

ISSN 2312-7716
DOI 10.6610/TJMT

第 40 卷第 2 期
二〇一九年十月
VOL. 40 NO. 2
October 2019

臺灣數學教師

Taiwan Journal of Mathematics Teachers



國立臺灣師範大學數學系
Department of Mathematics,
National Taiwan Normal University



台灣數學教育學會
Taiwan Association
for Mathematics Education

發行單位 | 國立臺灣師範大學數學系
台灣數學教育學會

編輯委員會

主編	林原宏	國立臺中教育大學數學教育學系
副主編	林碧珍	國立清華大學數理教育研究所
	李源順	臺北市立大學數學系
編輯委員	林素微	國立臺南大學教育學系
(依姓氏筆劃排序)	徐偉民	國立屏東大學教育學系
	秦爾聰	國立彰化師範大學科學教育研究所
	張淑怡	國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
	張煥泉	苗栗縣頭份鎮信德國民小學
	陳嘉皇	國立臺中教育大學數學教育學系
	楊凱琳	國立臺灣師範大學數學系
	劉建成	桃園市平鎮區平鎮國民中學
	劉祥通	國立嘉義大學數理教育研究所
	鄭章華	國家教育研究院
	鍾靜	國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
國際編輯委員	林承瑤	美國南伊利諾大學課程與教學學系

地址	臺北市汀州路四段 88 號國立臺灣師範大學數學系 《臺灣數學教師》
電話	886-2-7734-6576
傳真	886-2-2933-2342
電子郵件	tjmtedit@gmail.com
網址	http://tame.tw/news/news.php?class=204

附 啟

1. 本期刊自 2014 年 35 卷起每年出版二期。
2. 本期刊原名《台灣數學教師(電子)期刊》，自 2014 年 35 卷第 2 期起改名為《臺灣數學教師》。
3. 本期刊電子郵件由自 2015 年 36 卷第 1 期起改為 tjmtedit@gmail.com。

版權所有，轉載刊登本刊文章需先獲得本刊同意，翻印必究

2018-2019 年審查委員
2018-2019 Editorial Review Board

林松江 Hsiao-Fang Lin

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
Department of Mathematics and Information Education,
National Taipei University of Education

秦爾聰 Erh-Tsung Chin

國立彰化師範大學科學教育研究所
Graduate Institute of Science Education,
National Changhua University of Education

張淑怡 Shu-Yi Chang

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
Department of Mathematics and Information Education,
National Taipei University of Education

陳中川 Chung-Chuan Chen

國立臺中教育大學數學教育學系
Department of Mathematics Education,
National Taichung University of Education

陳正忠 Jeng-Chung Chen

國立清華大學數理教育研究所
Graduate Institute of Mathematics and Science Education,
National Tsing Hua University

陳明璋 Ming-Jang Chen

國立交通大學通識教育中心
Center for General Education,
National Chiao Tung University

陳建誠 Jian-Cheng Chen

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
Department of Mathematics and Information Education,
National Taipei University of Education

陳榮治 Jung-Chih Chen

國立嘉義大學應用數學系
Department of Applied Mathematics,
National Chiayi University

單維彰 Wei-Chang Shann

國立中央大學數學系與師資培育中心
Department of Mathematics and Center of Teacher
Education, National Central University

游自達 Tzu-Ta Yiu

國立臺中教育大學教育學系
Department of Education,
National Taichung University of Education

楊凱琳 Kai-Lin Yang

國立臺灣師範大學數學系
Department of Mathematics,
National Taiwan Normal University

鄭英豪 Ying-Hao Cheng

臺北市立大學數學系
Department of Mathematics,
University of Taipei

謝佳叡 Chia-Jui Hsieh

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系
Department of Mathematics and Information Education,
National Taipei University of Education

主編的話

本期刊由國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會共同發行，收錄有關數學教學、學習與評量等實務論文，此次發行第40卷第2期。本期刊誠摯邀請數學教育實務輔以學理支持的論文稿件，期能深化數學教育之創新與實踐，俾供數學教師參考。近年來本期刊的論文也逐漸受到數學教師和研究者的評閱，歡迎大家繼續來深耕數學教育研究與實務的園地。

本期論文共有二篇，第一篇是徐慧中、徐偉民所撰寫的〈以差異化教學實施國小混齡數學補救教學之行動研究〉，這篇論文探討以差異化教學於國小混齡班級進行數學補救教學，顯現對於學生的學習表現有所助益，且對數學學習之自我效能感有所提升；而教學者亦從教學歷程中，在課程設計、教學實施策略都有成長，這篇論文可供國內實施數學混齡教學參考。第二篇是曾玉庭、袁媛所發表的〈數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究〉，此篇論文是透過數學寫作教學活動，來促進師生溝通能力之行動研究。本研究聚焦於數學素養中所強調的溝通能力，該研究指出教師應有彈性而不拘泥的思維，在表徵運用和溝通引導方面，透過數學寫作有助教師改變教學思維，增進師生間的溝通互動。這篇論文可提供數學素養教學中數學溝通議題的參考。

本期刊能順利出版完成，首先要感謝所有審查委員用心地撥冗審查論文並提供寶貴意見，讓論文更臻完善。同時也非常感謝兩位副主編和編輯委員會委員的奉獻付出。而編輯助理的辛勞服務，讓本期刊運作能更臻完善。最後，尚祈各位先進繼續給予本期刊指導和投稿，您的支持與鼓勵能讓本期刊不斷精進。

《臺灣數學教師》主編

林原宏 謹誌

臺灣數學教師

第 40 卷 第 2 期

2005 年 3 月創刊

2019 年 10 月出刊

目錄

- 以差異化教學實施國小混齡數學補救教學之行動研究 1
／徐慧中、徐偉民
- 數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究 29
／曾玉庭、袁媛

Taiwan Journal of Mathematics Teachers

Vol. 40 No. 2

First Issue: March 2005

Current Issue: October 2019

CONTENTS

- An Action Research of Mathematics Remedial Instruction by
Differentiated Instruction Strategies on a Mixed-age Class 1
/Hui-Chung Hsu 、 Wei-Min Hsu
- An Action Research of Applying Mathematical Writing to
Develop Fourth Graders' Mathematical Communication Ability 29
/Yu-Ting Zeng 、 Yuan Yuan

徐慧中、徐偉民（2019）。
以差異化教學實施國小混齡數學補救教學之行動研究。
臺灣數學教師，**40**（2），1-28
doi: 10.6610/TJMT.201910_40(2).0001

以差異化教學實施國小混齡數學補救教學之行動研究

徐慧中¹ 徐偉民²

¹桃園市有得雙語中小學

²國立屏東大學教育學系

考量到參與數學補救教學的學生來自不同的年級，以及不同的學習表現，所以本研究採混齡編班及差異化的教學方法，來提升學生的學習表現，並探討差異化教學實施的歷程。本研究採行動研究法，5位二至四年級的學生參與本研究，實施32節課的補救教學，透過線上診斷測驗、認知測驗、數學自我效能感量表、教師反省日誌、學生解題紀錄等資料的蒐集與分析，來了解學生參與補救教學前、中、後的表現，以達成本研究的目的。結果發現，整個教學實施可分為嘗試期、調整期和穩定期三個階段，且差異化教學的實施能提升學生的數學學習表現和自我效能感，同時教師經過行動研究後，在課程設計、教學實施、教學策略都有所成長。

關鍵詞：差異化教學、國小混齡、數學補救教學

壹、研究動機與目的

呂炎玲（2016）指出國小補救教學實施之困境包含教師專業不足、課程文化不利、輔導知能欠缺、城鄉差距擴大、家庭功能不彰等五項因素，使得開班困難。而根據補救教學實施方案（教育部，2017），學校因特殊原因有開班困難時，得報請地方政府同意，依實際情形開班，編班方式得採小班、協同、跨年級等方式實施。其中混齡教學的實施，對於學生人數不足、教育資源閒置的學校而言，提供了另一種更彈性、更有效整合教育資源的可能性（林欣毅、鄭章華、廖素嫻，2016）。然而混齡教學中常因學生的年齡、家庭背景、學習程度上的差異，使得差異化教學的實施顯得困難重重。林欣毅等人（2016）指出，在實施混齡教學時，教師鮮少在教學中顧及教學內容差異化，以彌平混齡班級學生間的學習落差。因此，對於混齡教學而言，差異化教學是重要且需要被更多教育工作者關注與研究的。因此，研究者選擇使用差異化教學來進行跨年級混齡數學補救教學的研究。

