76	.44**	B15	.62	.54**
數學背景 知識	A21	.83	.40**	B21	.68	.44**
	A22	.42	.50**	B22	.50	.45**
	A23	.65	.50**	B23	.58	.50**
	A24	.40	.47**	B24	.33	.37**
	A25	.45	.46**	B25	.45	.55**
數學特殊 技能	A31	.33	.40**	B31	.49	.46**
	A32	.50	.45**	B32	.25	.24**
	A33	.86	.39**	B33	.21	.31**
	A34	.28	.28**	B34	.39	.35**
	A35	.40	.38**	B35	.45	.51**

** $p < .01$.

(二) 信度分析

本研究以 Cronbach's α 係數，求得測驗的內部一致性。正式施測文本(A)的 Cronbach's α 值為.68、正式施測文本(B)的 Cronbach's α 值為.71，全測驗之 Cronbach's α 係數則達.79。因此，本研究工具的信度可以接受。

(三) 效度分析

效度分析採內容效度進行分析，本研究以 McKenna 與 Robinson (2002) 的觀點為基礎，界定數學閱讀的認知向度為一般閱讀理解、數學背景知識、數學特殊技能三個向度。研究工具經過三位數學教育學科專家和四位國小教師檢核並提

供修正意見，因此本研究工具具有內容效度（content validity）。

(四) 資料分析工具

本研究利用 SPSS 20.0 軟體進行信度和敘述性統計、變異數分析等統計分析，以及研究者撰寫 FCUT 軟體進行模糊集群分析。

肆、結果

一、數學閱讀測驗表現分析

(一) 數學閱讀測驗表現情形

本研究數學閱讀正式施測文本（A）與正式施測文本（B）題目共 30 題，試題皆為二元計分，答對一題以 1 分計，答錯一題以 0 分計。如表 3 所示，一般閱讀理解平均答對率為.76、數學背景知識平均答對率為.53、數學特殊技能平均答對率為.41。欲瞭解學童在各向度的表現差異，成對樣本 t 檢定如表 4 所示，可知數學閱讀各向度兩兩皆達顯著差異。整體而言，學童在一般閱讀理解的表現較佳，其次為數學背景知識，而數學特殊技能相對較低。

表 3

數學閱讀測驗平均答對率摘要表

向度	題數	平均答對率	標準差
一般閱讀理解	10	.76	.20
數學背景知識	10	.53	.23
數學特殊技能	10	.41	.20

表 4

數學閱讀各向度成對樣本 t 檢定摘要表

成對樣本	得分平均數差異	t 值
一般閱讀理解 — 數學背景知識	2.31	21.60***
數學背景知識 — 數學特殊技能	1.14	9.76***
數學特殊技能 — 一般閱讀理解	-3.45	-31.02***

$N = 361$. *** $p < .001$.

(二) 數學閱讀各向度相關分析

本研究以 Pearson 積差相關分析，探討全體學童於數學閱讀各向度之相關情形，結果如表 5 所示。可知一般閱讀理解、數學背景知識及數學特殊技能三個向度兩兩呈現顯著正相關。此研究頗能呼應 Lindeman (2000) 所提出的觀點，數學閱讀和語文閱讀有相關性且共享相同認知能力。

表 5

全體學童於數學閱讀各向度相關係數分析

認知成分	一般閱讀理解	數學背景知識	數學特殊技能
一般閱讀理解	—		
數學背景知識	.552***	—	
數學特殊技能	.422***	.459***	—

$N = 361$. *** $p < .001$.

二、模糊集群分析結果

本研究以兩份數學閱讀文本的一般閱讀理解、數學背景知識和數學特殊技能三個向度的標準化分數，據以進行模糊集群分析。一般而言，若僅分為兩群組可能過於粗略，故研究者將群數設定為 3 到 8 群，選擇收斂標準 10^{-5} 以及 $q = 1.25$ ，根據模糊集群分析結果，各群數之分割係數與分割亂度如表 6 所示。根據表 6 所示，群數為 3 時分割係數最大為.88836，分割亂度最小為.18782，故本研究將全體受測學童分為三群，此三群分別以第一群、第二群、第三群表示。

表 6

各群數之分割係數及分割亂度

群數	分割係數	分割亂度
3	.88836	.18782
4	.88576	.21084
5	.87265	.23283
6	.87434	.23626
7	.86910	.24878
8	.85849	.27007

