

楊晉民、陳嘉皇（2018）。  
應用數線表徵融入小二學生加減運算教學之成效。  
**臺灣數學教師**，**39**（1），35-66  
doi: 10.6610/TJMT.201804\_39(1).0003

# 應用數線表徵融入小二學生加減運算教學之成效

楊晉民<sup>1</sup> 陳嘉皇<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系

本研究旨在探討小二學生於數線表徵的教學實驗下之加減運算和心智策略的表現，透過「二位數加減法概念」試卷的分析，了解數線表徵對學生學習加減法運算教學前後的效果，提供教師日後課程及教學的參考。藉由兩班學生在本研究之結果，以瞭解學生是否具備二位數加減知識與數線表徵實驗成效的關聯。有關二位數加減法概念測驗表現部分，進行描述性統計與等組  $t$  考驗比較分析；並根據學生在教學情境進行的活動內容及呈現之說明、解題策略與思考方式，採用質性分析方式加以詮釋。本研究發現參與實驗小二學生經數線表徵教學實驗後，其加減法概念測驗的表現，較教學實驗前為佳，且達到統計上的顯著差異；另外，研究結果顯示數線表徵教學確可強化學生運算策略與數線表徵之關係，有助教師掌握學生加減概念的發展。

**關鍵詞：**加減法；表徵；數線

## 壹、緒論

近年來數學教育的重點，強調發展小學生的數學心智策略（National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000），因此為傳統加減算則導入一新的教學工具-數線（number line），提供作為發展學生數學概念與能力的有效教學措施。數線係指在一條印記刻度的線上某個位置，加以數字或標記呈現意指的數，是學生記錄和分享心智運算思考策略時的表徵（Bobis, 2007; Frykholm, 2010; Gonsalves & Krawec, 2014）。

數線可廣泛的運用在一系列相關的數學問題進行解題，在強調某特殊心智的數學策略或重要的數學概念時，採用特定的數線結構進行解題，可了解學生在心智上對某問題執行解題方法與認知的歷程，並可作為和同學分享方法的工具，發展出更強的策略與數感（Bobis, 2007; DiBrienza & Shevell, 1998; Fosnot & Dolk, 2001; Parrish, 2011）。下圖 1 為學生使用跳躍（jump）策略來進行（53-26）的解題，從圖中可以發現學生的問題表徵步驟為從 53 往前跳 10，並標記-10 後算出目前結果為 43，然後再往前跳 10，標記-10 後算出目前結果為 33，接著再往前跳 3，並標記-3 後算出目前結果為 30，最後再往前跳 3，並標記-3 後算出目前結果為 27。數線記錄了學生每一步的思考結果，並且可以提供視覺化的驗算機制，也可以讓學生思考下一步解題方向該如何處理。

Lampert、Beasley、Ghousseini、Kazemi 和 Franke（2010）認為，教師應將教學的焦點放在協助學生探索數學與促進對解題方法和推理的對話上面，而數線就是一個適合當作解題探索、直覺、推理和溝通時的表徵工具之一（Bobis, 2007; Frykholm, 2010）。然而，對於教師如何執行此習慣，與執行時可讓學生熱烈並維持高程度數學討論的研究並不多。因此，如何讓數線的應用變成有效且協助師生變成解決數學問題的心智工具，是一項重要議題，值得探究。

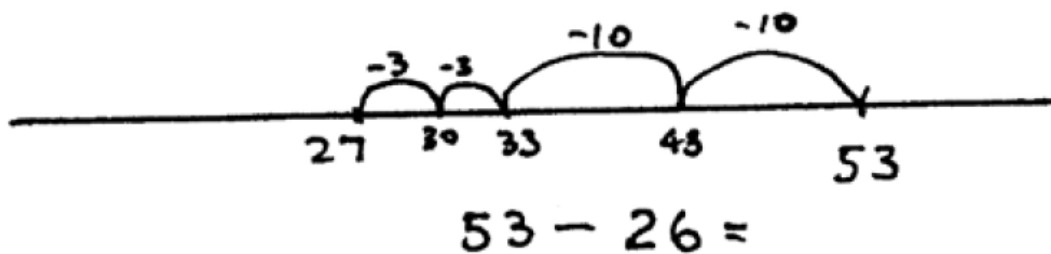


圖 1 學生以數線進行 53 - 26 運算之策略與過程。資料來源：Bobis, J. (2007). The empty number line: a useful tool or just another procedure? *Teaching Children Mathematics*, 13(8), 410-413.

加減法的概念無疑是數學學習的基礎，是國小低年級學生重要的學習內容，而加減法文字題的解題策略，更是將來高年級學習數學解題的前置經驗，因為在加減法運算的過程中，有許多彈性的解題方法與可逆思考等心智策略，需學生精熟，俟奠基此心智策略後，才得以面對更複雜的數學問題解題，因此加減法的學習在小學低年級階段，無疑是數學學習的重要基模。融入數線表徵的方式可提供視覺化的工具，讓學生比較解題策略，確定學生能確實溝通與瞭解彼此的思考與方法（Fosnot & Dolk, 2001），激發學生數學學習的動機與熱忱。Moeller、Fischer、Nuerk 與 Cress（2015）的回顧文章顯示融入電腦科技在數線訓練，可以為數數和計算能力的訓練上提供一個新的方向。因此本研究擬將數線表徵融入小二學生加減運算的學習，設計活動並進行教學實驗，以探究其成效。

另外，學生使用數線記錄二位數加減法更複雜的心智策略前，需要具備兩項基礎的計數技巧和知識才能理解與有效的運用數線：（1）透過 10 往上或往下計數，（2）跨越 10 計數（jumping across tens）（李源順，2014；教育部，2008）。前者讓學生從任何數字開始，以 10 的倍數往前或往後計數，例如  $13 + 10 + 10$ ；或是  $53 - 10 - 10$ 。後者的技巧則需學生能彈性的分割數字，例如  $8 + 5$  可以將 5 分割成  $2 + 3$ ，然後  $8 + 2 = 10$ ， $10 + 3 = 13$ ，熟悉此策略後才可應用到二位數的加減法，例如  $38 + 5 = (38 + 2) + 3 = 40 + 3 = 43$ 。數線的運用需具備基礎的能力不可，二位數加減法是小二學生該階段學習的重點，所需運算的心智策略變得更加複雜，為瞭解學生的運算策略精熟程度與數線表徵教學的關係，擴展數線教學的成效，本研究針對運算策略程度不同之小二學生（進入小二前、小二結束），進行教學實驗成效的比較，分析數線表徵教學時學生呈現的心智表現情形，以提供數線教學實務的參考。本研究目的具體呈現如下：

- 一、探究小二學生經由數線表徵教學實驗後，其加減法概念測驗的表現，以瞭解數線教學的成效，作為數線設計修正的參考。
- 二、探索數線表徵教學歷程學生之心智表現情形，瞭解學生運算策略與數線關係，掌握學生加減概念的發展。

## 貳、文獻探討

### 一、數線表徵之功能與應用

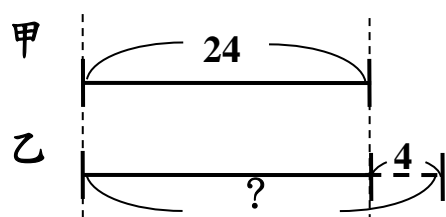
表徵的方式可分為描述（depiction）和符號化（symbolization）兩種（陳嘉皇、梁

淑坤，2014，2015；Goldin & Kaput, 1996)。前者以圖像為主，後者則以公式為代表。根據教育部（2008）九年一貫數學課程綱要能力指標分年細目「1-n-09 能認識長度，並做直接比較」、「1-n-10 能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較物體的長短」，可知學生在一年級時就已具備長度概念。因此可透過線段表徵的模式（如表 1）與學生學習經驗的結合，利用兩線段長度相等，則兩線段之表徵數相等概念，練習以線段方式表示兩數量間的關係。又如，若將線段融入分年細目「2-a-04 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題」，則可以依情境引入線段圖的說明方式融入加減互逆概念學習，讓學生更易理解加和減的關係。

表 1  
線段表徵模式

線段表徵	數學思考
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>24 + 4 = ( \quad )</math></li> <li>● <math>4 + 24 = ( \quad )</math></li> <li>● <math>( \quad ) - 4 = 24</math></li> <li>● <math>( \quad ) - 24 = 4</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>8 + ( \quad ) = 35</math></li> <li>● <math>( \quad ) + 8 = 35</math></li> <li>● <math>35 - 8 = ( \quad )</math></li> <li>● <math>35 - ( \quad ) = 8</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>35 - ( \quad ) = 8</math></li> <li>● <math>8 + ( \quad ) = 35</math></li> </ul>

表 1 (續)



- $( ) - 4 = 24$
- $24 + 4 = ( )$
- $4 + 24 = ( )$

Treffers (1991) 和 Beishuizen (2001) 發現學生可結合計數的策略 (counting strategy) 和等分割的策略 (partition strategy) 成功的進行數線的記錄而解題。Gravemeijer (1994) 描述運用數線的優點包括 (一) 針對線性表徵數字的需求；(二) 利用數線密切結合學生的直覺心智策略；(三) 促進學生更聰慧策略發展的潛能。

有別於積木或花片使用以個或堆的集合表徵，數線之線性表徵對於學習數數和瞭解數字關係時，提供更容易理解之心像具體會表徵 (Frykholm, 2010)。若數線和學生的直覺心智策略可強烈的連結，當嘗試解決100以內的數字問題時是很有力的，但需先將重點放在計數策略 (counting strategy) 上—全部數、往上數或是往下數。具有心智運算能力的學生會使用組合的計數策略和分割策略 (partition strategy)。在分割時，學生會採用拆開 (take apart) 數字的策略，以更彈性方式方便進行心智運算，這些策略典型上以在數線上跳躍為主，以53-26為例，學生使用以10為一串 (chunk) 往下數的組合方式，與分割26為20和3+3，分別運算，讓10之間的結合更容易。