混齡教學雖提供教學者充足的彈性，但具體的課程內容、教學實施對教師而言都是一大挑戰（陳黎娟，2018）。Tomlinson（2014）指出，對於同一教室中具有不同學習基礎與需求的學生，應從課程內容、學習過程與學習成果三者中實施差異化教學，才能符合不同學習程度學生的需求。但在實際進行教學時，尤其針對數學補救教學的學生，究竟要如何實施？實施的過程中會遇到那些問題？能否提升學生的學習表現，包括對自己數學學習的自我效能？這些都有許多未知之處。因此，研究者決定採用計畫、行動、觀察、反思、再計畫的行動研究歷程（Carrier & Kemmis, 1986），以差異化教學運用在國小低、中年級的混齡數學補救教學班級，進行數學補救教學，探討對於學生數學學習的影響，以及在教學研究過程中自身的專業成長。本研究的目的如下：

- 一、探討以差異化教學實施數學補救教學前學生的學習表現和數學自我效能感。
- 二、探討以差異化教學實施數學補救教學行動的歷程。
- 三、探討以差異化教學實施數學補救教學後學生的學習改變。

貳、文獻探討

一、差異化教學之相關研究

目前教育現場實施差異化教學的個案並不多，研究者整理關鍵字「差異化教學」，

從華藝線上圖書館與臺灣碩博士論文知識加值系統中搜尋出數篇，未開放瀏覽的文獻排除在外，已開放瀏覽並針對數學進行差異化教學的研究僅有 4 篇，如表 1。其中，林欣毅等人（2016）的研究對象為國中小混齡，與本研究的研究對象相近，可從中參考其實施方式。本研究因考量到研究對象與研究時間，選擇參考林佩璇（2016）實施的差異化教學流程，將教學流程劃分明確的「合」與「分」界線，並參考林欣毅等人（2016）差異化教材設計之原則，設計本研究之小組分層任務與個人平行任務，以供差異化教學實施時作為評量學習成就與數學自我效能之依據。

表 1

差異化教學相關研究彙整表

篇名	年代	作者	研究發現
差異化教學的矛盾與轉化：活動理論觀	2016	林佩璇	差異化教學的矛盾包含理論的牽絆、學校課程進度的限制、標籤文化的影響和班級的孤立感。
國中數學差異化教材設計與實施初探	2016	鄭章華 林成財 蔡曉楓	差異化教材設計的四項原則提供學生學好數學的機會，並帶給學生正向的學習經驗。運用形成性評量探查學習差異，並針對差異來進行差異化教學。
混齡教學於國中小階段之實施方式與支持措施—多重個案探究	2016	林欣毅 鄭章華 廖素嫻	混齡教學的原因可分為：因教育理念而實施、因現實考量而實施；混齡教學的實施方式至少包括：探究式教學、協同教學、合作學習、差異化教學。
差異化教學應用於補救教學之行動研究	2015	孫允梅	差異化教學應用於補救教學有兩種教學模式，一為進度式，二為主題式；研究對象的數學學習成就皆有一小幅提升，學習動機則是有七人提升、一人持平。

二、自我效能感與學習成就之關聯

Bandura（1977）在自我效能論中曾提及成功與失敗的經驗會影響自我效能，成功可提高，而重複的失敗，則會減低效能；一旦成功的經驗建立高效能後，高效能者會將偶爾產生的失敗歸因於情境因素，而非歸因於能力不足。許瑋芷（2012）以 121 位中部地區國民小學五年級學生為研究樣本，指出高數學自我效能者，其數學學習態度同時較正向，且自我效能是可以被改善的，建議教學者可使用不同教學策略提升學習者的數學自我效能，同時也提升學習者的學習成效及態度。張宇樑（2011）以 174 所中部地區國

民小學之五年級學生為母群，依照學校規模大小分層隨機抽樣來選取樣本，發現不同程度數學自我效能感之學生其數學學業成就皆有顯著差異存在，且學生之數學自我效能感能有效預測其數學學業成就。

根據文獻顯示，五年級學生的自我效能感與學生的學習成就呈顯著差異，且學生的自我效能感越高，其學習成就也會越高。但國小中低年級的學生是否在接受差異化補救教學後，學習表現和自我效能感均能有所提升？這是研究者所感興趣的，也藉此將自我效能感的研究延伸到中低年級階段。

三、數學補救教學之相關研究

研究者以國民小學階段為範疇，蒐集近十年數學補救教學的相關研究，經整理後如表 2。其中只有杜竹萱（2017）以混齡教學實施國小一、二年級的數學補救教學，該研究結果顯示圖像表徵策略可幫助學生解決解題困難，數學遊戲策略則可幫助學生理解文字題意與提升學習興趣，後設認知策略有助於學生解題歷程步驟化，這些發現可作為本研究執行之參考。

表 2

數學補救教學相關文獻之整理

篇名	年代	作者	研究發現
應用合作學習於國小四年級低成就生數學補救教學之研究	2018	謝秀雲	合作學習法能提升數學學習低成就學生的學習成就表現與學生的學習態度。
數學文字題解題困難學童補救教學策略之行動研究—以國小低年級混齡班原住民學生為例	2017	杜竹萱	圖像表徵可幫助學生解決解題困難，數學遊戲則可幫助學生理解文字題意與提升學習興趣，後設認知策略有助於學生解題歷程步驟化。
低成就原住民學生幾何之困境及補救教學之成效	2014	劉惠玲	學習成就提升且發現原先對於立體形體中面的概念得到澄清，也改善了錐體及柱體的認知。
透過數學遊戲進行補救教學之研究—以國小二年級加減法與乘法為例	2014	陳慧煒	低成就學生的學習成就與學習態度皆有所提升。

表 2 (續)

同儕教導制之數學補救教學 效益探究～以山水國小為例	2012	黃詒嫻	同儕教導的補救教學能有效提升學生的學習興趣和自信。
提升國小六年級學童數學文 字題閱讀理解能力之研究	2011	陳碧祥 魏佐容	實驗組學生後測成績顯著優於控制組，且高中 低學生習慣使用的理解方式及解題技巧策略不 同。
數學低成就學生實施補救教 學困境之研究—以台東縣某 國小為例	2010	張福松	透過制定適當的獎勵措施來建立學生自信、建 立良好的親師溝通管道、設計多元有效的教學 課程、學校行政的協助及配合等，來提升學生 的學習表現。
不同電腦輔助學習策略輔助 數學分數概念課程學習效益 之研究	2009	王曉璿	轉換不同表徵可使學生對分數概念產生有意義 的學習，接受遊戲式學習策略學生的學習成就 優於接受引導式表徵陳述策略的學生。
等值分數補救教學之研究	2007	洪素敏 楊德清 蔡鳳秋	學生在等值分數概念顯著成長。
數位個別指導教材研發與適 性補救教學模式之研究—以 國小五年級數學“因數與倍 數”單元為例	2007	林立敏 白曉珊 郭伯臣 劉育隆	實驗組與對照組平均分數在補救教學後皆達顯 著的進步，數位個別指導教材配合教師來進行 適性補救教學有一定程度之效果。

另外，從表 2 來看，在數學補救教學相關研究中，大多以「數與量」和「幾何」為補救教學的主題，顯示學生普遍於這兩主題的學習表現較差；另外大多採分齡編班實施來實施，混齡的研究並不多見。因此，本研究針對混齡的學生來進行數學補救教學的研究，希望可以提供不同的研究案例供未來教學研究的參考。

參、研究方法

一、研究架構

本研究採 Carrier 與 Kemmis (1986) 提出的螺旋循環模式，將行動研究過程修改為「計畫、行動、觀察、反思、再計畫」的循環。再根據 Tomlison (2014) 所指出的差異

化教學三大主軸，包括課程內容、學習過程及學習成果為差異化。第一主軸課程內容差異化又細分為三種類型，分別為內容學習準備度、內容興趣、內容學習風格，本研究僅以內容學習準備度作為主要課程內容的差異化；第二主軸學習過程差異化則依循內容學習準備度再以全班講述、多層作業、全班講述、平行任務的流程進行學習過程差異化，並指導學生將學習過程記錄在自己的學習紀錄簿中；在第三主軸主要依照學生數學成就表現以及學習紀錄簿來呈現學習成果差異化。整合上述以差異化教學法進行補救教學的教學內容以圖 1 差異化教學之架構圖呈現。

