

葉裕益、吳宛柔、林美杏、陳建亨、許皓雲、曾明德、吳慧珉、楊凱琳（2018）。

由國中學力檢測數學命題反思試題設計原則。

臺灣數學教師，39（1），18-34

doi: 10.6610/TJMT.201804_39(1).0002

由國中學力檢測數學命題反思試題設計原則

葉裕益¹ 吳宛柔² 林美杏³ 陳建亨⁴ 許皓雲⁵ 曾明德⁶ 吳慧珉⁷ 楊凱琳⁸

¹ 國立臺灣師範大學附屬中學

⁵ 臺北市立萬華國民中學

² 臺北市立東湖國民中學

⁶ 臺北市立南門國民中學

³ 臺北市立中正國民中學

⁷ 國家教育研究院

⁴ 臺北市立大理高中國中部

⁸ 臺灣師範大學數學系

數學試題品質首重效度，本文試題雙向細目表的內容效度以七年級九年一貫課程綱要能力指標為基礎，認知向度分成概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字題和解情境文字題等五個向度。以此雙向細目表為基礎，進行七年級的數學學力檢測試題設計。透過國中七年級數學學力檢測正式測驗卷的產出過程，本文以具體例子提出優質數學試題設計原則須考量三個面向與十四個原則。三個面向依序為測驗目標、文字敘述、情境與數學等三個面向。在測驗目標面向中，歸納出四個原則為避免陌生的語彙影響測驗目標、以多數學生的解題方法來檢測該題是否符合預期的測驗目標、避免重複計算產生的錯誤以增進該測驗的精準度、用施測對象的年級來評估試題難度的適切性。在文字敘述面向中，歸納出五個原則為避免使用未知數或數字開頭命題、描述相同物件用詞需一致、選項敘述宜簡單明瞭、正確使用專有名詞、句子須兼顧主詞與受詞的明確。在情境與數學面向中，歸納出五個原則為提供充分資訊增進題幹的完整性、檢驗情境背後隱藏假設是否具合理性、檢驗數據背後隱藏的關係是否具合理性、考量題目的敘述是否過度冗長而影響學生的閱讀理解力、考慮學生學習其他學科的知識並兼顧數學測驗目標。

關鍵詞：國中學力；數學命題；檢測

通訊作者：葉裕益，e-mail：yyy146@gmail.com

收稿：2018年1月18日；接受刊登：2018年03月19日。

壹、前言

曾建銘（2014）指出試題編寫的一般原則有試題應依循測驗目的、試題內容應具代表性、試題的題型應多樣化、試題文句應簡潔明確、試題答案應明確可靠、測驗試題應彼此獨立等六大項，其中試題內容應具代表性、試題的題型應多樣化、測驗試題應彼此獨立等三項屬於編寫整份試卷的範疇，而試題應依循測驗目的、試題文句應簡潔明確、試題答案應明確可靠等三項屬於個別試題命題的範疇。作者以國語文、英語文、數學、社會與自然等五大科目舉出範例說明一般性原則。而僅有兩個範例屬於數學科目，這較難有效用來增進教師設計數學試題的知能。故本文欲從命題的實務經驗中分析歸納數學試題的設計原則，並提供更多的數學試題範例說明所歸納的設計原則。

目前關於檢測國中階段（7~9 年級）學生數學能力的大型測驗有四種，國內檢測有國中教育會考、學習能力檢測[學力檢測]等兩大測驗；國際間有 The Programme for International Student Assessment [PISA]、Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]等兩大測驗。PISA、TIMSS 等測驗有系統性追蹤學生的學習狀況，評估學生數學學習成就及各國文化背景、學習環境、教師因素等影響因子之相關性。而國中教育會考屬於國中學習階段的總結性評量，適用於九年級學生，測驗範圍以數學領域課綱為依據。至於學力檢測的測驗目的，乃是為了瞭解學生學習狀況及提早發現待加強的學生並啟動積極性教學介入。關於國中教育會考、學力檢測、PISA、TIMSS 等四種大型測驗的測驗目的、對象與範圍請詳見附錄（附錄 1）。本文要探討的便是國中七年級數學學力檢測數學命題與修題原則。