數線具備協助學生發展解題策略發展的潛能，讓學生得使用此線記錄計算策略，因此可向他人揭窺其思考歷程，不僅可看見思考的層次，也包含可能發生之思考上的錯誤 (Frykholm, 2010)。因此數線可做學生更有效策略的發展，思考策略視覺化的記錄，也可以作為提供教室討論和分享心智策略的催化劑，學生可以透過顯示這些記錄向他人解釋他們的策略，成為促進教室裡溝通有利的工具。數線容易使用是因為學生 (一) 能夠理解數線的使用方式並表徵其思考方式；(二) 記錄思考中的每一步驟；(三) 可以且容易追蹤錯誤；(四) 可促進下一步驟的思考。

然，在介紹數線前，學生要熟悉數線是具有數字的線性表徵。Buys (2001) 建議，數線的介紹可透過每 10 個一組的「串珠」 (strings of beads)，再配合使用具有 0 至 100 數字的數線，要求學生沿著數線移動片段的距離至指示的數字，經過移動後的數線位置，估算出指示的數字，然後檢核其估算如何接近指示的數字。學生使用數線記錄二位數加

減法更複雜的心智策略前，需要特定的計數技巧和知識。在他們可以使用更聰慧的數線前，「透過 10 往上或往下計數」和「跨越 10 計數」兩項基礎的策略學生必須理解與有效運用（李源順，2014；教育部，2008）。兩種策略的學習後，可介紹學生兩位數加減法「跳躍」（jump strategy）的策略，此策略基本的特徵是將某一數字視為整體，將第二個數字採取用 10 位數和個位數串連的方式進行加減，例如  $66-29$ ，學生可以減 30 再加 1（ $66-29 = (66-30) + 1$ ）。當策略更聰慧時，跳躍的數字就可自由彈性，此時就可執行「類程序」的方式，而不用跳躍。為提供學生有效數線學習的工具，動畫教材設計可提供學生學習的成效，因為良好的動畫教材可激發學生學習的興趣，引導其做數學概念的統整（Mayer, 1997, 2004）。因此，本研究以數線表徵作為教學工具，探討其對學生二位數加減運算能力發展的影響。

## 二、數線表徵教學設計

本研究利用 Dick 與 Carey（2005）的系統化教學設計模式（the systematic design of instruction），此模式包含以下步驟：

### （一）確認教學目標

本教材實施年級為二年級，根據九年一貫數學領域能力指標 2-a-04 中提到，在加減互逆的學習裡，可以依情境引入線段圖的說明方式，讓學生更理解加和減的關係。學生在學習此一指標產生的問題：利用數線的操弄與轉化進行數量之間的加減運算等步驟，並未讓學生有進一步的探究和理解，致使算術的目的只在計算出答案，未能協助其發展歸納和推理能力，因此教材呈現配合教師口語描述問題情境，讓學生理解動畫內容，並希冀作答時學生能利用口語解釋或文字作答方式展現其思考。

### （二）教學分析

得知學習者在數線表徵學習上有所困難，分析教學上的需求，應讓學生從數棒至數線的操作，利用視覺化表徵方式讓學生發展數學思考與推理的能力，解決加減法可逆的問題。

### （三）學習者和內容分析

依據皮亞傑（Piaget）的分類，二年級學生處於具體運思期（concrete operational stage），透過比較具體的表徵方式（如：線段）幫助他們觀察兩數量之間的關係，從算術關係轉

換成代數關係，並透過觀察體會加減互逆的概念。在學習本單元之前，學生應具備有個位數整數的加減計算能力。

#### (四) 撰寫目標

本教材的內容可以分為表徵和解題兩大部分，其中表徵為線段模式，解題部分為加減互逆運算之心智策略表現（如附錄一）。本教材希望學習者在本單元中能獲得的學習表現如下。

1. 學習者能根據線段表徵正確列出含有未知數的加減法等式。
2. 學習者能利用數線表徵正確呈現加減互逆計算之多元心智策略。

#### (五) 研究工具

以自編之「二位數加減法概念測驗」（如附錄二）做為蒐集學生數線表徵教學後成就表現之工具，該測驗內容包含：

##### 1. 數字算式對錯判斷問題

目的在於檢測學生是否理解各類算式呈現之不同二位數加減法概念，總計 8 題，包含等號反身性、單邊運算、雙邊運算等數字加、減命題，要求學生對呈現之數字算式敘述是否正確進行判斷，每答對一題可得 1 分，全對者可得 8 分。

##### 2. 數字填充問題

目的在於檢測學生是否理解等號代表之意義，運用數字合成、分解進行運算，總計 4 題，包含數字加、減二位數加減法概念問題，要求學生寫出算式中空格的數字，空格位置分別位於等號之兩邊，答對一題可得 2 分，全對者可得 8 分。

##### 3. 看圖解題

本測驗目的在於透過文字題結合圖像呈現問題結構，檢測學生是否具備二位數加減法的概念，總計 4 題。

#### (六) 教學策略

提供老師上課的教案及教材，採用 Gagne 的九大教學事件設計。本教材搭配的教案內容如表 2 所示。

表 2

教案設計內容表式

教學活動說明	時間(分)	教學方式
<b>0.【準備活動】</b> 教師事先準備單槍及電腦設備並確定設備可用。		
<b>1.【引起學生注意】</b> 教師依照投影片的內容，講述數學文字題的內容， 引發學生的學習興趣。	1 分鐘	老師講解
<b>2.【提示教學目標】</b> 教師依照投影片的內容，講述本節教學重點。	2 分鐘	老師講解
<b>3.【喚起舊有經驗】</b> 教師依照投影片內容，引導學生喚起以前學習整數分與合的經驗。	2 分鐘	老師講解
<b>4.【呈現數位教材】 5.【指導學生學習】</b> 教師依照投影片內容，依序講解數線表徵解題的內容。	20 分鐘	老師講解
<b>6.【誘發表現學習行為】 7.【適時給予回饋】</b> 教師依照投影片內容，給予學生加法運算練習的機會， 根據學生的回答，給予回饋。	15 分鐘 40 分鐘	學生回答 老師講解
<b>8.【學習練習】</b> 教師依照投影片內容，給予學生減法運算練習的機會。	40 分鐘	學習單
<b>9.【學習練習】</b> 教師依照投影片內容，給予學生加減法運算綜合練習的機會。	40 分鐘	學習單
<b>10.【加強記憶與學習遷移】</b> 搭配練習卷，經過小組討論及回饋，達到學習的效果。	40 分鐘	學習單 練習卷

本研究教學活動分為二位數加減法概念前、後測與數線表徵練習 6 節課，總計 8 節。教學節數及內容順序的安排如表 3 所示。



表 3

教學內容和節數

教學單元	教學內容	教學節數
先備能力	二位數加減法概念前測	1
第 1 節	1.從實體物件之辨識開始（數棒）	1
	2.數量大小之排序	
第 2 節	3.數線數字大小辨識與排列	1
	1. 跳躍式的練習（單位 1、單位 10 或複合單位練習）	
第 3 節	2. 整數加法運算在數線上的操作與應用	1
第 4 節	3. 整數減法運算在數線上的操作與應用	1
第 5 節	4. 整數加減法運算在數線上的操作與應用	1
第 6 節	綜合練習	1
學習評量	二位數加減法概念後測	1

### (七)發展和選擇教材

提供老師上課的電腦輔助教材，以畫面流程以及教材畫面兩方面來說明。

#### 1. 教材畫面流程圖

本數位教材的畫面流程，首先以數學達人的事件引發學生的學習興趣。主選單有三題講解題及三題練習題。

#### 2. 教材介面設計

教學輔助數位互動教材將以 Microsoft Office PowerPoint 2007 軟體為主。

### (八)形成性評量

教材的形成性評量，從課程內容、教材設計、評量設計探討。

#### 1. 課程內容之評量

課程教學內容，經數學教學專家（數學教育教授及國小數學教師）檢視內容是否正確、是否合宜，以及教學方法與學習活動是否合適。

#### 2. 教材設計之評估

教材內容製作完成後，與數學教育專家及教育科技專家對於教材設計、介面設計和

教學策略等進行討論之後，給予修正。接著找二位學生，進行一對一測試（one-to-one trials），針對內容是否清楚以及學習者對教材的直覺反應及學習表現，進行測試。再依據測試意見修改教學內容後再度進行測試。

### (九)修正

從形成性評量獲得的資料作成摘要，解釋學生要達到目標經歷的困難，及將這些困難和教學聯結在一起。重新檢查教學分析和起點能力的假設。檢視教學策略以及最終的考量則被融合在一起修訂教學，以便讓整個教學活動能更完整。