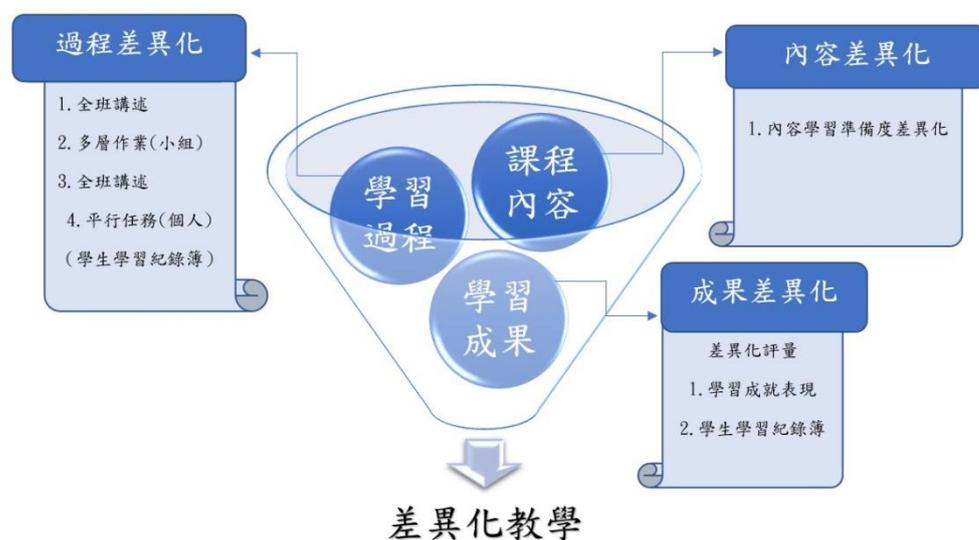


圖 1 差異化教學之架構圖

本研究進行時，會針對需要進行補救教學學生在教育部補救教學的篩選測驗中，最需要進行補救教學的主題來進行前測，以了解學生接受差異化補救教學前的學習表現，同時也根據學生的前測結果來規劃與設計學習的教材。進行差異化的補救教學後，再進行後測來了解補救教學實施的成效。其中，在差異化教學的實施上，參考林佩璇(2016)之研究，改編而成差異化教學流程圖，如圖 2，在本研究為期兩週的差異化教學中，以「合、分、合、分、合」的教學架構為每單元的課程模式。第一次的「合」為全班進行前測卷的施測以及以徐偉民(2011)所發展的數學補救教學(Mathematics Remedial Instruction, MRI)的教材進行教學，課堂中以教師授課為主，學生在課堂中也須在學生學習紀錄簿上做課堂練習；第一次的「分」為小組多層任務，為因應個別學生在各種單元產生的不同程度表現，教師將依據學生在每個單元的表現採能力分組，增加學生間搭起鷹架模式(Vygotsky, 1978)的各種機會，也避免學生習慣在小組中扮演固定角色(張

新仁，2004)；第二次的「合」是在小組任務結束後，讓學生共同討論 A、B 兩個任務題幹，並一起檢視任務是否正確完成，教師擔任引領者在旁補充澄清，討論結束後則繼續授課；第二次的「分」為學生進行個人的平行任務，依照難易度分為 a、b、c 三種級別任務，但教師並未表示出三項任務的難易度，學生個人欲執行的任務是依其對於自己的能力程度去選擇，教師可由此窺見學生的自我效能感；第三次的「合」在學生執行完個別任務時，教師對每項任務對個別學生作指導，最後進行單元的後測評量，完成一個單元的教學流程。

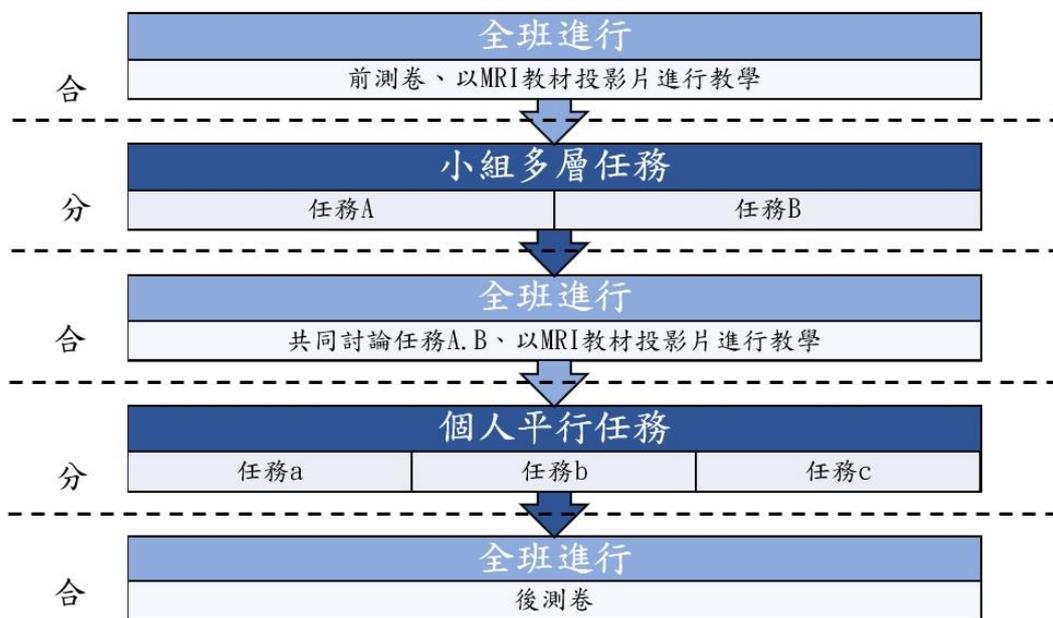


圖 2 差異化教學流程圖

二、研究對象

本研究所選對象為研究者所任教高雄市某國小參加暑期兩週補救教學的二、三、四年級學生，二年級學生兩名(S4、S5)，三年級學生兩名(S2、S3)，四年級學生一名(S1)。S5 在 106 學年度第一學期的篩選測驗中未通過，但第二學期施測結果通過，但學校希望 S5 持續參與補救教學直至狀態穩定，故雖 S5 通過測驗，暑期依舊參與補救教學；S1~S4 皆為 106 學年度第一、二學期篩選測驗皆未通過之學生。

三、研究工具

(一)線上診斷測驗

線上診斷測驗是指教育部補救教學評量系統的篩選測驗，研究者在進行研究前，參考篩選測驗結果以檢視研究對象在數學各單元中的表現，並統計整理欲參加補救教學之學生學習成就較低的單元，做為日後實施差異化教學的單元。

(二)認知測驗與學習成就檢核表

認知測驗及學習成就檢核表採用徐偉民（2011）所發展 MRI 數學補救教學教材中所檢附的前測及後測卷、學習成就檢核表。前測及後測卷之題目是依照分年細目表中的學習目標所編制，學習成就檢核表是以後測卷之答題情形做為檢核依據，分為「達成」、「部分達成」、「未達成」，分別給予 1 分、0.5 分和 0 分，分數加總後除以所有的目標數，則可得出該單元學習目標的達成率。

(三)自我效能量表

自我效能表採用張宇樑（2011）所發展的「國小學生數學自我效能感量表」，該量表包含兩個面向，一是「一般性自我效能感—與數學學習相關」面向，包含四部份：社會（含學校）資源之獲得、學業成就、自我調整（自律）學習、符合他人期望；二是「數學學習自我效能感」面向，包含三部分：數學學習認知、數學學習策略、數學考試準備。該量表的計分參考了 Bandura（2006）提出的建議，以 0 至 100 的十一等級讓學生填答信心等級，每等級的間格為 10，「0」表示「完全不能或沒有做到」或完全沒有信心，「50」表示「中等程度的確定能做到」或有一半的信心，「100」則表示「高度肯定能做到」或完全有信心。

(四)教師反省日誌

教師反省日誌包含了教學紀錄、學生表現、檢討省思、和教學調整等四部分，以記錄教師的教學內容、每位學生的學習狀況與課堂表現（註明其概念不清之部分）、教學後檢討省思教學須改進之處、以及日後教學須調整之處等內容。

(五)學生學習紀錄簿

學生的學習紀錄簿供學生依照自己的學習習慣來做課堂筆記、課堂練習、小組分層任務及個人平行任務的紀錄等，供日後進行不同資料間的比對之用。例如，學生傾向於選擇何種難易度的個人任務，則可與學生數學自我效能感資料之比對；學生於課堂練習題所做的紀錄，則可與學習成就的資料做比對。

四、資料蒐集與資料分析

本研究蒐集的資料包含量化資料與質性資料兩部分，在量化資料方面包含了線上診斷測驗、認知測驗與檢核表、數學自我效能表等；質性資料包含了教師反省日誌與學生學習紀錄簿等。而資料分析的部分則採資料的三角驗證，進行不同資料類別的比對，以回答本研究的目的。表 3 是本研究資料來源之三角驗證分析與研究目的之間的關聯。

表 3
研究目的與資料來源之三角驗證分析

研究目的	資料來源
一、探討以差異化教學實施數學補救教學前，學童的學習表現。	1.補救教學電腦化篩選測驗 2.認知測驗前測卷 3.學習成就檢核表 4.國小學生數學自我效能量表
二、探討以實施差異化教學行動研究的歷程。	1.教師反省日誌 2.學生學習紀錄簿
三、探討實施差異化教學行動研究後學生的學習表現與教師的專業成長。	1.認知測驗後測卷 2.學習成就檢核表 3.國小學生數學自我效能量表 4.教師反省日誌