基於各縣市欲追蹤學生之數學學習狀況的需求、參與的縣市策略結盟、降低各縣市試題研發量、減低縣市命題壓力及預試成本，各縣市教育局處委請國家教育研究院所屬之「臺灣學生學習成就評量資料庫」團隊，自 2016 年起，規劃協助縣市辦理國中階段學生學習能力檢測計畫。藉由檢測結果，協助教師瞭解其所教導的學生與該縣市學生的數學學習表現，同時也期望藉由學生的錯誤選答分析進而提供適當教學介入的建議。

國家教育研究院（2017）檢測數學七年級施測結果報告指出國中七年級數學學力檢測試題評量的內容效度以七年級九年一貫課程綱要能力指標（詳見附錄 2）為基礎，認知向度分成概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字題和解情境文字題等五個向度組成，其操作說明詳見附錄 3。

學力檢測的試題是透過各縣市推派的數學老師參加命題工作坊，並進行命題實作與

分工命題後，再經由審題小組逐題修審後納入預試試題題庫，最後以學生預試後結果進行篩選出適當的試題，再重組出一整份的正式學力檢測試題。在這樣的實務脈絡中，我們分析命題歷程並歸納出一些數學試題的設計原則，希望日後對於教師進行命題或修題時能有所助益。

貳、優質數學試題設計原則

我們透過審題小組在命題與修審題的歷程中所獲得的經驗，統整出三大面向，提供教師在命題時參考。一是測驗目標，二是文字敘述，三是情境與數學。以下將以例子分別說明該三大面向的子項目與其內涵。

一、測驗目標

(一) 避免陌生的語彙影響測驗目標

緣由：測驗目標是要檢測學生的數學概念是否清楚，而非因陌生的語彙造成學生無法順利進行解題。

舉例：下列何數可表示六兆八千億？

- (1) 6.8×10^{-12} (2) 6.8×10^{-11} (3) 6.8×10^{11} (4) 6.8×10^{12}

理由：此題要檢測學生是否能用科學記號表達很大的數，而非讓學生計算數字後面有幾個零，且學生對「兆」可能比較陌生。

修改：已知小明中了樂透彩頭獎五億六千萬，則下列何數可表示「五億六千萬」？

- (1) 5.6×10^6 (2) 5.6×10^7 (3) 5.6×10^8 (4) 5.6×10^9

(二) 以多數學生的解題方法來檢測該題是否符合預期的測驗目標

緣由：命題時仍然以課程綱要能力指標為擬訂測驗目標的依據，但是當試題出現多元解法時，此時需要重新檢視該題是否達到預期的測驗目標。重新檢視該題測驗目標的方法，以多數學生的解題方法來判斷該題是否達到預期的測驗目標。

舉例：某速食店業者促銷活動，買 3 份主餐和 2 杯飲料需 210 元。若小美全家點了 6 份主餐和 4 杯飲料，付 1000 元鈔票一張，則可找回多少元？

- (1) 580 (2) 290 (3) 210 (4) 420

理由：此題的測驗目標為能力指標 7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。若以使用一元一次方程式解題，則須將 3 份主餐和 2 杯飲料視為一個整體，

得到 6 份主餐和 4 杯飲料的費用為 3 份主餐和 2 杯飲料費用的 2 倍，即 420 元，但多數學生應會使用二元一次方程式解題，假設每份主餐為 x 元，每杯飲料為 y 元，得到 $3x + 2y = 210$ 。

修改：本題變更測驗目標，將能力指標 7-a-05 改為 7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式，能力指標 7-a-06 較 7-a-05 更為合適此題測驗目標。

(三) 避免重複計算產生的錯誤以增進該測驗的精準度

緣由：如果試題已對應到預期的測驗目標，則避免不必要的類似計算過程。

舉例：狀元國中九年級學生共有 800 位，第一次模擬考全校有 80 位數學達到「精熟」，已知數學達到「基礎」與「待加強」人數比為 5:4，且第二次模擬考達到「精熟」人數維持不變，但「基礎」與「待加強」的人數比為 7:5，則第二次模擬考比第一次模擬考數學達到「基礎」的人數增加或減少多少位？