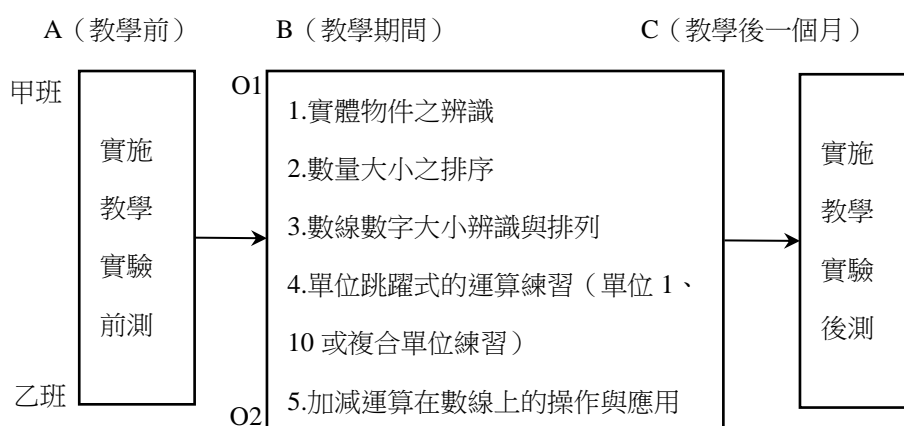
### (十)總結性評量

當課程完成後，對整個課程效果做評量。評量者從內容、設計、一致性、可行性共四個方面來評鑑教材 1.內容：整個教材的內容是否完整及正確。2.設計：教材設計是否符合教學、媒體、學習等原則。3.一致性：教材內容是否符合學習目標以及需求。4.可行性：教材是否符合成本效益以及實用性，除能讓使用者感到滿意外，且以後測方式評量其學習成效。

## 參、研究方法與步驟

### 一、研究架構

本研究之教學實驗設計架構如圖 2 所示。參與教學實驗的學生有 2 班，甲班為剛升上二年級的學生 22 人，其具有個位數加減法的知識，但未學習二位數加減法進退位的運算；另一班之教學實驗則選在二下快結束時進行，參與的乙班學生 26 人，皆學習過二位數加減法進退位的運算。藉由兩班級學生產出之結果，以協助瞭解數線表徵對學生是否具備二位數加減先備知識產出的關聯。實驗教學皆由研究者擔任，因此可掌控教學歷程如時間安排、教學進度與教師期待等不同因素產生的影響。有關教學實驗歷程師生互動及學生解題表現，皆予以錄影（音），以做為分析學生二位數加減法概念習得與轉化資料之用。



註：甲、乙班皆為接受數線表徵教學實驗之二年級學生。

- 1.甲班為2位數加減法學習前組，接受教學實驗(O1)，每週3節持續2週。
- 2.乙班為2位數加減法學習後組，接受教學實驗(O2)，每週3節持續2週。

**圖 2 本研究教學實驗設計**

## 二、研究工具與計分方式

採取自編之「二位數加減法概念測驗」(如附錄二)，做為蒐集學生加減法概念教學前後成就表現之工具，該測驗內容包含：

### (一)數字算式對錯判斷問題

本測驗主要目的在於檢測學生對於各類算式呈現之加減概念是否理解，總計10題，包含數字加、減法概念之問題，例如比較排序(2題)、組合分解(4題)、位值與進退位等命題(4題)，要求學生對呈現之數字算式敘述是否正確進行判斷，每答對一題可得1分，全對者可得10分。

### (二)數字填充問題

目的在於檢測學生是否理解等號代表之意義，運用數字合成、分解進行運算，總計4題，包含數字加、減二位數加減法概念問題，要求學生寫出算式中空格的數字，空格位置分別位於等號之兩邊，答對一題可得2分，全對者可得8分。

### (三)看圖解題

本測驗目的在於透過文字題結合圖像呈現問題結構，檢測學生是否具備二位數加減

法的概念，總計 4 題，包含加減法中被加減數未知（1 題）、加減數未知（1 題）及總數未知的問題（2 題），要求學生將解法予以呈現，正確者每題可得 1 分，全對者可得 4 分。

測驗試題採取複本方式，將「二位數加減法概念測驗」之內容與試題加以順序更改與數字修正後，成為「二位數加減法概念測驗 I、II」，分別於教學實驗各情境活動前、後施測，每項測驗時間為 30 分鐘，測驗時學生可配合採用各式表徵，例如畫圖、手指比畫等進行解題。

### 三、資料分析

資料分為兩部分處理，有關二位數加減法概念測驗表現部分，進行描述性統計與相依樣本  $t$  考驗比較分析；教學實驗歷程師生互動之敘述內容，則根據學生在教學情境、進行的活動內容及呈現之說明、解題策略與思考方式進行編碼與文字稿轉譯，採用質性分析方式加以詮釋。

### 四、研究執行步驟

先行分析教科書文本，進行數線表徵活動的設計與編製，於 2015 年 9 月初至 2016 年 6 月底期間實施教學實驗，首先對受試班級施予「二位數加減法概念測驗」，瞭解學生的實際程度，並作為實驗教材內容的修正和調整的參考；其次每位學生皆須接受 6 小時之教學安排，教學實驗完後，各施予「二位數加減法概念測驗」，以了解接受教學實驗的效果。教學實驗及測驗完後，針對蒐集資料，進行分析整理、撰寫研究報告。

## 肆、研究結果與討論

針對研究目的，將研究結果與發現分為：一、數線表徵教學成效，二、學生數線表徵解題策略運用等兩部分加以分析說明。

### 一、數線表徵教學成效

二位數加減運算學習前之學生（甲班）於「二位數加減概念測驗」前、後測表現如表 4 所示。

表 4

甲班學生於數線表徵教學實驗前後表現之比較表 (N = 22)

比較方式	平均數	t 值	顯著性 (p)
前測	10.1	-4.14	0.01*
後測	13.6		
前測子測驗 1	5.1	-2.62	0.02*
後測子測驗 1	7.0		
前測子測驗 2	3.0	-0.81	0.43
後測子測驗 2	3.2		
前測子測驗 3	1.9	-4.86	0.01*
後測子測驗 3	3.4		

\* $p < .05$ .

註：子測驗 1：數字算式對錯判斷問題；子測驗 2：故事閱讀填充問題；子測驗 3：看圖解題。

從表 4 統計資料分析得知，甲班學生經動畫表徵教學實驗後，其二位數加減法概念測驗整體表現、數字算式對錯判斷問題與看圖解題，皆明顯的較教學前的表現佳（ $13.6 > 10.1$ ； $7.0 > 5.1$ ； $3.4 > 1.9$ ），且達顯著水準。顯示出數線表徵教學實驗對二位數加減法運算學習前的學生具有成效，可引導其做數學概念的增進。學生在數字算式對錯判斷問題較教學實驗前之前測表現佳，研究者認為數線表徵的教學，透過數字的「分」與「合」的行動與以 1、10 及其他大單位之跳躍移動聰慧的策略，協助學生在算式的運算上更易得出結果，經由比較等號兩邊數字之和是否相同，判斷是否為等值的描述，數線表徵促進學生對數字運算策略更佳彈性的運用，呼應了學者強調的數線是一個適合解題探索、直覺、推理和溝通的表徵工具（Bobis, 2007; Frykholm, 2010）。而在運用數線表徵解題的歷程，增強了學生對文字題的判別理解，與透過理解而正確和邏輯的列式，因此經數線表徵教學後，學生在看圖解題的測驗後測上的表現，明顯進步。

二位數加減運算學習後之學生（乙班）於「二位數加減概念測驗」前後、測表現如表 5 所示。

表 5

乙班學生於數線表徵教學實驗前後表現之比較表 ( $N = 26$ )

比較方式	平均數	$t$ 值	顯著性 ( $p$ )
前測	11.5	-3.09	0.01*
後測	13.8		
前測子測驗 1	5.1	-0.90	0.39
後測子測驗 1	5.4		
前測子測驗 2	4.2	-2.74	0.02*
後測子測驗 2	5.3		
前測子測驗 3	2.2	-2.22	0.05*
後測子測驗 3	3.1		

\* $p < .05$ .

從表 5 統計資料分析得知，乙班學生經動畫表徵教學實驗後，二位數加減法概念測驗整體表現、故事閱讀填充問題與看圖解題，皆明顯的較教學前的表現佳 ( $13.8 > 11.5$ ； $5.3 > 4.2$ ； $3.1 > 2.2$ )，且達顯著水準 ( $*p < .05$ )。顯示數線表徵的教學對乙班學生的二位數加減法運算學習有其成效。由於乙班學生具有二位數加減運算的經驗，教學實驗後之數字算式對錯判斷問題的表現雖有進步，但與前測並無顯著差異，原因在於先前一般的教學，加減運算的基模已建立，數線表徵提供的策略可能與他不同，但能對算式等號兩邊數字的運算獲得正確結果，因此差異不大，此也與 Gravemeijer (1994) 描述運用數線的經驗需包括對線性表徵數字的需求，利用數線密切結合心智策略有關；然而乙班學生經由數線表徵教學後，在故事閱讀填充問題與看圖解題兩子測驗的後測表現皆較前測為佳，且達到顯著水準。研究者認為教學實驗過程，學生要在數線上標記正確的數字位置，進行移動的行為，需依題意按部就班解題的行動，要求進一步分析問題中變數的關係與結構，促進其對題意的理解，因此在這兩個子測驗上的表現較佳。

從上述兩個班級的教學實驗結果，得知數線表徵的教學對於乙班學生在二位數加減運算的表現有其成效存在，歸納研究發現：1.數線表徵的教學對加減法尚未精熟學生，可透過數線聰慧的標記與移動策略，協助對二位數加減法更加流暢的運算；2.數線表徵的教學，在數線標記和移動的行為，可促進學生對問題中變數的關係與結構的理解，提升對數學文字題解題的表現，這些發現與 Frykholm (2010) 的結果相一致。

## 二、學生數線表徵解題策略運用

關於教學實驗歷程學生在各活動呈現的解題策略表現，茲分為(一)數棒分合解題，(二)數線數字大小辨識與排列；(三)單位 1、10 或複合單位在數線上跳躍練習；(四)加減運算在數線上的操作與應用四部分加以分析說明。

### (一)數棒分合解題

圖 3 顯示甲乙兩班學生對於數線表徵學習前之數棒實物之分與合的活動，皆能正確的完成任務，且呈現出多元的思考，顯示學生具備良好的數量分與合的基模，此基模可做為學生學習運用數線解題策略的基礎。