(一)線上診斷測驗

研究者蒐集五名研究對象於 2018 年 5 月補救教學電腦化篩選測驗施測結果，以數學能力指標五大主題統計研究對象於各主題的答對率進行個別統計，以百分比方式量化分析，作為選定補救單元進行教學的依據。

(二)自我效能量表

研究者根據所蒐集的國小學生數學自我效能量表個別計算六部分得到的平均數，依據不同題型與題意採現象分析法，細看每部分平均分數於研究進行前後的差異；再以二大面向總平均分數分析整體研究對象於數學自我效能感之改變情形做闡述。

(三)認知測驗與學習成就檢核表

認知測驗與學習成就檢核表是以認知測驗中的後測卷之答題情形做為檢核依據，將每項學習目標的計分加總則可得出該單元之學習目標達成率，教師於勾選部份達成或未達成之學習目標，舉例說明原因並附上解題紀錄。

上述三項量化資料主要為探討以差異化教學實施數學補救教學前後學童的學習表現之資料。

(四)教師反省日誌

按照教學單元五回合分別依照教學紀錄、學生表現、檢討省思、教學調整為做紀錄，其中的學生表現會註明每位學生於教學進行中的回應熱絡程度、對於個人獨立解決任務之表現、教學進行後之後測表現與其概念不清之處，用以對照與其他工具所蒐集之資料是否一致。

(五)學生學習紀錄簿

研究者依照學生的課堂筆記、課堂練習，小組分層任務及個人平行任務等記錄進行數學自我效能感與學習成就改變情形之分析，例如學生於教學前期傾向於選擇較簡單的個人任務，則顯示為學生的數學自我效能感低落；若教學後逐漸開始選擇較困難的個人任務，則顯示為學生的數學自我效能感有提升之現象。學生於課堂練習題所做的練習過程紀錄，則能觀察學生的學習概念建立之歷程。

上述二項質性資料主要為探討以實施差異化教學行動研究的歷程。

肆、研究結果

一、數學補救教學前學生的學習表現

(一)補救教學電腦化篩選測驗的結果

五位參與研究的學生在 2018 年 5 月進行的補救教學電腦化篩選測驗，在數與量、幾何、代數等主題的表現，以該學習階段之篩選測驗的總題數作為分母，各主題答對題數為分子，換算為百分率。結果發現，五位學生在數與量的平均答對率為 60%，幾何平均答對率為 30%，這兩個主題的答對率較低，所以研究者選定數與量與幾何來實施差異化教學。其中在數與量的主題還可以分為整數、分數與小數、量與實測三種類型，幾何還可分為平面圖形、圓形兩種類型，但分數與小數題型和圓形題型非 S4、S5 之學習階段所學，而量與實測在 S1、S2、S3 學習階段所涉及的題數太少，故本研究僅選定整數

與平面圖形 2 個主題來實施，並採用徐偉民（2011）所發展的 MRI 教材中相關的教材與測量工具，其中整數主題包含了整數、整數加減、整數乘除、整數四則等四個回合，而平面圖形則有平面圖形基本性質，共有 5 個回合的教材和相關檢測工具。

(二)差異化教學實施數學補救教學之前測之結果

五位學生在徐偉民（2011）MRI 教材開發的各回合測驗中，表現的結果分析如表 4 研究對象於實施數學補救教學之前測結果中對應各單元內概念不清之處，並於下方說明之。

表 4

研究對象於實施數學補救教學之前測結果中對應各單元內概念不清之處

研究對象	單元	整數	整數加減	整數乘除	整數四則	平面圖形基本性質
S1		無	無	平分與分裝 除法問題 除法直式	混合四則 兩步驟問題	物體的水平與 垂直現象 圖形的邊長與 周長 角度比較
S2		數量比較 位值換算 具體情境中 認識遞移律	10 以內的加減法	兩步驟問題	因測驗題數少， 無法了解其起點 行為是否已具備 整數四則須有的 先備知識	超過一半的概 念
S3		具體情境中 認識遞移律	請假無法蒐集其前 測的表現	請假無法蒐 集其前測的 表現	因測驗題數少， 無法了解其起點 行為是否已具備 整數四則須有的 先備知識	圖形的周界 測量周長 角度比較

表 4 (續)

S4	數量比較	10 以內的加減法	分裝與平分	加法順序改變	測量線段長度
	位值換算	加減法混合 二位數及三位數直 式計算	減乘兩步驟 問題	不影響其和的 性質不熟練	圖形的邊長關 係 物體的水平與 垂直現象
S5	具體情境中	10 以內的加減法	分裝與平分	請假無法蒐集	請假無法蒐集
	認識遞移律		減乘兩步驟 問題	其前測的表現	其前測的表現

在整數的前測中，學習階段較高的 S1 達成率 100%，代表概念清楚；S2 與 S4 在數量比較、位值換算上表現較為不足，而 S2、S3、S4、S5 則皆在具體情境中認識遞移律的概念模糊。在整數加減的前測中，S1 的達成率 100%，代表概念清楚；S2 與 S5 在 10 以內的加減法較不熟練，而 S4 則是在 10 以內的加減法、加減法混合、二位數及三位數直式計算概念皆為模糊，S3 請假而無法蒐集其前測的表現。在整數乘除的前測中，S1 對於平分與分裝、除法問題、除法直式計算概念不清；S2 在兩步驟問題概念模糊，S4 與 S5 則是分裝與平分、減乘兩步驟問題概念皆為模糊，S3 請假而無法蒐集其前測的表現。在整數四則的前測中，S1 對於混合四則兩步驟問題較不熟練；而 S2 與 S3 的達成率雖為 100%，但因測驗題數少，無法了解其起點行為是否已具備整數四則須有的先備知識，對此稍作保留；而 S4 則對於加法順序改變不影響其和的性質不熟練，S5 請假而無法得知其前測的表現。

在平面圖形基本性質的前測中，S1 在此單元對物體的水平與垂直現象、圖形的邊長與周長、角度比較上概念不清；S3 在圖形的周界、測量周長、角度比較上概念模糊；S5 在測量線段長度、圖形的邊長關係、物體的水平與垂直現象上概念模糊；S2 則是有超過一半的概念皆不足，S4 請假無法了解其前測的表現。

根據學生在上述五回合前測的表現，研究者根據學生概念不清之處進行教學單元設計，並於以下說明差異化數學補救教學實施的歷程。

二、差異化教學實施數學補救教學之歷程

(一)課程實施與修正

本研究實施差異化數學補救教學 32 節課期間，分為嘗試、調整、穩定三個時期來

進行課程的實施與修正。研究者蒐集五位學生在各回合的學習成就檢核表與學習紀錄簿中的解題算式，對照教師反省日誌中的記錄，整理後做以下呈現。

1. 嘗試期（8 節）

本研究在嘗試期中進行了整數及整數加減兩回合的教學，以學生課堂中學習表現來分析形成的原因，以作為修正調整教學的依據。表 5 是本研究嘗試期的教學單元、教學內容、學生學習表現、分析原因、如何調整等面向。

表 5
差異化教學實施數學補救教學之嘗試期紀錄表

教學 回合	教學內容	學生學習表現		分析原因	如何調整
		認知	情意		
整數	認識位值 幣值換算 認識數量大小 認識大數 小組任務 個人任務	S2S4 幣值換 算不熟練 S2S3S4 比較 大小的概念 模糊	S2S4 個人任 務執行意願 低 S1S2S3S5 答 題被動	答題粗心 自信低落 高依賴性	1.同一題型針對各階段 設計 2-3 題回答與練習 2.教師適時鼓勵與協助 學生答題
整數 加減	認識術語 十以內加減法 直式計算 算式記錄問題 二位數三位數 的直式計算 小組任務	S2S4S5 加減 混合 S4 二三位數 計算不熟練	S2 無法接受 同學指教 S2S3S5 無法 主動尋求協 助 S2S4 上課不 專心	答題粗心 一二位數計 算不熟練 自信低落	1.操作教具桌遊或遊戲 融入學習提高學習興 趣 2.三明治讚美法兼顧讚 美與建議

整數回合教學結束後，研究者發現學生於幣值換算、比較大小等概念較不熟悉，且多數是因答題粗心與沒看清楚題目，如 S3 於整數單元作答錯誤之題目（圖 3），可看出學生於 2-n-02 第一題因多數一個十元而回答錯誤，又於 2-n-03 第一題因看成從小到大的順序而選了選項三答題錯誤。