- (1) 減少 40 位 (2) 減少 20 位 (3) 增加 20 位 (4) 增加 40 位

理由：此題測驗目的在於檢測學生對於比例概念的理解，並透過題目閱讀回答問題，而非讓學生不斷地做類似同樣步驟的計算，計算「基礎」與「待加強」人數比為 5:4 與「基礎」與「待加強」的人數比為 7:5 的步驟類似，避免學生因重複計算產生的錯誤，因此同樣的計算步驟只須讓學生做一次即可。

修改：狀元國中九年級學生共有 800 位參加第一次模擬考測驗，數學科測驗結果顯示全校有達到「精熟」、「基礎」與「待加強」的人數依序為 80、400 與 320 人。全校學生再參加第二次模擬考測驗，發現數學科測驗結果達到「精熟」人數與第一次模擬考人數相同，但「基礎」與「待加強」的人數比為 7:5，則第二次模擬考比第一次模擬考數學達到「基礎」的人數增加或減少多少位？

- (1) 減少 100 位 (2) 減少 20 位 (3) 增加 20 位 (4) 增加 100 位

(四) 用施測對象的年級來評估試題難度的適切性

緣由：命題的前提是以課程綱要能力指標為依據，在相同的試題，如果使用古典測驗理論，也會因施測對象的年級不同而產生不同的難度，命題時應以施測對象的年級來評估試題難度的適切性。

舉例：如圖的方格中，填入適當的數字，使得每行、每列以及對角線上的數字和是相同的，則★的值為何？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13

16	★	14
	13	

理由 1：本題修改自 93 年第二次基測試題，原基測試題為：如圖的方格中，填入適當的數字，使得每行、每列以及對角線上的數字和是相同的，則★的值為何？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13

16		14
★		15
12		

相較於基測試題，此題需要更多等式的運算，且基測試題評量對象是九年級，但此次學力檢測的對象是七年級，因而須調整該試題的難度

修改 1：如圖的方格中，填入適當的數字，使得直行與橫列上的三個數字和是相同的，則★的值為何？

- (A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 17

16		14
★	13	

理由 2：此題未填數字的方格較多，可能會干擾學生作答，為了精準聚焦於評量目標上，因而設計適當有數字方格的位置，並隱藏多餘的格線，簡化圖形中的方格。

修改 2：如圖的方格中，填入適當的數字，使得直行與橫列上的三個數字和是相同的，則★的值為何？

- (A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 17

16		
★		
	13	14

二、文字敘述

(一) 避免使用未知數或數字開頭命題

緣由：若將未知數或數字開頭命題，容易與該題題號混淆，造成理解上的困惑。

舉例： $x=2$ 為下列哪一個方程式的解？

$$(1) 2 + \frac{1}{3}(2x+1) = 4 \quad (2) x + \frac{2-x}{3} = 4 \quad (3) 3x-5 = 2(x-1) \quad (4) 5x-5 = 2x+1$$

理由：以未知數開頭命題，容易將題幹與題號弄混。

修改：下列哪一個方程式的解為 $x=2$ ？

$$(1) 2 + \frac{1}{3}(2x+1) = 4 \quad (2) x + \frac{2-x}{3} = 4 \quad (3) 3x-5 = 2(x-1) \quad (4) 5x-5 = 2x+1$$

(二) 描述相同物件用詞需一致

緣由：避免用詞的背後具有不同的表徵含意。

舉例：小欣原有 x 元，他用所有錢的 $\frac{1}{3}$ 買一顆籃球，又用所有錢的 $\frac{1}{8}$ 買 10 枝原子筆，結

果剩下 390 元，則小欣原有多少元？

理由：第一次出現的所有錢指的是 x 元，但無法確定第二次出現的所有錢指的是原來的

錢 x 或剩餘的錢 $(x - \frac{1}{3}x)$ 元。

修改：小明原有錢 x 元，用 x 元的 $\frac{1}{3}$ 買一顆籃球，又用 x 元的 $\frac{1}{8}$ 買 10 枝原子筆，結果剩

下 390 元，則小欣原有多少元？

(三) 選項敘述宜簡單明瞭

緣由：選項敘述宜簡單明瞭，不宜出現冗長文字。

舉例：關於多項式的敘述何者錯誤？（以下皆為 x 的多項式）

- (1) $x^2 + 2x - 5 = 0$ 不是 x 的二次多項式
- (2) 兩個一次多項式相乘，其結果是一個二次多項式
- (3) 一個二次多項式 x^2 項係數必不為零
- (4) 兩個二次多項式相加，其結果是一個二次多項式