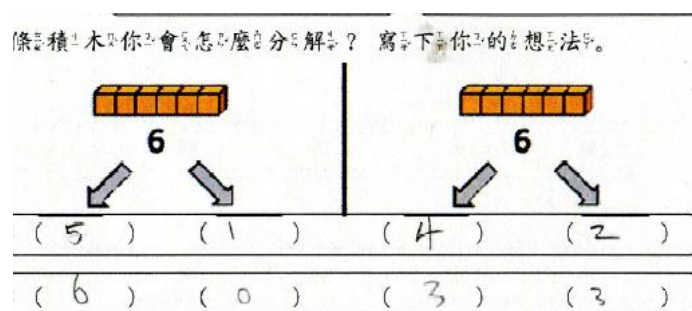
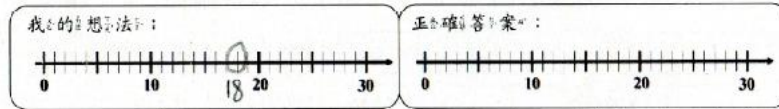


圖 3 學生在數棒分與合活動的表現

### (二)數線數字大小辨識與排列

針對文字題的描述，要求學生將問題中的數字標記在數線上適當的位置(圖 4)，所有參與教學實驗的學生，皆正確的做出反應，顯示學生能理解數線上刻度代表的意義，且明白數字在數線上的位置越右，表示數量越大，此結果與 Frykholm (2010) 主張的數線之線性表徵對於學習數數和瞭解數字關係時，提供更容易理解之心像具體表徵。此行動表示學生可從數棒實物代表的單位長度，成功的轉化至數線位置的估計或標示。

1. 小英有 18 元，請用數棒表示呈現想法，並在數線上找出他的位置。



2. 小華有 24 元，請用數棒表示呈現想法，並在數線上找出他的位置。

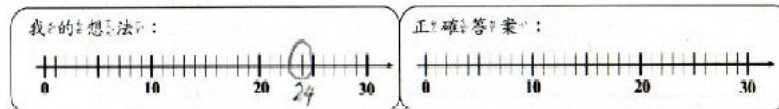
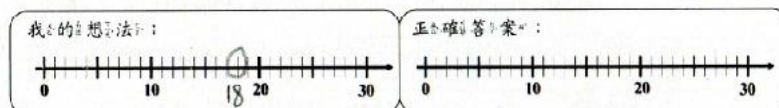


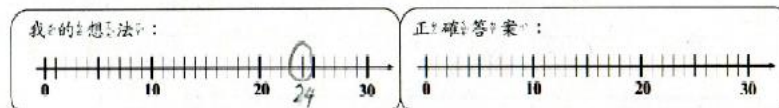
圖 4 在數線上標記出數字正確的位置

進一步的活動要求學生依問題的要求計算結果，並在數線上正確標示此結果的位置，大部分學生可分別標記出個別數字的位置，且經加減計算後，將答案在正確的標記出來（圖 5 與圖 6），然有部分學生因加減法計算錯誤，以致造成在數線上標記錯誤，此表現可能是學生在「透過 10 往上或往下計數」和「跨越 10 計數」兩項基礎的策略無法理解與有效運用造成（李源順，2014）。研究者思考，若能利用數線表徵解題策略的引導，應能協助學生增進運算的能力，促其在數線上正確的標記出位置。

1. 小英有 18 元，請用數棒表示呈現想法，並在數線上找出他的位置。



2. 小華有 24 元，請用數棒表示呈現想法，並在數線上找出他的位置。



3. 小英和小華的錢總共有多少？寫出算式，請用數棒表示呈現想法，並在數線上找出他的位置。

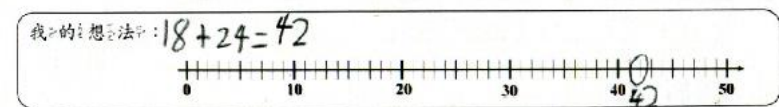


圖 5 學生加法運算後於數線上的標記



4. 小華比小英多多少錢？寫出算式，請用數棒表示呈現想法

法，並在數線上找出他的位置。  $24 - 18 = 6$

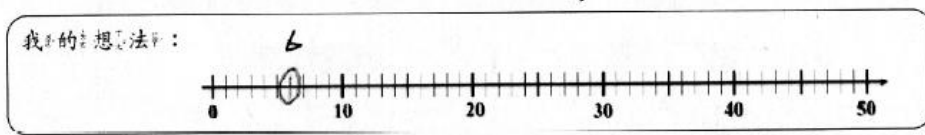
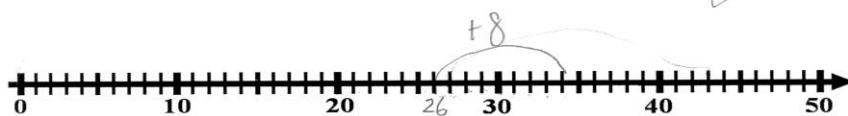


圖 6 學生減法運算後於數線上的標記

### (三)單位 1、10 或複合單位在數線上跳躍運算練習

在此活動的初期，學生運用的策略分為 2 類：一是視覺化轉換至大單位跳躍運算（如圖 7 所示，例如 10、20、30...），使用此種策略的學生先將算式的答案解出後，透過視覺搜尋將結果標記於正確位置上；當要求產出另類思考時，因算式中的數字較大，為便於計算，將 38 予以分割成 30 與 8，採用大單位（30）的方式協助運算。

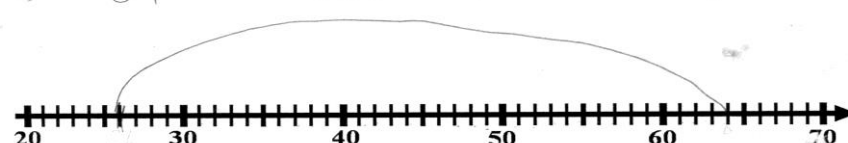
$$26 + 8 = 34$$



2. 請你利用數線計算  $26 + 38 =$  (64)

● 我的第一種作法：

$$26 + 38 = 64$$



● 我的第二種作法：

$$26 + 38 = 64$$

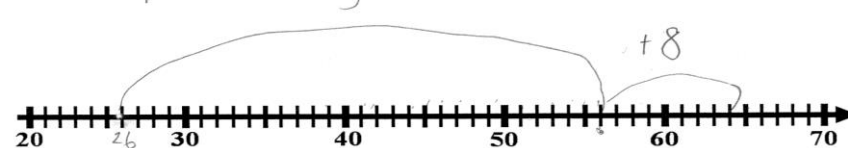


圖 7 視覺化轉換至大單位跳躍運算的表現

另一種策略則先採取小單位計數（例如採數字 1 - 9），然後轉換成大單位跳躍運算（圖 8）。採取此策略的學生，運用小單位（1）方式在數線上計數，然後在數線上標記結果的位置；同樣的，要求提供另類解題策略時，學生亦能將 38 分解成 30 和 8，轉換

成運用大單位跳躍運算的方式協助解決二位數加法的問題。

從解題表現加以分析，發現學生受限於教學文化的影響，不管是否精熟加減法運算，學生最常利用個位數相加進位的方式處理運算，對數字分解與在數線上大單位跳躍的策略並不熟悉，經數線表徵教學後，已能明白數線表徵發展的任務可協助提供多元的解題思考，逐步運用在後來的加減運算上。

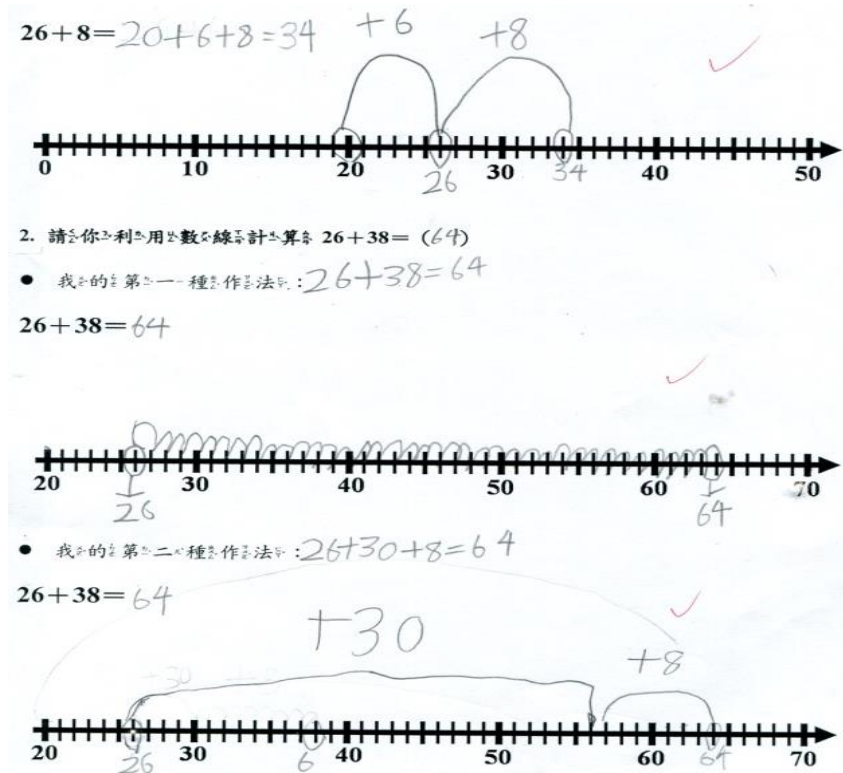
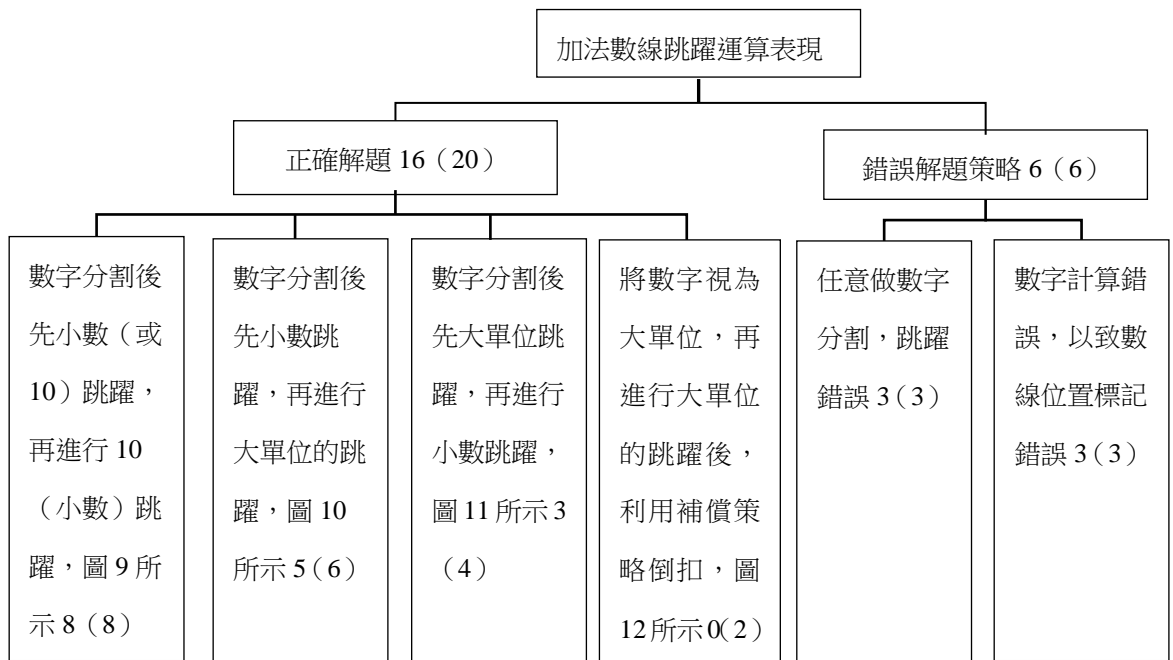