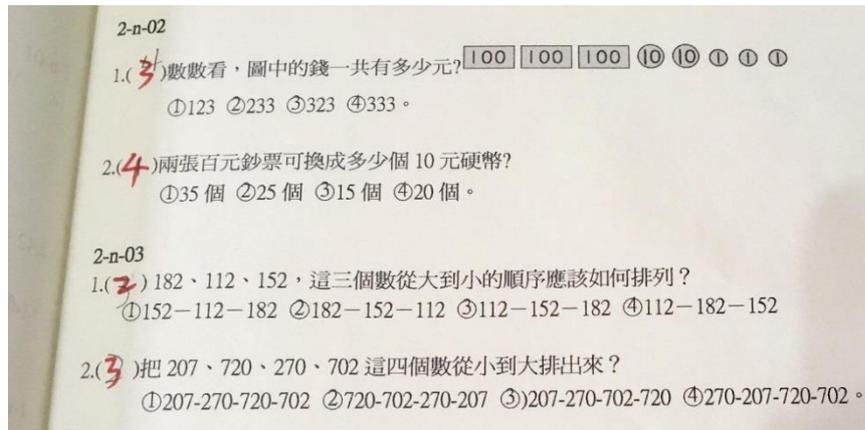


圖 3 S3 於整數回合作答情形

再者，研究者觀察到大部分學生主動回答問題的情況不常見，只有遇到自己較有把握且熟悉的題型才會舉手作答。學生的依賴性較強，比起自己獨立完成個人任務，反而在共同解決小組任務時較踴躍參與。研究者便依上述觀察現象做以下的教學調整：1.在教學時於同一題型針對各學習階段設計 2 至 3 題，並讓符合該學習階段的學生進行回答與練習。2.教師在學生進行個人任務時從旁鼓勵學生，並從旁觀察，於學生停留在任務許久時適時給予協助。

整數加減回合教學後，研究者發現學生於加減混合與二三位數的計算不熟練。經了解後發現可能除了答題粗心外，基本的一二位數計算不熟練，以致二三位數的計算也連帶答題錯誤，如 S2 於整數加減單元作答錯誤之第一題，可看出學生於 2-n-09 第一題因理解題意錯誤而答錯，3-n-02 第二題則因只選了正確直式忽略運算符號而選了選項三答題錯誤（圖 4）。

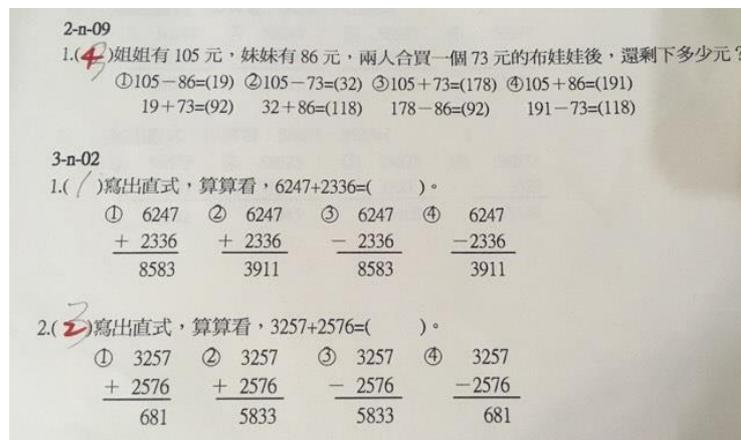


圖 4 S2 於整數加減回合作答情形

另外，研究者觀察到學生的學習表現仍維持被動，無法主動尋求協助的學生也佔多數；S2 於上台練習作答錯誤時無法接受同學的指教，執行小組任務時也處於發呆的狀態。研究者便依上述觀察現象做以下的教學調整：1.學生上台練習解題時，使用三明治讚美法，先給予肯定，再溫和指出需改進部分，最後再次給予正向鼓勵，讓學生更能願意接受他人的指導。2.對於桌遊融入學習數學，學生的接受度很高，之後可以準備操作型教具或是遊戲讓學生從中學習以提高學習興趣及意願。

2. 調整期（12 節）

研究者根據嘗試期所分析影響學生學習表現之原因，進行修正調整教學後，再於調整期進行整數加減、整數乘除及整數四則等三回合的教學，並再次以學生的學習表現來分析原因，作為後續修正調整教學的依據。表 6 為調整期的教學紀錄表。

表 6

差異化教學實施數學補救教學之調整期紀錄表

教學 回合	教學內容	學生學習表現		分析原因	如何調整
		認知	情意		
整數 加減	應用問題 列式計算 多位數加減法 個人任務	S4 多位數借位 計算不熟練 S4 應用題意理 解不清	S1S5 學習興 趣提升	答題粗心 一二位數計 算不熟練 關鍵字答題	1.同一題型 針對各階段設計 2-3 題回答與練習
整數 乘除	幾個一數 乘法的意義 分裝與平分 十十乘法 兩步驟問題 三位數乘除法 大位數乘除法 多步驟四則 混合計算 小組任務 個人任務	S1 多位數除法 S1S4S5 分裝與 平分概念不清 S2S4 兩步驟問 題不熟練 S2 乘法背誦不 熟悉	中年級 S1 主 動協助低年級 S2S3 學習興 趣提升	答題粗心 關鍵字答題 九九乘法背 誦不熟練	1.多樣方法將兩步 驟問題具象化

表 6 (續)

整數	加法交換律	S1 兩步驟文字	S1-S5 學習	答題粗心	1.提高個人任務題型的
四則	乘法結合律	題概念不清	興趣提升	練習不足	多樣性
	併式紀錄計算	S4 加法交換律			
	小組任務	不熟練			

整數加減回合教學結束後，研究者發現學生於多位數的計算不熟練，且應用題意理解不清。經了解後發現可能除答題粗心外，基本的一二位數計算不熟練，且依賴關鍵字答題，以致答題錯誤。如 S4 在 2-n-05 第一題因看到了「鵝比鴨子多」就選擇用減法把多的減掉而回答錯誤，第二題則因只選了正確直式而忽略答案的正確性（圖 5）。

2-n-05

1. (Z) 農場上有 231 隻鴨子，鵝比鴨子多 68 隻，農場上有幾隻鵝？

① 231 ② 231 ③ 231 ④ 231

$$\begin{array}{r} 231 \\ +68 \\ \hline 911 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ + 68 \\ \hline 299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 68 \\ \hline 162 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 68 \\ \hline 163 \end{array}$$

2. (B) 快樂國小三年級男生有 176 人，女生有 92 人，三年級男生和女生相差多少人？

① 176 ② 176 ③ 176 ④ 179

$$\begin{array}{r} 176 \\ - 92 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ + 92 \\ \hline 299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ - 92 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179 \\ - 92 \\ \hline 87 \end{array}$$

圖 5 S4 於整數加減回合作答情形

整數乘除回合教學結束後，研究者發現學生於多位數除法、兩步驟問題、乘法背誦等尚待加強。經了解後發現，學生因基本的九九乘法背誦不熟悉，如 S2 在整數乘除回合時因背誦錯誤，而選錯了答案(圖 6);再加上因題意理解不清而習慣使用關鍵字答題，而隨便選了一個選項(圖 7)。

2-n-07

1. (Z) 9 個蘋果裝成一盒，54 個蘋果可以裝成幾盒？

① $54 \div 6 = (9)$ ② $54 \div 9 = (6)$ ③ $54 \div 6 = (8)$ ④ $54 \div 9 = (5)$

圖 6 S2 整數乘除回合作答情形一

4. (Z) 一包科學麵有 8 元，媽媽買了 4 包，阿姨買了 9 包，阿姨比媽媽多付多少元？

① $9 - 1 = 8$ ② $9 - 8 = 1$ ③ $9 - 4 = 5$ ④ $8 - 4 = 4$

$8 \times 8 = 64$ $8 \times 1 = 8$ $8 \times 5 = 40$ $9 \times 4 = 36$

圖 7 S2 整數乘除回合作答情形二

整數四則回合教學後，研究者發現學生於兩步驟文字題概念不清。經了解後發現，S1 因粗心將「2 箱」誤看成「2 顆」，因而答題錯誤，如圖 8；而 S4 也是因讀題太快，以致答題錯誤，如圖 9。