理由：讓選項文字更加簡單且精確。

修改：已知 A, B 皆為 x 的二次多項式，下列選項何者錯誤？

- (1) $x^2 + 2x - 5 = 0$ 不是 x 的二次多項式

- (2) $A \times B$ 必為四次多項式
 (3) A 的 x^2 項係數必不是 0
 (4) $A + B$ 必為二次多項式

(四) 正確使用專有名詞

緣由：避免誤用專有名詞而影響學生作答。

舉例：甲、乙、丙三人跑 100 公尺時間分別為 12 秒、15 秒、18 秒，則甲、乙、丙三人的速度比為何？

- (1) 4 : 5 : 6 (2) 6 : 5 : 4 (3) 15 : 12 : 10 (4) 10 : 12 : 15

理由：速度具有方向性，考慮位移，而速率不需考慮方向，考量所走的路徑總長。此題敘述三人跑 100 公尺，並未說明方向是否為單一方向，因而將速度改為速率更為貼切，避免爭議。

修改：甲、乙、丙三人跑 100 公尺時間分別為 12 秒、15 秒、18 秒，則甲、乙、丙三人的速率比為何？

- (1) 4 : 5 : 6 (2) 6 : 5 : 4 (3) 15 : 12 : 10 (4) 10 : 12 : 15

(五) 句子須兼顧主詞與受詞的明確

緣由：句子敘述的主詞與受詞所對應的物件須明確，文字敘述表達方式並非是生活上精簡化的口語表達。

舉例 1：小明中樂透彩，下列何者是「五億六千萬」的表示法？

- (1) 5.6×10^6 (2) 5.6×10^7 (3) 5.6×10^8 (4) 5.6×10^9

理由：此題句子敘述屬於口語化，句子中出現「小明中樂透彩」與「五億六千萬」的兩者關聯性不明確，題幹敘述表達較不完整。

修改：已知小明中了樂透彩頭彩五億六千萬元，則下列何數可表示「五億六千萬」？

- (1) 5.6×10^6 (2) 5.6×10^7 (3) 5.6×10^8 (4) 5.6×10^9

舉例 2：張老師想幫學生上網購買課外讀物，每本原價 350 元，現在特價 8 折，張老師買了 x 本，結帳時另外需付運費 200 元，則最後結帳時要付多少元？

- (1) $350 \times 0.8 \times x + 200 \times 0.8$ (2) $350 \times 0.8 \times x + 200$
 (3) $(350 + 200) \times 0.8 \times x$ (4) $(350 \times 0.8 + 200)x$

理由：句子中「特價」沒有主詞，「特價」所指是原價或是某一個特價，「特價 8 折」又是指什麼打八折或是「特價後再打 8 折」，如此敘述，導致敘述不夠完整，容易

造成錯誤解讀。

修改：網路書局在週年慶期間，所有書籍皆以 8 折出售。已知張老師買了 x 本原價為 350 元的書，加上運費 150 元，則最後結帳時張老師總共付了多少元？

- (1) $350 \times 0.8x + 150 \times 0.8$ (2) $350 \times 0.8x + 150$
 (3) $(350 + 150) \times 0.8x$ (4) $(350 \times 0.8 + 150)x$

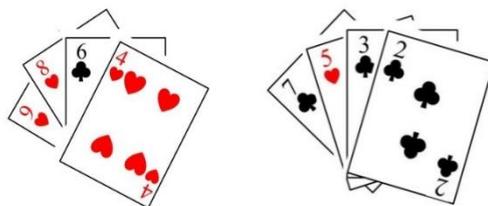
三、情境與數學

(一) 提供充分資訊增進題幹的完整性

緣由：過於簡略的題幹可能會讓學生在閱讀理解上產生困擾，適當的加入一些能夠連結各個條件的敘述可以增加閱讀的流暢度與題幹的完整性。

舉例：魔術師小莊將手邊點數 2~9 的撲克牌分成兩堆（如下圖），魔術師的分類方法可能是下列哪一個選項？

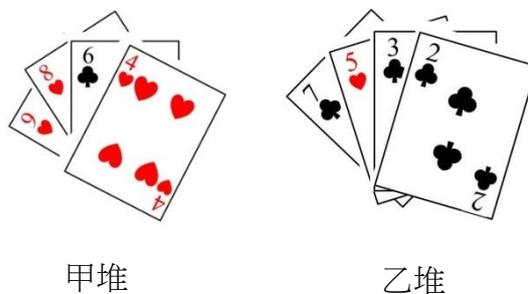
- (1) 愛心與梅花
 (2) 相同點數和
 (3) 偶數與奇數
 (4) 質數與合數