圖 8 先採取小單位計數，然後再轉換成大單位跳躍運算

分析甲乙兩班學生複合單位在數線上跳躍運算練習加法作業的表現，發現學生呈現出的數線表徵策略之分析，其結果如圖 9 所示：



註：括弧前方數字為甲班的學生人數，而後方括號內的數字則為乙班的學生人數

圖 9 學生之加法數線表徵策略分析

從圖 9 分析加以說明，發現對於加法數線表徵策略運用錯誤者（甲班 6 人，乙班 6 人），皆是由對數線表徵運用不熟悉、或想利用運算結果以標記數字位置，因運算錯誤造成。學生正確運用數線表徵的策略，可分成 4 種：

1. 數字分割後先小數（或 10）跳躍，再進行 10（小數）跳躍，如圖 10 所示。即學生先將被加數 24 在數線上定位，再將 39 分割為 9 + 10 + 10 + 10，然後 24 + 9 在 33 處標記，接著以 10 為單位逐次跳躍，最後在 63 處標記。此策略為最多學生使用（甲乙兩班各有 8 人）。

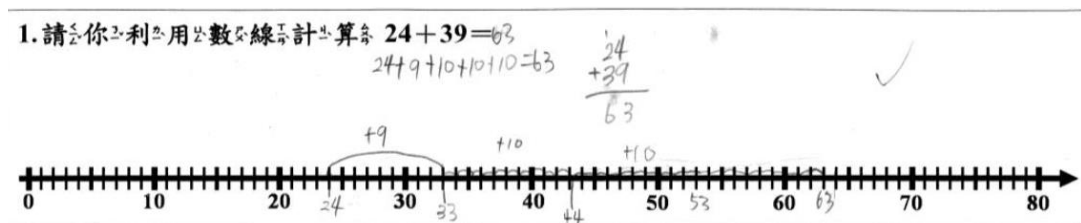


圖 10 數字分割後先小數（或 10）跳躍，再進行 10（小數）跳躍

2. 數字分割後先小數跳躍，再進行大單位的跳躍，如圖 11 所示，此策略與前策略不同處，在於將 39 分割成小數 9 和 30，先標記 24 + 9 = 33 後，再以大單位 30 進行跳躍至 63 位置，甲乙兩班分別有 5 和 6 人運用。

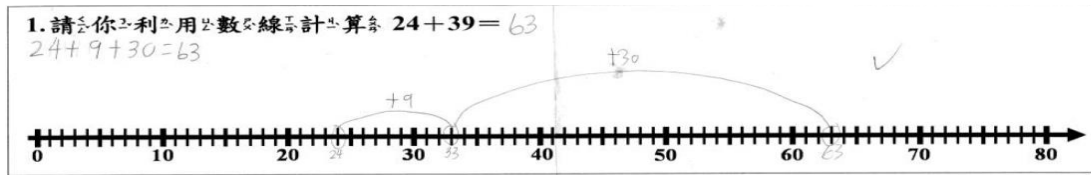


圖 11 數字分割後先小數跳躍，再進行大單位的跳躍

3. 數字分割後先大單位跳躍，再進行小數跳躍，如圖 12 所示，此策略與圖 10 不同處是將 39 分割成 30 和 9，先進行大單位 30 的跳躍後，再加上 9 進行數字的標記，甲乙兩班分別有 3 和 4 人運用。

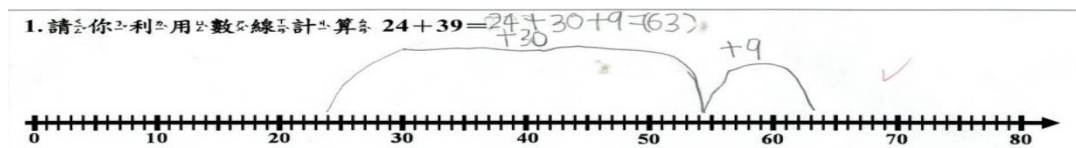


圖 12 數字分割後先大單位跳躍，再進行小數跳躍

4. 將數字視為大單位，再進行大單位的跳躍後，利用補償策略倒扣，如圖 13 所示，此策略是將 39 當成 40，然後以此大單位跳躍標記數字 64 後再倒回 1，定位在 63，因為 40 是原先的 39 加 1，所以運算後要再減 1。此策略只有乙班 2 位學生運用。

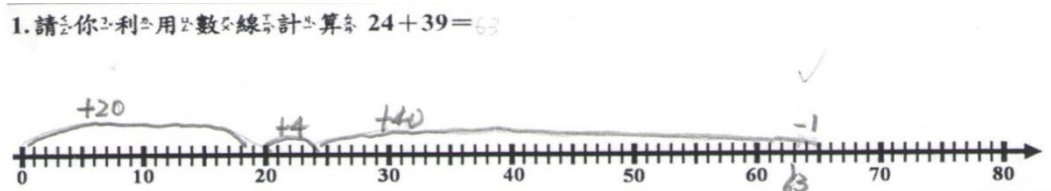


圖 13 將數字視為大單位，再進行大單位的跳躍後，利用補償策略倒扣

由上述學生的表現分析發現：一是學生學習數線表徵前的基礎能力會影響數線表徵運用的正確和聰慧解題的展現，甲班學生之數線表徵策略仍以基礎的分合方式、配合以 10 為單位做數字的跳躍和標記；乙班學生因有二位數加減的基模，可擴展運用大單位和補償策略協助解題。二是學生利用數線表徵標記與移動之視覺化行動，協助進行運算結果之檢驗與聰慧策略的發展，使其運算更有效率和正確。上述發現也驗證學者的研究結果，數線表徵是可以給予學生機會發展解題策略的類型 (Bobis, 2007; Fosnot & Dolk, 2001; Frykholm, 2010; Parrish, 2011)。

歸納甲乙兩班學生減法作業的表現，發現學生呈現出 3 種數線表徵策略之分析，其結果如圖 14 所示：

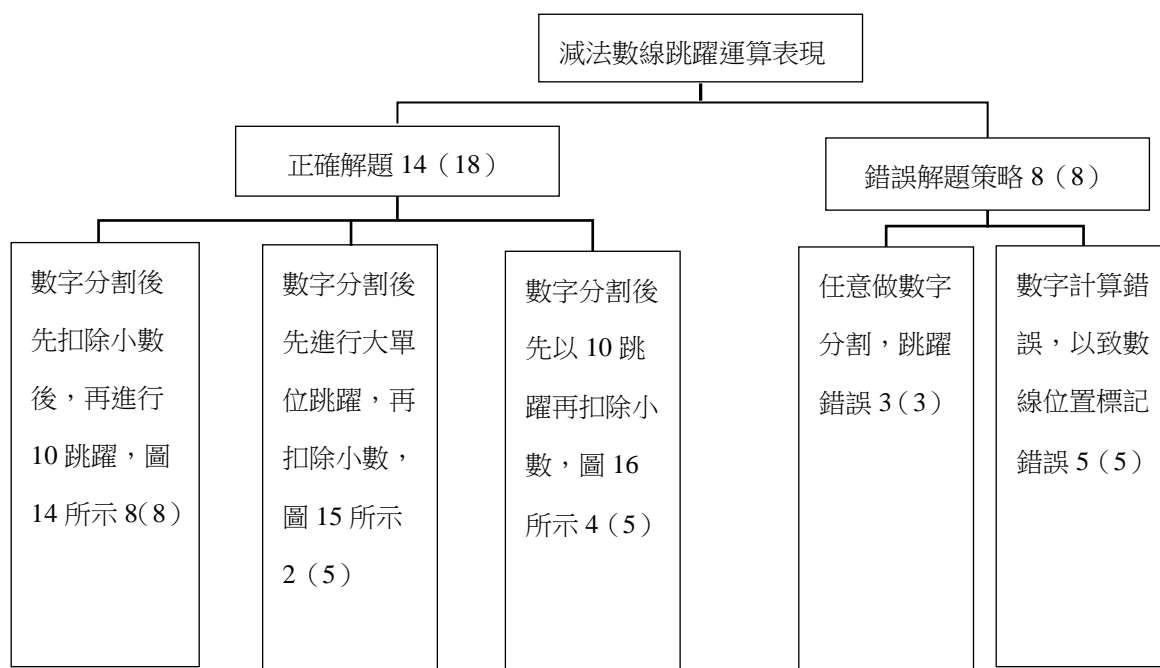


圖 14 學生之減法數線表徵策略分析

同樣的，對於加法數線表徵策略運用錯誤者（甲班 8 人，乙班 8 人），皆由對數線表徵運用不熟悉、或是想利用運算結果以標記數字位置，因運算錯誤造成。學生正確運用數線表徵的策略，可分成 3 種：