本研究以一般閱讀理解、數學背景知識和數學特殊技能三個向度的試題平均答對率進行模糊集群分析，群組的群中心即是該群受試者的各向度表現特徵。表 7 呈現三個群組的人數和百分比，以及各群組的群中心，此群中心的數值為各向度的試題平均答對率。

表 7
各群組人數及群中心

群組	人數（百分比）	各群組的群中心		
		一般閱讀理解	數學背景知識	數學特殊技能
第一群	90（24.9%）	0.485178	0.312171	0.281965
第二群	148（41.0%）	0.811534	0.46521	0.347333
第三群	123（34.1%）	0.899842	0.758698	0.588779

經由表 7 各群組人數及群中心之分析，可得以下結果：

- 1.依可知，第三群學童在各向度表現最佳，第二群學童在各向度表現次之，第一群學童在各向度表現最低。故將第一群學童稱為「數學閱讀表現低分組」，第二群學童稱為「數學閱讀表現中分組」，第三群學童稱為「數學閱讀表現高分組」。
- 2.第三群「數學閱讀表現高分組」的占34.1%，第二群「數學閱讀表現中分組」的第二群學童占41%，人數最多；第一群「閱讀表現低分組」的學童占24.9%，人數最少。各群組的群中心為試題平均答對率，若以0.7的來區分精熟與否，可知第一群學童在各向度表現均未精熟，在各向度的能力方面均有待加強。第二群學童人數最多，僅在「一般閱讀理解」表現精熟，在「數學背景知識」、「數學特殊技能」卻未精熟，所以在數學學習上應重視數學閱讀的能力培養。第三群學童人數次多，在「一般閱讀理解」、「數學背景知識」均達精熟，但「數學特殊技能」未達精熟，可知學童以數學詞彙與符號為工具，來進行延伸問題的解決能力尚待加強。所以，根據表7各群組的群中心數值，可瞭解各群組學童在數學閱讀表現的特徵。

三、各群學童在數學閱讀測驗表現分析

(一) 數學閱讀三向度中各群學童之表現

由於模糊集群僅呈現最佳的分群，並無法呈現各向度試題平均答對率是否有顯著差異。因此，本研究進行單因子變異數分析（One Way ANOVA）。資料檢定顯示符合變異數同質性，因此變異數分析摘要表和事後比較結果如表 8。由該表可知，針對數學閱讀的每個向度，其各群組的平均數之間均有顯著差異，可知這三個群組學童在數學閱讀有截然不同的認知表現。

表 8

數學閱讀三向度中各群學童變異數分析摘要表

向度	來源	平方和	自由度	平均平方和	F 值	事後比較
一般閱 讀理解	組間	9.842	2	4.921	424.915***	一<二<三
	組內	4.146	358	.012		
	總和	13.988	360			
數學背 景知識	組間	11.226	2	5.613	266.724***	一<二<三
	組內	7.534	358	.021		
	總和	18.760	360			
數學特 殊技能	組間	5.808	2	2.904	128.392***	一<二<三
	組內	8.097	358	.023		
	總和	13.905	360			

*** $p < .001$.

(二) 各群學童在數學閱讀各向度之表現

本文進一步針對每個群組的學童，三個向度答對率平均的差異，因此進行相依樣本 t 檢定，答對率平均和檢定分析結果如表 9 所示。由表 9 可知，三個群組學童在各向度答對平均率呈現顯著差異，且以「一般閱讀理解」最高，「數學背景知識」次之，而「數學特殊技能」較低。

表 9

各群學童數學閱讀測驗表現摘要表

群別	向度	答對率平均	成對樣本	t 值
第一群	一般閱讀理解	.48	一般閱讀理解 — 數學背景知識	7.52***
	數學背景知識	.32	數學背景知識 — 數學特殊技能	10.70***
	數學特殊技能	.29	數學特殊技能 — 一般閱讀理解	-1.48***
第二群	一般閱讀理解	.81	一般閱讀理解 — 數學背景知識	22.62***
	數學背景知識	.47	數學背景知識 — 數學特殊技能	31.44***
	數學特殊技能	.35	數學特殊技能 — 一般閱讀理解	-6.85***
第三群	一般閱讀理解	.90	一般閱讀理解 — 數學背景知識	10.76***
	數學背景知識	.76	數學背景知識 — 數學特殊技能	18.24***
	數學特殊技能	.59	數學特殊技能 — 一般閱讀理解	-7.85***