理由：「手邊點數 2~9 的撲克牌」是比較口語的表達方式，另外在分類的敘述上感覺太過於簡略，因此修改為魔術師在表演過程中「抽出八張牌」，增強情境的完整性，並且在題幹中條列出所有牌的點數，加強條件的完整程度，最後在分類的部分加入了甲、乙兩堆的分類代號，讓學生在讀題時能夠更加流暢。

修改：魔術師小莊在表演時從一副撲克牌中抽取八張撲克牌，其點數有 2、3、4、5、6、7、8、9，並分成甲、乙兩堆，如圖所示。甲、乙兩堆的分類方式根據下列哪一個選項進行？

- (1) 甲堆為愛心、乙堆為梅花
 (2) 甲堆的點數和等於乙堆點數和
 (3) 甲堆為偶數、乙堆為奇數
 (4) 甲堆為合數、乙堆為質數



(二) 檢驗情境背後隱藏假設是否具合理性

緣由：試題敘述中，有時疏忽了情境鋪陳的合理性。

舉例：左左和右右逛夜市，左左買了每 3 隻 100 元的雞腿 x 隻，右右買了每 2 塊 55 元的雞胸 y 塊，共需付多少元？

$$(1) 100+55 \quad (2) 300+110 \quad (3) 300x+110y \quad (4) \frac{100}{3}x+\frac{55}{2}y$$

理由：雞腿 x 隻的價錢會列出 $\frac{100}{3}x$ 元，其背後的假設是每 3 隻 100 元，得到 1 隻雞腿

為 $\frac{100}{3}$ 元，但 $\frac{100}{3}$ 元沒有出現在現實情境上，價錢面值都是整數，沒有小數。同

理，雞胸 y 塊的價錢會列出 $\frac{55}{2}y$ 元，也是將 1 塊雞胸視為 $\frac{55}{2}$ 元。為了符合購買

數量上的合理性，建議修改為每 3 隻雞腿賣 $3x$ 元，每 2 塊雞胸賣 $2y$ 元。

修改：左左和右右逛夜市，左左買了每 3 隻 100 元的雞腿 $3x$ 隻，右右買了每 2 塊 55 元的雞胸 $2y$ 塊，共需付多少元？

$$(1) \frac{100}{3}x+\frac{55}{2}y \quad (2) 100x+55y \quad (3) 300x+110y \quad (4) 900x+220y$$

(三) 檢驗數據背後隱藏的關係是否具合理性

緣由：試題題幹的敘述中，疏忽了數據的合理性。

舉例：國家衛生研究院最新研究指出，青少年含糖飲料攝取量日益增加，花了 4 年追蹤了 584 位 12 歲的青少年，發現這些青少年每增加一份含糖飲料的攝取，BMI 值就增加 0.24。根據上述研究，小維的 BMI 值為 22，當小維增加 x 份含糖飲料的攝取，小維的 BMI 值預估會變成多少呢？

$$(1) 22x \quad (2) 22.24x \quad (3) 22+0.24x \quad (4) 22x+0.24$$

理由：若以 160 公分的青少年為例，增加一份含糖飲料 BMI 值就增加 0.24，即表示此青少年增加一份含糖飲料，會增加 0.6 公斤，0.6 公斤數據似乎不合理。

修改：研究指出青少年含糖飲料攝取量日益增加，4 年來追蹤了 584 位 12 歲的青少年，發現這些青少年持續平均每天多增加一份 350ml 的含糖飲料攝取，BMI 值就增加 0.24。根據上述研究，小維的 BMI 值為 22，當小維增加 x 份 350ml 的含糖飲料攝取，小維的 BMI 值預估會變成多少呢？