1. 數字分割後先扣除小數後，再進行 10 跳躍，如圖 15。學生先將減數進行分割成一小數及數個以 10 為單位的數，先扣除小數，再連續扣除以 10 為單位的數，然後進行標記與定位，此策略是學生最常運用的數線表徵策略，甲乙兩班各有 8 人使用。

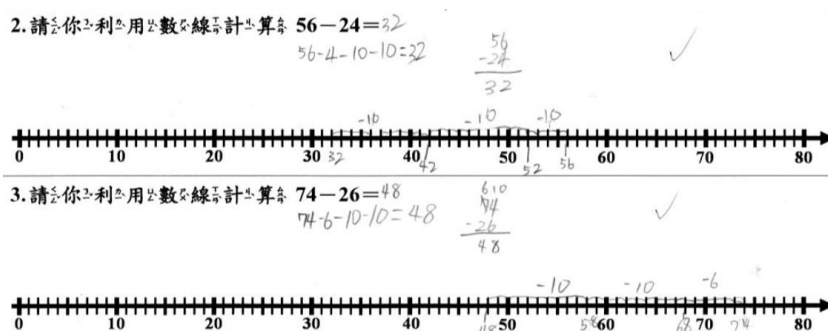


圖 15 數字分割後先扣除小數後，再進行 10 跳躍

2. 數字分割後先進行大單位跳躍，再扣除小數，如圖 16 所示。學生將減數分割成一大單位和一小數，然後先扣除大單位數後先行標記，再扣除小數而獲得結果，甲乙兩班分別有 2 和 5 人運用。

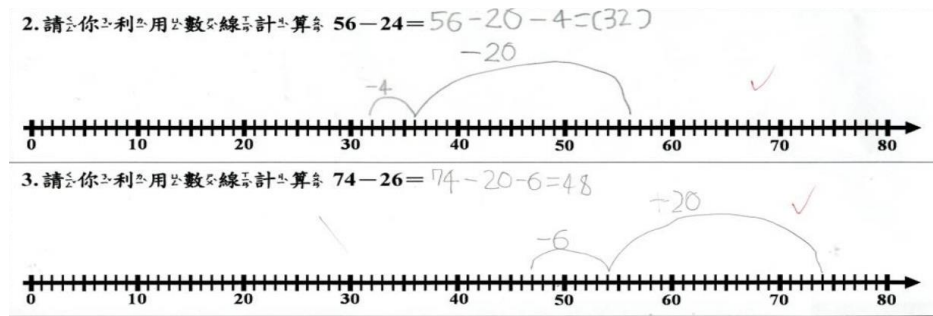


圖 16 數字分割後先進行大單位跳躍，再扣除小數

3. 數字分割後先以 10 跳躍再扣除小數，如圖 17 所示。學生先將減數進行分割成一小數及數個以 10 為單位的數，先連續扣除以 10 為單位的數，再扣除小數，然後進行標記與定位，甲乙兩班分別有 4 和 5 人使用。

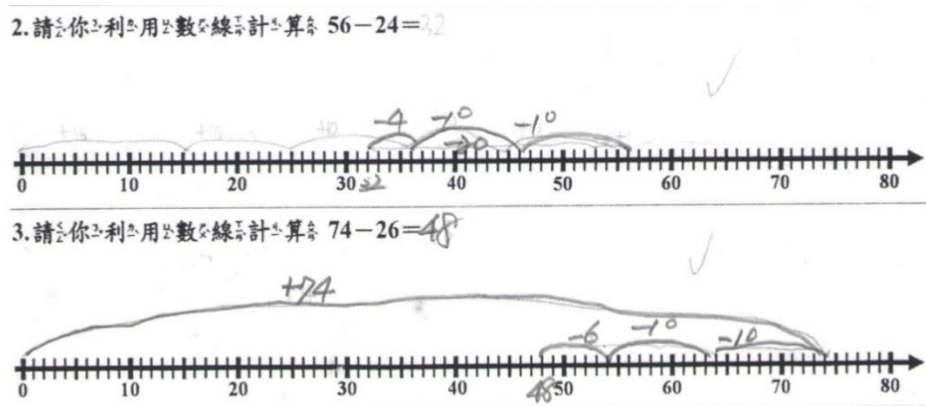


圖 17 數字分割後先以 10 跳躍再扣除小數

因為減法是加法的可逆思考，學生在退位運算時需付出更多的認知資源，因此易產生錯誤，聰慧策略的產出亦容易受限，因此大多數學生採取逐次扣除的方式進行標記和定位，但從學生數線表徵策略的運用表現，可支持協助學生算則的運算和概念思考，此與 Frykholm (2010) 的主張一致，將數線視為一種解題的習慣，可協助探索數學與促進對解題方法和推理的對話。

#### (四) 加減運算在數線上的操作與應用

在此活動的表現以 2 位 (A 與 B) 學生的任務產出 (如圖 18 和 19)，歸納本研究數線表徵教學實驗的成效與學生解題策略的發展，說明如下：

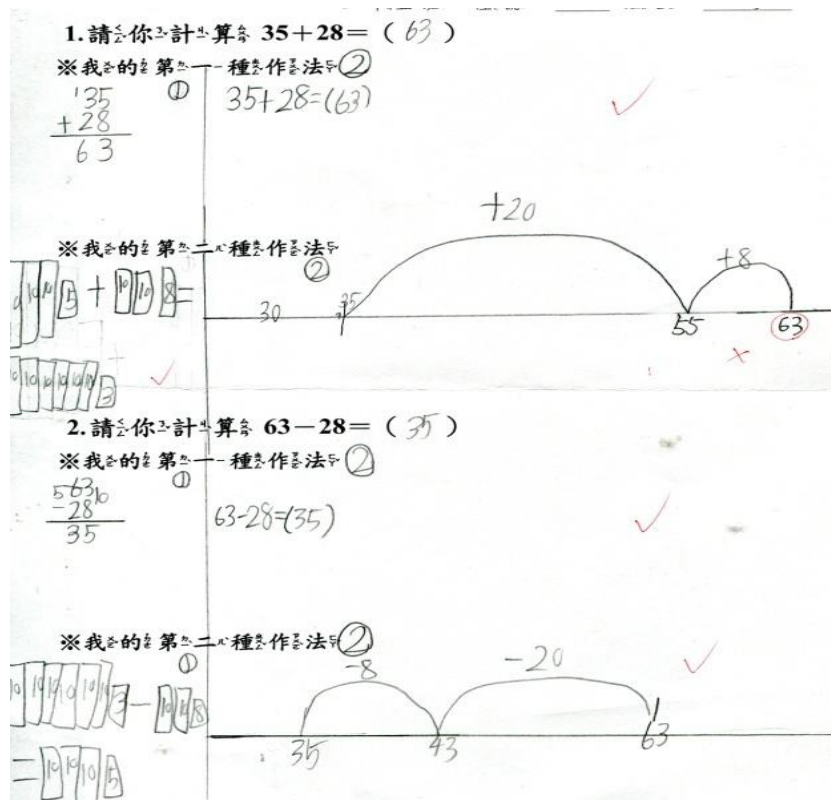


圖 18 A 生在數線上的加減運算操作與應用

1. A 生和 B 生兩位皆可利用分合方式，將數字分解，協助其進行數線表徵行動。
2. 學生可以從空數線正確的進行數字的標記和定位。從圖 18 和 19 可知 A 生和 B 生可在空數線上標示出被加數（減）和加（減）數的位置，理解題目之意義，在數線上進行往左和往右之移動，獲得正確答案。
3. 學生可以利用以 1、10 或其他大單位進行數字跳躍移動視覺化的策略，獲得正確答案。A 生和 B 生利用 1 或 10 的單位概念，在數線上標示刻度，協助運用不同的單位作為跳躍的基礎，進行計數或視覺化的運算，進行定位和標記。
4. 學生配合分割方式與課堂強調之直式算則，利用數線表徵解題，或作為檢驗其他策略結果之手段，相互驗證答案。

例如 A 生先行利用直式算則算出答案後，配合圖像表徵呈現 1 和 10 的單位，從中比較而在數線上運用大單位跳躍的策略標記出答案；B 生則先運用數線表徵方式標記出答案，然後運用直式算則運算，因瞭解加減法中單位與進退位的關係，所以順利解出答案。