*** $p < .001$.

(三) 各群學童數學閱讀測驗相關分析

本文以 Pearson 積差相關分析探討各群學童於數學閱讀各向度之相關情形，並加以分析各群學童於數學閱讀各向度之相關情形，分析結果如表 10 所示。由該表可之，第一群及第二群學童，其在數學閱讀三個向度相關，呈現「一般閱讀理解」、「數學背景知識」與「數學特殊技能」皆未達顯著相關。只有第三群學童在「一般閱讀理解」與「數學背景知識」間的 Pearson 積差相關係數為.279 ($p < .01$)，呈現顯著正相關。此結果之發現，頗能部分呼應 Österholm (2006) 所認為的數學閱讀是獨特的能力之觀點，因為本研究結果顯示，三個群組學童的數學閱讀各向度之間大多無相關性。

表 10

各群學童數學閱讀各向度相關係數分析

群別	向度	一般閱讀理解	數學背景知識	數學特殊技能
第一群	一般閱讀理解	-		
	數學背景知識	-.106	-	
	數學特殊技能	.171	.145	-
第二群	一般閱讀理解	-		
	數學背景知識	-.064	-	
	數學特殊技能	-.107	-.133	
第三群	一般閱讀理解	-		
	數學背景知識	.279**	-	
	數學特殊技能	.096	-.146	-

** $p < .01$.

伍、結論與建議

一、結論

依據本研究數學閱讀文本及資料分析結果，本研究提出結論如下：

(一) 數學閱讀測驗相關分析

1. 數學閱讀測驗的表現

國小六年級學童在數與量主題的數學閱讀表現上，各向度平均得分兩兩皆達顯著差異，且依據學童數學閱讀測驗成對樣本 t 檢定中可知學童表現「一般閱讀理解」高於「數學背景知識」高於「數學特殊技能」。因此，數學閱讀測驗對學童而言，以「一般閱讀理解」最容易，其次為「數學背景知識」，而「數學特殊技能」則相對較為困難。

2. 數學閱讀各向度的相關情形

在整體學童的數學閱讀三向度表現情形上，「一般閱讀理解」、「數學背景知識」與「數學特殊技能」之間，兩兩皆達顯著正相關 ($p < .001$)。此研究頗能呼應 Lindeman (2000) 所提出的觀點，數學閱讀和語文閱讀有相關性且共享相同

認知能力。但由於各群組學童的數學閱讀各向度之間大多無相關性，此結果之發現，又頗能部分呼應 Österholm (2006) 所認為的數學閱讀是獨特的能力之觀點。由於本研究結果顯示，整體學童在閱讀各向度之間又呈現顯著正相關，但以群組分析下，其結果卻有所不同，顯示國小學童的數學閱讀有異質性潛在特質結構 (latent trait structure)，本研究結果可供數學閱讀教學與評量後續研究參考。

(二) 模糊集群分析

根據分群結果依群中心之數值及變異數分析，將第一群學童命名為「數學閱讀表現低分組」、第二群學童命名為「數學閱讀表現中分組」、第三群學童命名為「數學閱讀表現高分組」，其比例分別為 24.9%、41% 及 34.1%。第一群學童在一般閱讀理解、數學背景知識、數學特殊技能的三個向度的表現上均顯著最低，且第三群學童在一般閱讀理解、數學背景知識、數學特殊技能的三個向度的表現上均顯著最高。整體而言，本研究發現各群組學童在數學閱讀認知向度表現，呈現「平行式的顯著差異」現象，後續有關數學閱讀的研究，可繼續深入探究其原因。

二、建議

(一) 未來研究議題

本研究第一群學童在三個向度的表現上均顯著最低，且第三群學童在三個向度的表現上均顯著最高。有關影響數學閱讀表現的變因，未來可針對影響學童數學閱讀表現的相關背景和心理變項進行解釋。

(二) 樣本與文本內容

本研究對象只針對國小六年級學童，因此建議未來的研究樣本可以採取多樣性，擴展至其他年級及地區，有助於了解整體國小學童的數學閱讀能力，將能擴大研究的推論。此外，本研究只針對「數與量」中的內容進行數學閱讀探究，未來可繼續探討其他主題的數學閱讀表現。