- (1) $22x$ (2) $22.24x$ (3) $22+0.24x$ (4) $22x+0.24$

(四) 考量題目的敘述是否過度冗長而影響學生的閱讀理解力

緣由：為了符合情境脈絡的合理性，容易出現冗長敘述而增添閱讀理解的困難度，故當脈絡合理性與敘述之可理解性難以兼顧時，優先考量敘述之可理解性。

舉例：縣市政府舉辦五天「聯合耶誕市集」的活動，市集中只能使用主辦單位發行的消費點券來交易。每購買一張消費點券可獲得一個「暖心禮物」，禮物有聖誕老人與雪人兩種造型的暖暖袋可供挑選。消費點券預售結束後，主辦單位統計預售期間「暖心禮物」的索取比例後，發現聖誕老人與雪人暖暖袋的索取比例為 3：2。已知活動才進行一天，聖誕老人與雪人暖暖袋的庫存分別只剩 600 個與 200 個。主辦單位擔心禮物的庫存量不足，於是再趕製聖誕老人暖暖袋 1200 個與雪人暖暖袋 a 個來應急，使得聖誕老人與雪人暖暖袋的總庫存量與預售期間的索取比例一致，則 a 之值為何？

- (1) 1200 (2) 1000 (3) 800 (4) 600

理由：原本設計的脈絡情境擬採用「預售期間兩種禮物的索取比例」來作為「活動期間庫存不足時需追加多少數量」的依據。但此鋪陳讓題目的文字敘述增加許多，導致多數學生可能會因為無法順利閱讀完題目而放棄作答，故捨棄情境脈絡的鋪陳，且在不影響敘述完整性之下去精簡敘述。

修改：縣市政府共同舉辦的「耶誕市集」推出「滿百送好禮」活動，禮物有聖誕老人與雪人兩種造型的暖暖袋可供挑選。已知活動才進行一天，聖誕老人與雪人暖暖袋的庫存分別只剩 600 個與 200 個。主辦單位擔心禮物的庫存量不足，於是再趕製聖誕老人暖暖袋 1200 個與雪人暖暖袋 a 個來應急，使得聖誕老人與雪人暖暖袋的總庫存量為 3：2，則 a 之值為何？

- (1) 1200 (2) 1000 (3) 800 (4) 600

(五) 考慮學生學習其他學科的知識並兼顧數學測驗目標

緣由：自然界中許多測量數據皆為近似值，使用於數學試題中需注意是否合理；命題時也應考慮其他學科的常用表示法。

舉例：自然界中的物體會因為溫度不同，而產生體積的變化，此現象稱為熱脹冷縮，是指物體受熱時會膨脹，遇冷時會收縮的特性。熱脹冷縮是一般物體的特性，但水、銻、鉍、鎳和青銅等物質，在某些溫度範圍內受熱時收縮，遇冷時會膨脹，恰與

一般物體特性相反。而某種特殊物質 α 在 6°C 時較不穩定，會有兩種組成結構。以下是一些常見物質以及特殊物質 α 的體積與溫度關係表。

100 公克的酒精

體積 (cm^3)	124.290	124.549	124.808	125.225
溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	2	4	6	8

100 公克的水

體積 (cm^3)	100.006	100.003	100.006	100.015
溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	2	4	6	8

100 公克的特殊物質 α

體積 (cm^3)	12.625	17.125	18.663	18.792
溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	2	4	6	6

100 公克的水銀

體積 (cm^3)	7.358	7.361	7.364	7.366
溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	2	4	6	8

依據上面表格的體積與溫度對應關係，假設體積為 x ，溫度為 y ，判斷哪些物質的 y 是 x 的函數？

- (1) 酒精、水、水銀
- (2) 酒精、水銀、特殊物質 α
- (3) 水、特殊物質 α
- (4) 酒精、水銀

理由：1、理化常用表示法為溫度與體積的變化關係，溫度為自變數 x 、體積為應變數 y 。

此題應以理化常用表示法來呈現，使學生在閱讀試題目不會和理化學習經驗產生混淆。

2、此題題幹敘述自然界物質的體積表示至小數點後第三位，增加了閱讀複雜度，且酒精、水、水銀溫度的數值皆為 2、4、6、8，而特殊物質 α 溫度的出現兩次 6，學生容易誤以為題目有誤。因此修正以簡單的數據取代真實自然界物質的體積數據，並設定每個物質的溫度皆不同，避免造成學生的誤解。