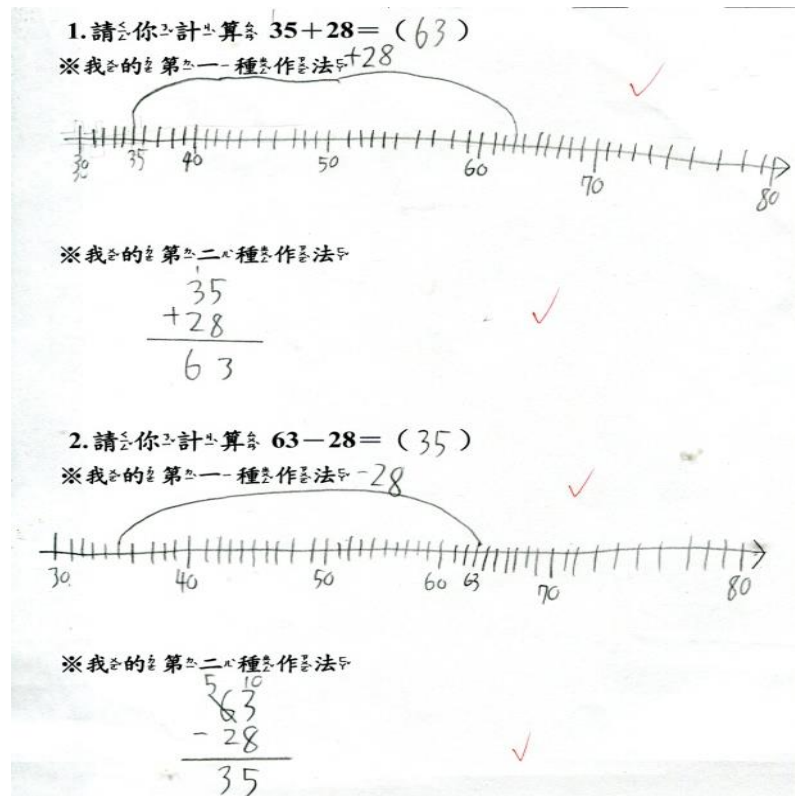


圖 19 B 生在數線上的加減運算操作與應用

## 伍、結論與建議

本研究研究結論如下：

### 一、經數線表徵教學實驗後之乙班學生，其在加減法概念測驗部分層面的表現，較教學實驗前為佳，且呈現顯著差異

本研究發現經教學實驗後，乙班學生在加減法概念測驗部分層面的表現呈現進步，數線表徵的經驗對於提升數字算式對錯判斷問題、故事閱讀填充問題與看圖解題的表現是有幫助的。

### 二、數線表徵教學之跳躍與移動策略，增進學生運算思維，掌握加減概念的發展

研究發現，學生利用數線表徵標記與移動之視覺化行動，協助其進行運算結果之檢驗與聰慧策略的發展，使其運算更加有效和正確。另外學生配合分割方式與課堂強調之



直式算則，利用數線表徵解題，或作為檢驗其他策略結果之手段，相互驗證答案。

本研究結果除驗證學者之發現外，也支持數線表徵教學可以培養學生聰慧的加減運算產出，提升學生數學概念的理解，增進數學素養多元解題和彈性策略能力的發展；除此之外也瞭解到小二學生數線標記和定位策略發展的軌道，透過分合基模與單位運用的層次，安排合適的教學活動順序，可透過電腦動畫強化數學概念的連結與轉化；最重要的是透過視覺化的行動，讓學生從操作和比對中，洞察出數學中變化與不變性的特質，掌握數學學習的心智習性，培養出數學研究的興趣。為擴展本研究結果與提供未來研究方向，根據研究歷程之省思，提供以下建議：

### (一)深入設計研究問題，釐清研究變項與數線表徵成效間的關係

本研究雖採取兩組學生不同學習經驗的方式，探討有無加減法概念與數線表徵成效的關聯，獲得教學實驗的成效，然因不同班級的樣本，且受成熟、學習和多種中介變項影響，此成果尚須精確的實驗設計進一步證實，因此建議為來可針對某班級設計縱貫研究，掌握重要變項，深入探索其間的關聯。

### (二)配合多元表徵解題理念，融入數學教材教法，提升有效教學成效

本研究發現二年級學童配合數線表徵的學習歷程可發展出多元表徵的解題策略，這些策略是未來進入高等數學重要的能力，也是培養學生推力思考的基礎，要讓學生有帶的走的能力，教師應積極的在教學歷程應用多元表徵促進學生有效學習。

### (三)強化運用數線表徵工具的習慣，增進學生應用彈性解題策略的數學素養

Vygotsky (1987) 宣稱人們行動使用的工具深層的影響著其發展的理解，勝過於理論的臆測，本研究透過學實驗描述了教學上的實際現象：學生受限於單一教學文化，運用一種技巧解決問題，可能造成數學意義學習的遺落和困難。因此，建議在教室裡可強化運用數線表徵工具的習慣，增進數學推理的機會，提升解題的動機。

## 參考文獻

- 李源順 (2014)。數學這樣教—國小數學感教育。臺北市：五南。
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。臺北市：教育部。
- 陳嘉皇、梁淑坤 (2015)。姿勢、言辭表徵與代數思考之研究。**教育學報**，43 (1)，103-127。

陳嘉皇、梁淑坤 (2014)。表徵與國小學生代數思考之初探性研究。《教育研究集刊》，60 (2)，1-40。

Beishuizen, M. (2001). Different approaches to mastering mental calculation processes. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching* (pp. 119–130). London: Open University Press.

Bobis, J. (2007). The empty number line: a useful tool or just another procedure? *Teaching Children Mathematics*, 13(8), 410–413.

Buys, K. (2001). Progressive mathematization: sketch of a learning strand. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching* (pp. 107–118). London: Open University Press.

DiBrienza, J., & Shevell, G. (1998). Number strings: developing computational efficiency in a constructivist classroom. *The Constructivist*, 13(2), 21–25.

Dick, W., Carey, L., & Carey, J. O. (2005). *The systematic design of instruction* (6th ed), Harper Collins.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Frykholm, J. (2010). *Learning to Think Mathematically with the Number Line*. Boulder, Colorado: Cloudbreak Publishing, Inc..

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah NJ: Erlbaum.

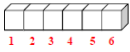
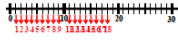
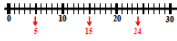
Gonsalves, N. & Krawec, J. (2014). Using number lines to solve math word problems: a strategy for students with learning disabilities. *Learning Disability*, 29(4), 160-170. doi: 10.1111/ldrp.12042

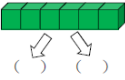
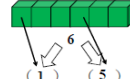
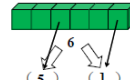
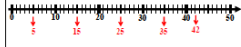
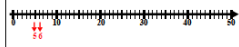
Gravemeijer, K. (1994). Educational development and educational research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education* 25(5), 443-471. doi: 10.2307/749485

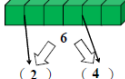
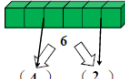
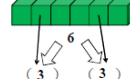
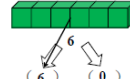
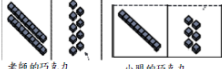
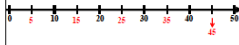
Lampert, M., Beasley, H., Ghousseini, H., Kazemi, E., & Franke, M. (2010). Using designed instructional activities to enable novices to manage ambitious mathematics teaching. In

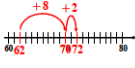
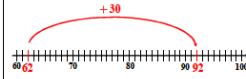
- M.K. Stein & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 129–141). New York, NY: Springer. doi: 10.1007/978-1-4419-0594-9\_9
- Mayer, R. E. (1997). Multimedia learning: Are we asking the right questions? *Educational Psychologist*, 32, 1-19. doi: 10.1207/s15326985ep3201\_1
- Mayer, R. E. (2004). Designing multimedia technology that supports human learning. In M. Rabinowitz., F. C. Blumberg, & F. T. Everson(Eds.), *The design of instruction and evaluation: Affordances of using media and technology* (pp. 33-49). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Moeller, K., Fischer, U., Nuerk, H.-C., & Cress, U. (2015). Computers in mathematics education – training the mental number line. *Computers in Human Behavior*, 48, 597-607. doi: 10.1016/j.chb.2015.01.048
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Parrish, S. D. (2011). Number talks build numerical reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 18(3), 198–206. doi: 10.5951/teacchilmath.18.3.0198
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In Streefland, L. (ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School: On the Occasion of the opening of the Freudenthal Institute*, Freudenthal Institute/CD-β, Utrecht, pp. 21–57..
- Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech. In R. W. Riebrt & A. S. Carton (Eds.), *The collected words of Vygotsky, L. S. vol. 1: Problems of general psychology* (pp.37-285). New York: Plenum.