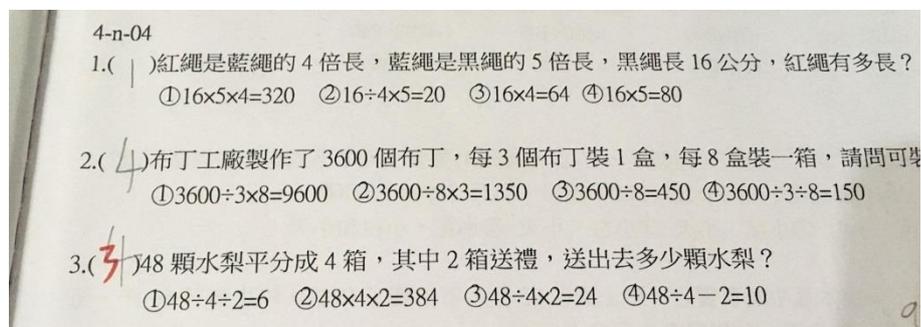


圖 8 S1 整數四則回合作答情形

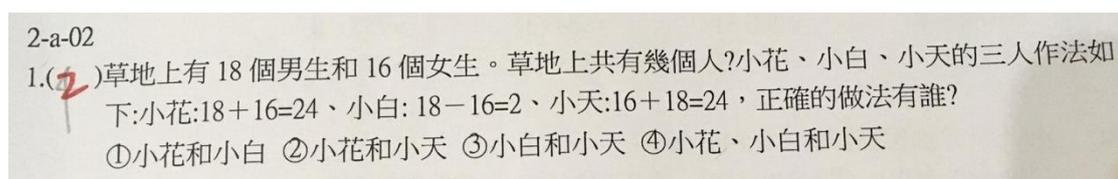


圖 9 S4 整數四則回合作答情形

研究者按嘗試期所擬進行修正與調整，發現在以遊戲融合教學後，學生的學習興趣明顯提高，且學生也開始願意主動回答問題與尋求幫忙，甚至中年級的學生能主動協助低年級的學生，但練習不足與答題粗心仍是學生答題錯誤的主因。研究者依上述觀察現象做以下的教學調整：1.同一題型針對各階段設計 2-3 題回答與練習。2.除了提供教具讓學生將兩步驟問題具象化理解，也可再讓學生自己以圖示呈現對題意的理解，並從中觀察學生的迷思。3.教師可提高個人任務題型的多樣性，同時提供低年級可自行練習的銜接題型。

3. 穩定期 (12 節)

研究者根據調整期所分析影響學生學習表現之原因，進行修正調整教學後，在穩定期進行整數四則、平面圖形基本性質兩回合的教學，並觀察紀錄穩定期時學生課堂的學習表現，如表 7。

表 7

差異化教學實施數學補救教學之穩定期紀錄表

教學 回合	教學內容	學生學習表現	
		認知	情意
整數四則	乘法對加法的分配律 多步驟合併算式	S1-S5 多步驟 合併算式能力 漸增	S1-S5 主動練習
平面圖形基 本性質	認識線、平面圖形與立體圖形 繪製平面圖形 形體的平鋪與堆疊 認識頂點、邊與角 平行與垂直 使用直尺繪製線段與量長度 認識平面圖形的邊長關係與周長實測 認識角與比大小 切割重組圖形 小組任務 個人任務	S2 圖形平移 S2 翻轉切割 概念模糊 S1S2S3 平面 圖形的邊長周 長定義不清 S1S2S3 無法 判斷比較角的 大小	S1-S5 回答及操 作踴躍

整數四則回合教學結束後，研究者發現接連嘗試期、調整期直到本期穩定期，學生在課堂中增加練習之後，計算能力已大幅進步，如 S4 和 S3 兩步驟問題之筆記（圖 10、11）。另外，在使用教具及圖像表徵融入教學後，學生對於兩步驟、多步驟的計算題意也更能理解，如圖 12。