3、以數學脈絡而言，題目的資訊無法判斷哪個物質「是函數」；只能判斷哪個物質「不是函數」，調整題幹讓題目更嚴謹，減少疑義。此理由呼應了面向三之

(三) 檢驗數據背後隱藏的關係是否具合理性。

4、題目敘述過長且並非提供解題的關鍵訊息，造成學生理解題目的困難度，應將題目敘述簡化。此理由呼應了面向三之(四)考量題目的敘述是否過度冗長而影響學生的閱讀理解力。

修改：物質 A、物質 B、物質 C、物質 D 的溫度與體積對應關係如下方表格所示，假設溫度為 x 、體積為 y ，試判斷哪些物質的 y 不是 x 的函數？

100 公克的物質 A

溫度 (°C)	20	21	22	23
體積 (cm ³)	126.6	126.7	126.8	126.9

100 公克的物質 B

溫度 (°C)	2	4	6	8
體積 (cm ³)	100.3	100.6	100.6	100.9

100 公克的物質 C

溫度 (°C)	10	14	18	22
體積 (cm ³)	7.1	7.2	7.3	7.4

100 公克的物質 D

溫度 (°C)	30	40	50	50
體積 (cm ³)	12.6	17.1	18.6	18.7

- (1) 物質 A
- (2) 物質 B
- (3) 物質 C
- (4) 物質 D

參、總結

本文數學試題雙向細目表的内容效度以七年級九年一貫課程能力指標為基礎，認知向度分成概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字題和解情境文字題等五個向度，進行七年級的數學學力檢測試題設計，統整出優質數學試題設計原則。

我們以具體範例提出優質數學試題設計原則有測驗目標、文字敘述、情境與數學等三個面向，並歸納出測驗目標面向須具備四個原則，分別是：避免陌生的語彙影響測驗

目標、以多數學生的解題方法來檢測該題是否符合預期的測驗目標、避免重複計算產生的錯誤以增進該測驗的精準度、用施測對象的年級來評估試題難度的適切性。文字敘述面向須具備五個原則，分別是：避免使用未知數或數字開頭命題、描述相同物件用詞需一致、選項敘述宜簡單明瞭、正確使用專有名詞、句子須兼顧主詞與受詞的明確。情境與數學面向須具備五個原則，分別是：提供充分資訊增進題幹的完整性、檢驗情境背後隱藏假設是否具合理性、檢驗數據背後隱藏的關係是否具合理性、考量題目的敘述是否過度冗長而影響學生的閱讀理解力、考慮學生學習其他學科的知識並兼顧數學測驗目標。

本研究非實徵性研究，實屬實務工作中歸納出三個面向與十四個命題的設計原則。雖然國內已有專書探討命題技巧（如蕭儒棠、曾建銘、吳慧珉、林世華、謝佩蓉、謝名娟，2014），但是仍較缺乏對應各設計原則的數學試題的範例。本文不僅提出更多的數學範例，所歸納的設計原則除了符合文獻上的應依循測驗目的、試題文句應簡潔明確、試題答案應明確可靠等三項一般原則外，也補充其它新的設計原則。而這些新的設計原則主要屬於情境與數學面向，這也適合作為設計素養導向課程的評量試題之參考。

數學試題評量著重於診斷學習者的學習成效與教學者的教學方式，兩者息息相關。試題品質重視效度，建議老師從事命題時，內容效度之質性分析可以課程綱要為基礎，依循本文所提之原則檢視，至於量化分析則可參照國教院學力檢測（<http://rap.naer.edu.tw/>）歷年試題結果進行評估，以提升試題之品質。此外，本文內容也可作為數學師資培育的教學評量課程之教材，或是這些優質數學試題未來可提供教師施測，並分析學生作答反應，作為教師命題設計及教學之參考。