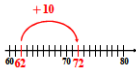
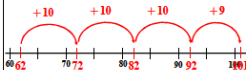
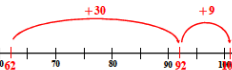
### 附錄 1 加減法文字題線段動畫表徵之學習活動

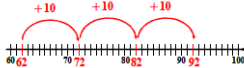
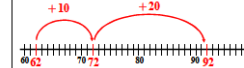
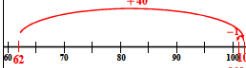
<p>運用數線表徵進行整數加減法補救教學</p>	<p>一、以下是一條積木，他是由幾個正方形方塊組成？</p>  <p>6個</p>	<p>三、做做看</p> <p>1. 小華有 18 元，請用數棒表示想法，並在數線上找出他的位置。</p> 	<p>2. 小華有 24 元，請用數棒呈現想法，並在數線上找出他的位置。</p> 
--------------------------	--	--	--

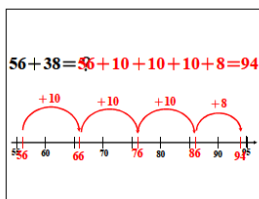
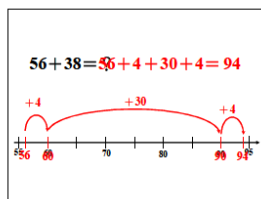
<p>二、這條積木你會怎麼分解？寫下你的想法。</p> 	<p>1. </p> <p>2. </p>	<p>18元 24元</p> <p>3. (小英) 小華的錢共有多少元？寫出算式，請用數棒呈現想法，並在數線上找出他的位置。</p> <p>小英 + 小華 = 總共有多少元</p> $18 + 24 = 42$ 	<p>24元 18元</p> <p>3. (小華) 小英多花多少元？寫出算式，請用數棒呈現想法，並在數線上找出他的位置。</p> <p>小華 - 小英 = 多多少元</p> $24 - 18 = 6$ 
---	---	--	--

<p>3. </p> <p>4. </p>	<p>5. </p> <p>6. </p>	<p>四、觀察下圖回答問題</p>  <p>老師的巧克力 小明的巧克力</p> <p>1. 老師的巧克力有幾顆？</p> <p>29顆</p> <p>2. 小明的巧克力有幾顆？</p> <p>16顆</p>	<p>29顆 16顆</p> <p>3. (老師) 兩人的巧克力總共有幾顆？請寫出算式，利用數線呈現計算的結果。</p> $29 + 16 = 45$ 
--	--	---	--

<p>數線表徵整數加法運算</p>	<p><math>62 + 10 = 62 + 8 + 2 = 72</math></p> 	<p><math>62 + 30 = 62 + 30 = 92</math></p> 	<p><math>62 + 39 = ?</math></p>
-------------------	---	---	---------------------------------

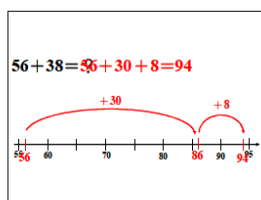
<p><math>62 + 10 = 62 + 10 = 72</math></p> 	<p><math>62 + 30 = ?</math></p>	<p><math>62 + 39 = 62 + 10 + 10 + 10 + 9 = 101</math></p> 	<p><math>62 + 39 = 62 + 30 + 9 = 101</math></p> 
--	---------------------------------	--	---

<p><math>62 + 30 = 62 + 10 + 10 + 10 = 92</math></p> 	<p><math>62 + 30 = 62 + 10 + 20 = 92</math></p> 	<p><math>62 + 39 = 62 + 40 - 1 = 101</math></p> 	<p><math>56 + 38 = ?</math></p>
--	---	--	---------------------------------



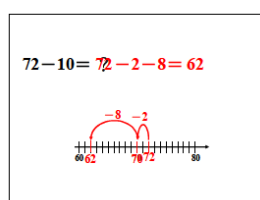
$27 + 6 = ?$   
 $27 + 16 = ?$   
 $27 + 36 = ?$

數線表徵整數減法運算



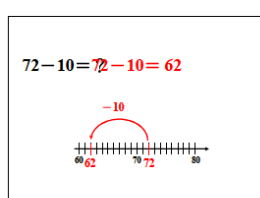
$37 + 4 = ?$   
 $37 + 14 = ?$   
 $37 + 34 = ?$

$72 - 10 = ?$

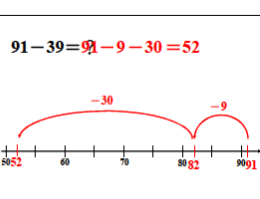
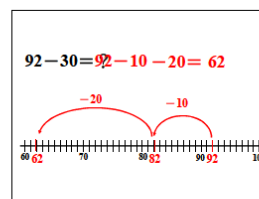
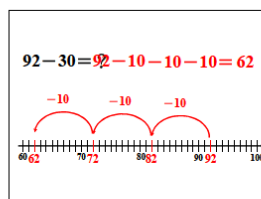


$42 + 9 = ?$   
 $42 + 19 = ?$   
 $42 + 39 = ?$

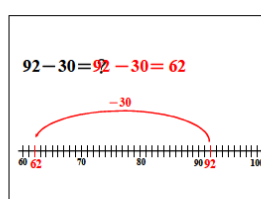
$46 + 7 = ?$   
 $46 + 17 = ?$   
 $46 + 37 = ?$



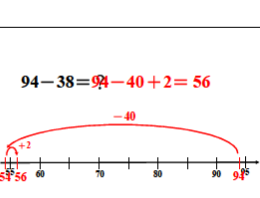
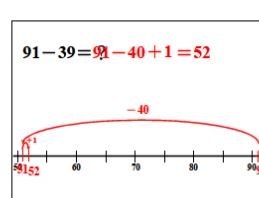
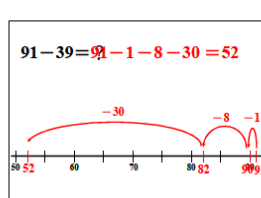
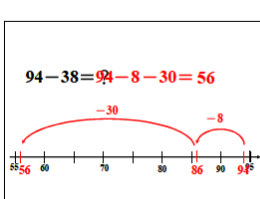
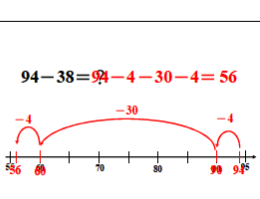
$92 - 30 = ?$



$94 - 38 = ?$



$91 - 39 = ?$



$45 - 4 = ?$   
 $45 - 14 = ?$   
 $45 - 34 = ?$

$$\begin{aligned}78 - 6 &= ? \\78 - 16 &= ? \\78 - 36 &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}53 - 7 &= ? \\53 - 17 &= ? \\53 - 37 &= ?\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}84 - 6 &= ? \\84 - 16 &= ? \\84 - 36 &= ?\end{aligned}$$

**THE END**

## 附錄 2 加減法文字題線段動畫表徵之學習活動

一、判斷下列呈現的算式，正確的請在括弧中劃○，錯誤的請劃×

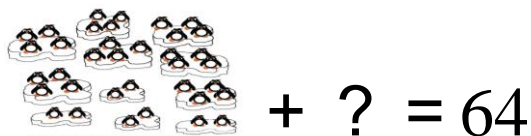
1. ( )  $17 + 30 = 30 + 17$  (比較排序)
2. ( )  $17 - 10 = 10 - 17$  (比較排序)
3. ( )  $19 + 11 = 10 + 10 + 9 + 1$  (分解組合)
4. ( )  $59 + 21 = 50 + 20 + 10$  (分解組合)
5. ( )  $37 - 23 = 30 - 23 + 7$  (分解組合)
6. ( )  $38 - 12 = 30 - 10 + 8 - 2$  (分解組合)
7. ( )  $72 - 18 = 52 + 20 - 18$  (進退位)
8. ( )  $19 + 11 = 10 + 10 + 10$  (進退位)
9. ( )  $36 + 36 = 30 + 30 + 10 + 2$  (進退位)
10. ( )  $70 - 23 = 60 - 20 + 10 - 3$  (進退位)

二、閱讀以下的故事後，想想看空格裡應該填上那個數字比較適合，請從三個選項選擇出最好的數字。

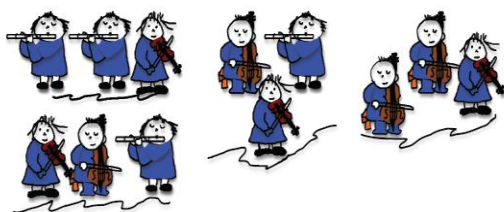
1. 小明不知道有 ( ) 顆糖果，他吃了 ( ) 後，不知道還剩下幾顆？以下哪一組的數字最適合放進這些括弧裡？請打√ (減法)  
A.( ) (27, 37, 10)    B.( ) (97, 57, 40)    C.( ) (27, 19, 46)
2. 陳老師有 ( ) 枝的紅筆，( ) 枝的藍筆，紅筆比藍筆少 ( ) 枝？以下哪一組的數字最適合放進這些括弧裡？請打√ (比較)  
A.( ) (40, 25, 15)    B.( ) (25, 40, 15)    C.( ) (25, 40, 52)
3. 小魯現在有 ( ) 元，媽媽再給他 ( ) 元，他現在總共有 ( ) 元？以下哪一組的數字最適合放進這些括弧裡？請打√ (加法)  
A.( ) (20, 5, 25)    B.( ) (35, 20, 5)    C.( ) (5, 50, 25)
4. 王媽媽做了 ( ) 塊香草餅乾，( ) 塊的香蕉餅乾，香草餅乾比香蕉餅乾多 ( ) 塊？以下哪一組的數字最適合放進這些括弧裡？請打√ (比較)  
A.( ) (80, 56, 14)    B.( ) (45, 55, 10)    C.( ) (25, 40, 65)

三、看圖回答問題

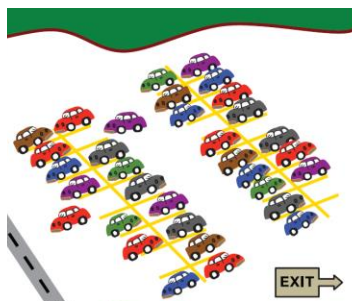
1. 木柵動物園裡現在有 36 隻的企鵝，如果要讓企鵝變成 64 隻，還需要再加上多少隻的企鵝？將你的解法寫下來。（加減數未知）



2. 音樂館裡有一些學生在練習樂器，走了 27 個同學後，現在還有 12 位同學繼續練習，想想看！原先有多少為學生在練習樂器？將你的解法寫下來。（被加減數未知）



3. 甲停車場裡停了 17 輛汽車，乙停車場裡停了 16 輛汽車，兩個停車場總共停了幾輛汽車？將你的解法寫下來。（總數未知）



4. 小武早上製作了 90 個太陽餅，小新只製作了 15 個，小武比小新多製作了幾個太陽餅？將你的解法寫下來。（總數未知）