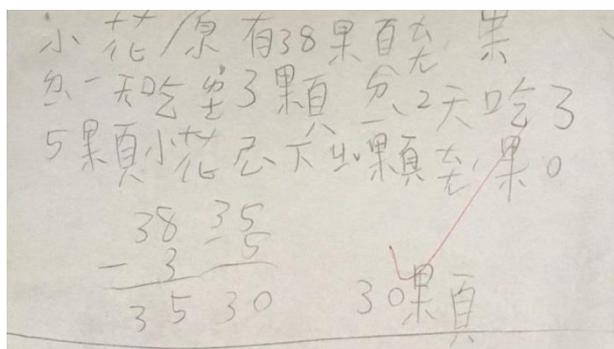


圖 10 S4 兩步驟問題之筆記

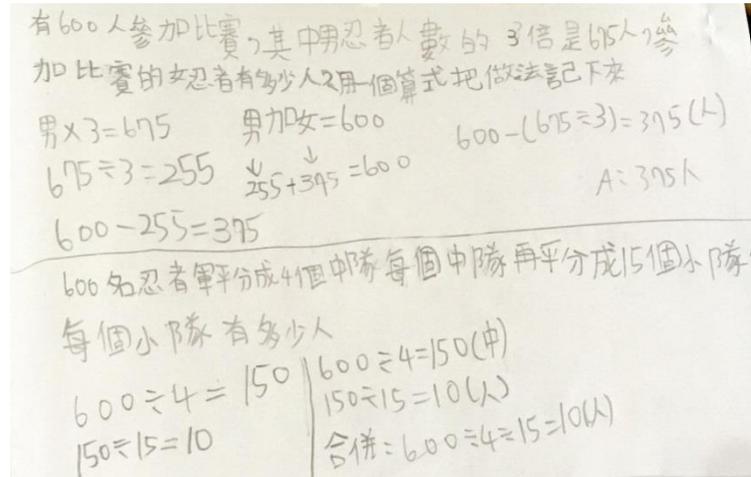


圖 11 S3 兩步驟問題之筆記

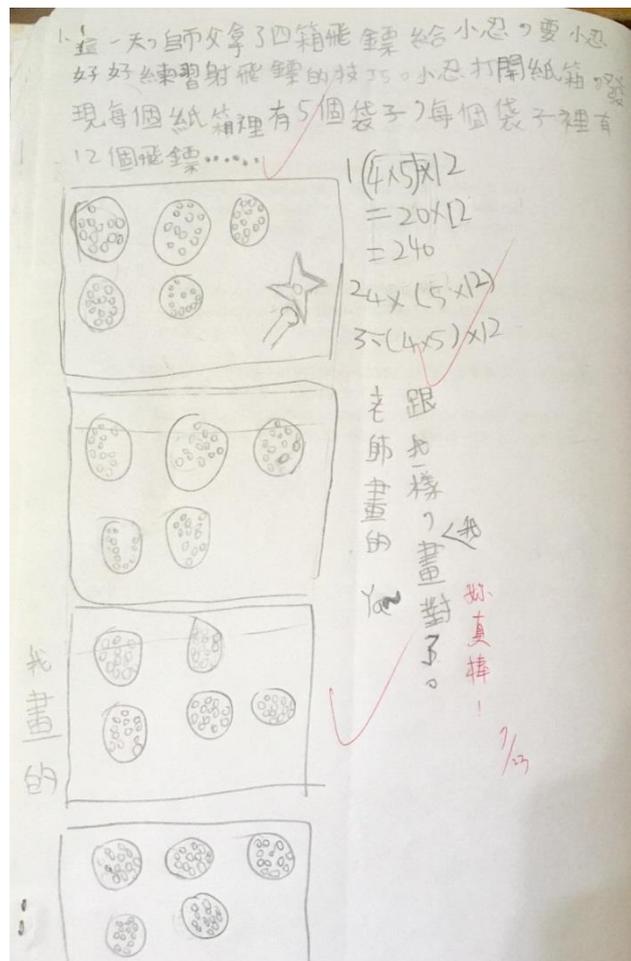


圖 12 S1 兩步驟問題之筆記

在平面圖形基本性質回合教學結束後，發現學生於圖形平移與翻轉切割的部分概念

模糊，平面圖形的邊長周長的概念也不清，多數學生無法比較角的大小。例如 S3 無法了解周界與周長所指為何（圖 13）、S1 無法判斷角的大小（圖 14）。

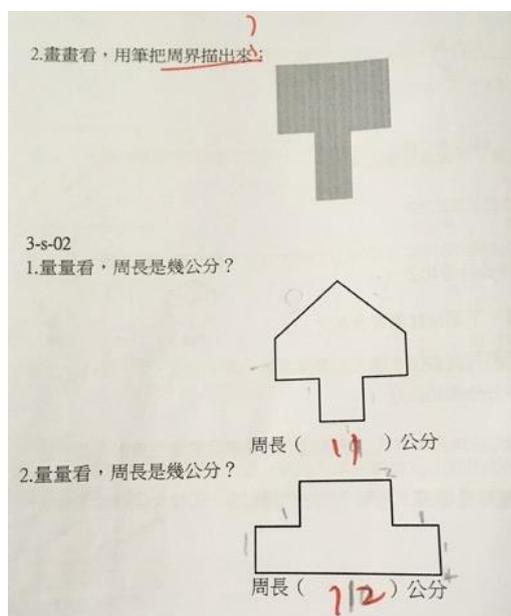


圖 13 S3 平面圖形基本性質回合作答情形

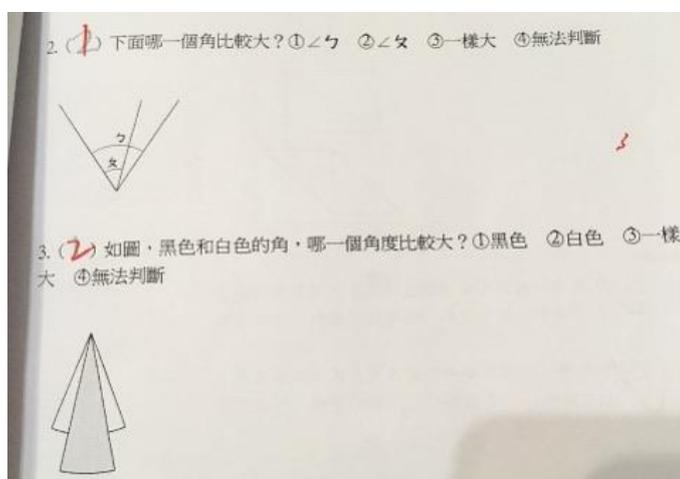


圖 14 S1 平面圖形基本性質回合作答情形

由於平面圖形基本性質與整數分屬不同的學習主題，前兩個時期所作之教學修正及調整未能完全符合此回合的教學，在穩定期依然有些需要再進行反思與調整的部分，但由於研究時間限制，故止步於此。

三、補救教學後學生的數學學習表現與數學自我效能感之改變

(一)數學學習表現之改變

學生在接受 32 節的差異化數學補救教學後，在整數和平面圖形等五個回合學習表現的改變情形，如表 8，詳細的說明如後。

表 8

數學補救教學學習成就檢核表之五回合前後測達成率對照表

教學 回合	整數		整數加減		整數乘除		整數四則		平面圖形 基本性質	
	前測	後測	前測	後測	前測	後測	前測	後測	前測	後測
S1	100%	100%	100%	100%	89%	94%	93%	100%	85%	88%
S2	64%	57%	97%	97%	71%	88%	100%	100%	53%	82%
S3	92%	100%	—	—	—	94%	100%	100%	75%	83%
S4	75%	87%	57%	—	90%	90%	0%	—	—	—
S5	92%	95%	93%	96%	90%	95%	—	100%	75%	100%

註：「—」表示非該生須學習階段的學習目標或該生測驗當天缺席未實施測驗。

從表 8 來看，發現在經實施差異化補救教學後，學生在整數回合的學習表現優異，尤其是 S1、S3、S4、S5。S1 原本的學習表現就優異，而 S2 的達成率之所以比前測還低，是因為他不想認真寫測驗卷而隨便作答，在課後與 S2 一對一訪談後發現，實際上該生對於整數回合的概念皆為理解。

在整數加減回合，S1、S2、S5 之達成率分別為 100%、97%、96%，學習表現優異，S3 與 S4 因請假未參與後測；在整數乘除回合，S1、S2、S3、S4、S5 之達成率分別為 94%、88%、94%、90%、95%，成效良好；S1 在除法部分尚且需要練習才可達精熟，尤其是大位數的除法直式計算；S2 與 S3 在具體情境的兩步驟問題概念較模糊，教師需不斷重新演繹題意該生才能理解；S4 與 S5 亦是在兩步驟加乘與減乘的概念稍微不清。

在整數四則回合，S1、S2、S3、S5 之達成率皆為 100%，S4 因請假未參與後測；在平面圖形基本性質回合，S1、S2、S3、S5 之達成率分別為 88%、82%、83%、100%，S4 因請假未參與。除 S5 表現優異之外，其餘學生對平面圖形基本性質的概念仍有部分欠缺，檢視其作答錯誤的後測題目後，研究者發現學生皆有各自尚未理解的概念：S1 在平面圖形的平移、翻轉、切割部分概念較薄弱；S2 在角的部分概念較弱，需透過教具將題目具象化才能理解；S3 在平面圖形的邊長、周長、切割部分概念較不熟悉，對

於名詞的定義還無法辨別與記熟，需透過操作教具及教師從旁提示才能回答正確

(二)數學自我效能感之改變情形

表 9 是五位學生數學自我效能感之前後測對照表。從表 9 來看，在經過差異化的數學補救教學後，學生的自我效能感均有所提升，其中在一般自我效能感的面向上，成長最多的是「自我調整（自律）學習」，成長了 13.4 分；在數學學習自我效能感面向上，成長最多的是「數學考試準備」，成長了 18.2 分。以下針對這兩個成長最多的面向來說明。

表 9

國小學生數學自我效能感之前後測對照表

分面向	分向	前測 平均數	後測 平均數	改變情形
一般性自我效能感 — 與數學學習相關 (GSE-M)	社會（含學校）資源之獲得	53.2	60.8	+7.6
	學業成就	64.4	72	+7.6
	自我調整（自律）學習	43.9	57.3	+13.4
	符合他人期望	48.4	61.4	+13
	GSE-M 分面	42	50.3	+8.3
數學學習自我效能感 (SEML)	數學學習認知	52.2	62	+9.8
	數學學習策略	46.8	58.5	+11.7
	數學考試準備	49.8	68	+18.2
	SEML 分面向	49.6	62.8	+13.2

1. 自我調整（自律）學習面向

由教師反省日誌中的記載，發現每位學生都有不同的表現與成長：S1 一開始只對於確定自己一定能答對的題目回答，到後來能主動上台分享自己的解法，也在小組任務時主動協助低年級組員，甚至能在全班執行老師出的共同任務時第一個跳出來領導同學如何進行；S2 從一開始對於需要個人完成的任務皆無意願，從一開始在座位等待老師指導的學習，漸漸能主動尋求教師協助甚至是與同儕相互學習；S3 屬於被動答題的學生，中途請假幾天後回到班上課時，為能跟上班級進度，S3 的主動答題次數增加了，甚至在下課時自己向老師要求出題讓她練習；S5 相較於其他學生，是屬於通過篩選測驗的

學生，而為了使數學學習更穩定而參加補救教學。雖然 S5 學習時的表現與成效都較其他人好，但課程進行到非 S5 學習階段所學之內容整數乘除時，S5 也設法跟著中年級一起學習除法，學習態度積極，與實施教學前該生導師所言被動的態度相差甚遠。這些對於學習的自我要求與主動，可能是使得學生在自我調整學習面向上成長較多的原因；而實施差異化數學補救教學，亦在推進學生自律與主動的學習上有所幫助。

2. 數學考試準備面向

此面向在前測時平均得分是 49.8，屬中間程度的自我效能，而後測的平均得分為 68，提升到略為中上程度。研究者在補救教學結束後，請學生描述自己在課程中覺得最簡單以及最難的數學概念、上完課後覺得自己的數學能力、對自己未來學習數學的期許等。從學生的回答中發現，每位學生在課程結束後皆認為自己的數學能力變好了，原本不太理解的，現在都會了，甚至期許自己開學後數學可以考一百分，如圖 15、16、17、18。這顯示學生在補救教學中的確有所學習與成長，對自己日後的數學考試準備也更有信心。