參考文獻

- 曾建銘（2014）。**選擇題命題原則與不良題範例**。載於測驗之編製-命題技巧與測驗資料分析。國家教育研究院。新北市。ISBN 978-986-043496-5
- 國家教育研究院（2017）。**106年協助縣市辦理學生學習能力檢測數學七年級施測結果報告**。新北市：國家教育研究院。
- 蕭儒棠、曾建銘、吳慧珉、林世華、謝佩蓉、謝名娟（2014）。**測驗之編製：命題技巧與測驗資料之分析**。出版社：國家教育研究院。
- PISA in Taiwan**（PISA 國家研究中心）。查詢日期：2018年1月11日。檢自

<http://pisa.nutn.edu.tw/>。

TIMSS-國家教育研究院。查詢日期：2018 年 1 月 11 日。檢自

<https://www.naer.edu.tw/files/11-1000-1267.php?Lang=zh-tw>。

附錄 1 國中會考、學力檢測、PISA、TIMSS 四個大型測驗的 測驗目的、對象與範圍

考試類別	測驗目的	測驗對象	測驗範圍
國中會考	國中學習階段的總結性評量	九年級	數學領域課綱
學力檢測	瞭解學生學習狀況，及早發現待加強學生，及早啟動積極性教學介入	七年級、八年級	該年級國中數學領域
PISA	了解他們是否對進入社會成為公民做好準備	國際性學生 15 歲在學學生	以情境化、生活化的試題，評量這些學生在閱讀素養、數學素養、科學素養的表現
TIMSS	各國學生數學及科學學習成就及其各國文化背景、學習環境、教師因素等影響因子之相關性；同時亦可對連續參加的國家進行縱向的趨勢比較，以協助參加的國家瞭解其在教育改革或課程改革的成效。	八年級	舉行數學（內容涵蓋數感、幾何、代數、資料呈現分析、測量等）與科學（內容涵蓋物理、化學、生命科學、地球科學等）的學習成就測驗。

附錄 2 七年級縣市學力檢測評量內容效度之架構

內容	能力指標
數 與 量	7-n-01能理解質數的意義，並認識100以內的質數。
	7-n-02 質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。
	7-n-03 數、最小公倍數熟練約分、擴分、最簡分數及分數加減的計算。
	7-n-04並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。
	7-n-05 並能利用絕對值比較負數的大小。
	7-n-06特性並熟練數（含小數、分數）的四則混合運算。
	7-n-07能熟練數的運算規則。
	7-n-08能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係。
	7-n-09能以不等式標示數的範圍或數線上任一線段的範圍。
	7-n-10能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。
	7-n-11能理解同底數的相乘或相除的指數律。
	7-n-12能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。
	7-n-13能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。
	7-n-14能熟練比例式的基本運算。
	代 數
7-a-02能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。	
7-a-03能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。	
7-a-04能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。	
7-a-05能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。	
7-a-06能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。	
7-a-07能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。	
7-a-08能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。	
7-a-09能認識函數。	
7-a-10能認識常數函數及一次函數。	
7-a-11能理解平面直角坐標系。	

附錄 3 學力檢測試題認知向度說明

向度	內容說明
概念理解	指數學內容的概念性知識，評量概念理解的試題，是測驗學生是否具備數學基本概念，要求作答者將腦中的記憶知識應用出來做判斷。能理解、指認題目中相關的符號、圖表、公式及原理，並能比較、對照並統整相關概念與原理來延伸概念與原理的性質。
程序執行	評量程序執行的試題，是測驗學生是否「知道要如何完成數學運算」的數學知識，包括操作數與符號的運算、幾何構圖的執行及估計、正確選擇適當的程序、能判別或判斷算式或符號運用方法過程的正確性或適切性，並運用不同的數學邏輯有效解決數學問題。
邏輯推理	測驗學生是否能使用邏輯或運算規則和前提來推導出結論、由結論反推可能的前提、或是檢驗解題過程的有效性。
解數學文字題	數學文字題是以數學語言的方式來描述問題情境的數學問題(例如：甲乙兩數和是多少?)，學生在解數學文字題時，除了必須對題目語意內容作解讀外，還需再將這些文字脈絡與數學運算符號連結，轉譯成數學算式表徵，然後執行運算。
解情境文字題	情境文字題是以日常生活語言的方式來描述問題情境的數學問題(例如小華和小美的存款加起來是幾元?)，學生在解情境文字題時，除了必須對題目語意內容作解讀外，還需再將這些文字脈絡與數學運算符號連結，轉譯成數學算式表徵，然後執行運算。