參考文獻

- 吳柏林 (2005)。模糊統計導論：方法與應用。臺北市：五南圖書公司。
- 吳昭容、鄭英豪 (2012)。數學文本閱讀的眼動現象。國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (編號：NSC 99-2511-S-003-023-MY2)。臺

- 北市：國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系。
- 林邦傑（1981）。集群分析及其應用。《教育與心理研究》，4，31-57。
- 林原宏（2007）。模糊理論在社會科學研究的方法論之回顧。《量化研究學刊》，1（1），53-84。
- 洪月女（2016）。學科閱讀研究與教學之探討。《高雄師大學報》，40，19-39。
- 科技部（2016）。科技部與教育部聯合記者會新聞資料－PISA 2015 臺灣學童的表現。2017年03月12日取自：
https://www.most.gov.tw/folksonomy/detail?subSite=&l=ch&article_uid=57b7c383-4064-4300-b481-1a6231dfac3e&menu_id=9aa56881-8df0-4eb6-a5a7-32a2f72826ff&content_type=P&view_mode=listView。
- 高文君、韓聯郡、高紅偉（2006）。數學閱讀能力的構成及數學閱讀教學的原則。《內蒙古電大學刊》，4，71-72。
- 秦麗花（2006）。從數學閱讀特殊技能看兒童數學閱讀的困難與突破。《特殊教育季刊》，99，1-12。
- 教育部（2010）。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。臺北市：教育部。
- 張鎮華（2015）。數學教育與十二年國教 or 十二年國教的數學教育。取自：<http://hdl.handle.net/11536/129227>。
- Anderberg, M. R. (1973), *Cluster Analysis for Applications*, New York: Academic Press.
- Astrid, D. (1994). *The readability of the mathematics textbook: With special reference to the mature student*. M.T.M. dissertation, Concordia University (Canada), Canada. Retrieved March 4, 2011, from Dissertations & Theses: A & I (Publication No. AAT MQ44873).
- Adams, T. L., & Lowery, R. M. (2007). An analysis of children's strategies for reading mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 161-177.
- Bezdek, J. C. (1981). *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithm*. New York: Plenum.
- Cole, J. R., & Persichitte, K. A. (2000). Fuzzy cognitive mapping: Applications in

- education. *International Journal of Intelligent Systems*, 15, 1-25. doi: 10.1002/(SICI)1098-111X(200001)15:1<1::AID-INT1>3.0.CO;2-V
- Committee on Conceptual Framework for the New K-12 Science Education Standards (2001). *A framework for L-12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Ilany, B. S., & Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative Education*, 1(03), 138-148. doi: 10.4236/ce.2010.13022
- Jain, A. K. (2010). Data clustering: 50 years beyond K-means. *Pattern recognition letters*, 31, 651-666. doi: 10.1016/j.patrec.2009.09.011
- Jordan, N. C. , Kaplan, D., & Hanich, L. B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94, 586-597. doi: 10.1037//0022-0663.94.3.586
- Klir, G., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic*. New Jersey: Prentice Hall.
- Lindeman, J. (2000). *ALLU reading rest for primary school: technical information*. Turku, Finland: University of Turku Centre for Research on Learning.
- McKenna, M. C., and Robinson, R. D. (2002). *Teaching through text: Reading and writing in the content areas*. Boston: Allyn & Bacon.
- OECD (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris, France: Author.
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 325-346. doi: 10.1007/s10649-005-9016-y
- Ragin, C. C. (2000). *Fuzzy-set social science*. University of Chicago Press.
- Smithson, M., & Verkuilen, J. (2006). *Fuzzy set theory: Applications in the social sciences* (No. 147). Sage.

Vacca, R. T., & Vacca, J. L. (2002). *Content area reading: Literacy and learning across the curriculum* (7th ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.

Vukovic, R. K., Lesaux, N. K., & Siegel, L. S. (2010). The mathematics skills of children with reading difficulties. *Learning and Individual Differences, 20*, 639-643. doi: 10.1016/j.lindif.2010.08.004

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control, 8*(3), 338-353. doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X

Zimmermann, H. J. (2011). *Fuzzy set theory-and its applications*. Springer Science & Business Media.

附錄 1 文本 A 的內容和試題舉例

第一部分：閱讀理解



體重是由骨骼、肌肉、內臟、水分及脂肪的總和。隨著個人性別的不同，以及年齡、生育或活動量等差異，身體組成的比例也會產生變化。

如果體內堆積過多脂肪，便會產生肥胖，若是肥胖與三高症(高血壓、高血脂、高血糖)組合在一起，發生心臟疾病的危險性便隨之增加。一般來說，正常人體內約有四分之一是體脂肪，為了方便檢視，我們會以「體脂肪率」來表示身體脂肪佔全身體重的百分比。按照脂肪在人體不同部位的堆積情形，體脂肪又分為皮下脂肪和內臟脂肪。

(1) 內臟脂肪型：各種病症的導火線

內臟脂肪是附著在腹部、胃腸周圍的脂肪組織。雖然內臟脂肪的增加與高血壓、糖尿病、高血脂症、心血管疾病的發生率有很大的關係，但是適當程度的脂肪是有存在的必要，因為它可以保護並且固定我們的內臟。

(2) 皮下脂肪型：體態變形的主因

皮下脂肪就是附著在皮膚之下的脂肪。它不只能儲存脂肪，還能抵抗來自外界的寒冷或衝擊，在維持健康上占了非常重要的角色。另外，皮下脂肪也塑造人們的身體外形，尤其是年輕女性，為了要承受懷孕及生產，皮下脂肪就更容易囤積。

了解體脂肪的類型及功能，可以知道適量的脂肪對人體具有保護作用，有其存在的必要性。

試題舉例：

()這篇文章主要說明有關體重的哪些內容？

- (1)肥胖的成因與影響
- (2)體脂肪的類型與功能
- (3)男女體重組成比例的差異
- (4)三高症對人體健康的威脅

第二部分：數學背景知識



身體質量指數(BMI)是世界衛生組織(WHO)推薦使用作為肥胖指標的重要依據，一種以身高及體重的比例來評估體重的一種簡易工具。其計算方式如下：

$$\text{身體質量指數 BMI} = \text{體重} \div \text{身高} \div \text{身高}$$

體重單位：公斤

身高單位：公尺

依據不同身體質量指數，我們可以從成人體重分級與標準(如下)，了解自己的體重屬於何種等級：

表 1 成人體重分級與標準

成人體重分級標準	BMI 指數
體重過輕	$\text{BMI} < 18.5$
正常範圍	$18.5 \leq \text{BMI} < 24$
體重過重	$24 \leq \text{BMI} < 27$
輕度肥胖	$27 \leq \text{BMI} < 30$
中度肥胖	$30 \leq \text{BMI} < 35$
重度肥胖	$\text{BMI} \geq 35$

試題舉例：

()某位蔡姓歌手整年度的 BMI 值為 18.85，已知上半年度為 19，依據成人體重分級標準，這位歌手下半年度的體重應屬於何種範圍？

- (1) 體重過輕
- (2) 正常範圍
- (3) 體重過重
- (4) 輕度肥胖

第三部分：數學特殊技能



一般而言，男生正常體脂肪率約在 14% ~ 20% 之間，女生正常體脂肪率約在 17% ~ 24% 之間，如果成年男子的體脂肪率超過 25% 或成年女子的體脂肪率超過 30%，就達到醫學上所謂的「肥胖」。

若要避免肥胖，就要減少脂肪的形成，計算熱量的攝取及消耗便是一種控制脂肪形成的好方法。熱量消耗的途徑主要有三個部分——基礎代謝率、身體活動及食物的熱效應。

基礎代謝率是維持人體重要器官運作所需的最低熱量。基礎代謝率越高，熱量的消耗越多，脂肪越不容易形成；如果基礎代謝率越低，則熱量無法消耗，便會以脂肪的形態儲存在體內。計算基礎代謝率公式如下：

$$\text{男性} = 66 + (13.7 \times \text{體重}) + (5 \times \text{身高}) - (6.8 \times \text{年齡})$$

$$\text{女性} = 655 + (9.6 \times \text{體重}) + (1.8 \times \text{身高}) - (4.7 \times \text{年齡})$$

體重單位：公斤，身高單位：公分，年齡單位：歲

試題舉例：

() 兩位身高同為 180 公分，體重同為 70 公斤的父子，若 20 歲的兒子基礎代謝率為 1789 卡路里，則 50 歲的父親基礎代謝率應為多少卡路里？

- (1) 1789
- (2) 1585
- (3) 1985
- (4) 1855