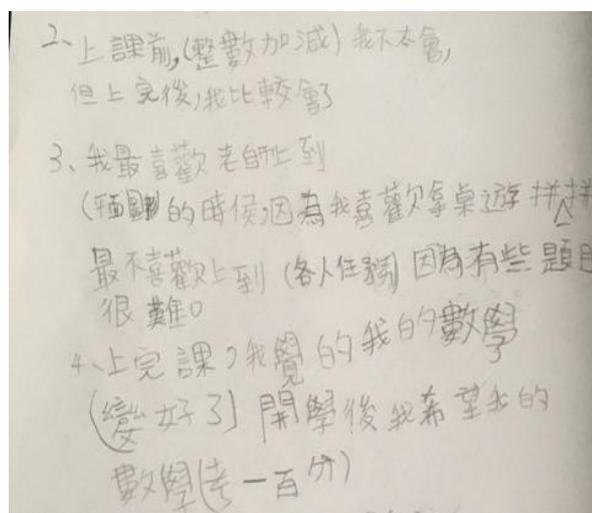


圖 15 S1 教學後的自我描述

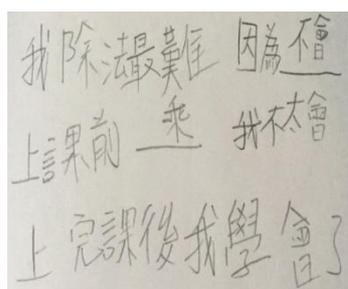


圖 16 S2 教學後的自我描述

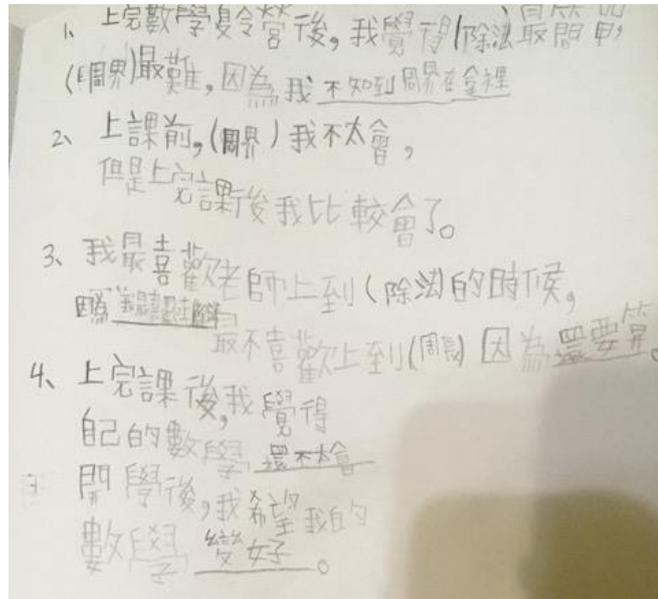


圖 17 S3 教學後的自我描述

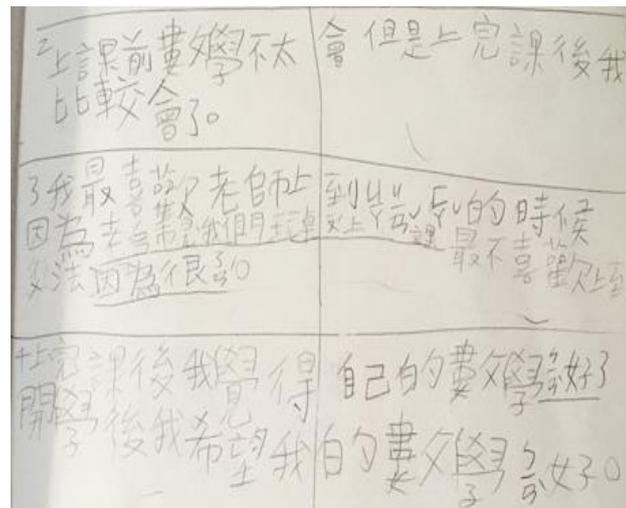


圖 18 S5 教學後的自我描述

四、實施差異化教學後教師的省思與成長

歷經了以差異化教學實施數學補救教學共 32 節三個時期的教學歷程，研究者從學生的學習表現與反應中，發現自己在實施教學前後於課程設計、教學實施、教學策略等三部分有所成長，說明如後。

(一)課程設計

研究者於研究進行前擬定訪談問題，針對研究對象與其導師先行了解學生之學習習

慣與困難，依照所蒐集之資料進行課程設計；在研究進行中再次觀察學生在差異化教學中的理解與學習表現，輔以多樣化方式，包括桌遊、小組任務、個人任務，來為不同學習階段之學生量身設計，並調整適合該階段與學習程度的課程，在實作中提升了自我課程設計的能力。

(二)教學實施

研究者在教學前，原選擇以口語及文字兩種表徵來實施教學，但在實際教學卻發現學生仍難以理解，研究者便將此現象紀錄在教師反省日誌中，從反思中做教學調整，再使用不同表徵以幫助學生學習，如符號、圖像表徵等，且透過增加實測與操作教具來進行教學，提升了學生的學習理解與表現。

(三)教學策略

在調整期時發現，中年級與低年級的學習進度與時間不太達成平衡，且學生雖然透過操作教具能理解題目的意思，卻仍然在題幹敘述變換後無法理解。因此研究者改變教學策略，選擇提前分派個人任務讓低年級執行，使中年級與低年級在同一時間皆有適合該階段可學習之概念，且除了提供教具讓學生將兩步驟問題具象化外，也讓學生以圖示呈現對題意的理解，研究者從旁可觀察學生在兩步驟問題中的迷思。這些策略都有效地提升學生的學習表現。

伍、結論與討論

一、結論

本研究根據研究結果得出以下三點結論。首先，在對於學生的數學學習表現上，本研究發現，採用徐偉民（2011）所發展的國小數學補救教學教材（簡稱 MRI），並採用 Tomlison（2014）提出的差異化教學之架構，來進行國小混齡之數學補救教學，除部分學生因隨意答題而致使達成率降低，或是因為請假無法蒐集數據外，其餘學生在進行補救教學後，無論在整數單元或是平面圖形基本性質上的學習，學生的學習表現均有所提升。顯示以差異化教學實施於國小混齡數學補救教學，為對於學生的學習表現有所助益；其次，在學生的自我效能感上，在進行 2 週的補救教學之後，無論在一般自我效能感或是在數學學習自我效能感上，學生都有明顯的提升，其中提升最多的是在數學考試的準備上，因為學生在經過補救教學後都覺得自己的數學能力進步了，能在數學考試上獲得

不錯的成績。這顯示差異化教學能提升學生的數學自我效能感；最後，在研究者本身的專業成長上，研究者從教學的歷程和學生的學習表現中，發現自己在課程設計、教學實施、教學策略等三部分有所成長，包括根據學生的學習表現，來進行多樣化方式的課程設計與調整；根據教學後的反思，來使用不同表徵以幫助學生學習，並增加實測與教具的操作，以加強學生解題時的理解；根據不同年級學生在學習進度與時間上的落差，而調整提前分派個人任務給低年級學生執行，並充分分配及運用教學時間。這也顯示在行動研究中，能促進教師本身的專業成長。

二、建議

依據本研究結果，研究者提出以下幾點建議，供現場教師或日後研究者來參考。首先在教學上，本研究發現以差異化教學實施國小混齡數學補救教學，不但具體可行，而且可以提升學生的學習表現與數學自我效能感。因此，建議未來學校若面臨學生人數不足而無法進行同年級補救教學時，可採用差異化教學於混齡班級中，建議教學者可參考本研究之圖 1 差異化教學之架構圖，從內容差異化、過程差異化、成果差異化三方面著手進行差異化教學之準備，實際教學流程亦可參考本研究之圖 2 差異化教學流程圖，做為一個單元的教學流程，仍可顧及不同學習階段學生的學習需求與表現；其次在研究上，本研究僅針學生共同需要加強的整數和平面圖形的單元來進行補救教學，未來建議可針對徐偉民（2011）的 MRI 教材中的其他單元，例如分數、小數、代數等單元，來進行差異化混齡的補救教學，甚至將混齡的範圍擴增至高年級，來擴展補救教學實施的成效；最後，在補救教學實施的時間上，本研究於暑假期間實施，發現包括學生的學習專注度、家長暑期行程的安排等，皆會影響研究與教學的實施，建議未來後續的教學或研究，可選擇學期中來進行，將會使學生的學習成長更為明顯。

參考文獻

- 王曉璿（2009）。不同電腦輔助學習策略輔助數學分數概念課程學習效益之研究。**數位學習科技期刊**，1（4），326-346。
- 杜竹萱（2017）。**數學文字題解題困難學童補救教學策略之行動研究—以國小低年級混齡班原住民學生為例**（未出版碩士論文）。國立臺東大學，臺東縣。
- 呂炎玲（2016）。**高雄市國民小學補救教學實施現況與困境之探析**。臺北市：教育部。

- 林立敏、白曉珊、郭伯臣、劉育隆（2007）。數位個別指導教材研發與適性補救教學模式之研究—以國小五年級數學“因數與倍數”單元為例。《網際網路技術學刊》，**8**（2），191-197。doi: 10.6138/JIT.2007.8.2.06
- 林欣毅、鄭章華、廖素嫻（2016）。混齡教學於國中小階段之實施方式與支持措施—多重個案探究。《教育實踐與研究》，**29**（2），1-32。
- 林佩璇（2016）。差異化教學的矛盾與轉化：活動理論觀。《中等教育》，**67**（4），7-20。
- 洪素敏、楊德清、蔡鳳秋（2007）。等值分數補救教學之研究。《課程與教學》，**10**（3），125-160。doi: 10.6384/CIQ.200707.0125
- 孫允梅（2015）。差異化教學應用於補救教學之行動研究（未出版碩士論文）。國立臺北教育大學，臺北市。doi: 10.6344/NTUE.2015.00452
- 徐偉民（2011）。國小學校本位數學補救教學模組之應用。國科會計畫（編號：NSC 100-2511-S-153-006-MY2），未出版。
- 張宇樑（2011）。國小五年級學生數學自我效能感之調查研究。《科學教育學刊》，**19**（6），507-530。doi: 10.6173/CJSE.2011.1906.02
- 教育部（2017）。**106 學年度補救教學實施方案**。臺北市：教育部。
- 許瑋芷（2012）。數學表徵及數學自我效能對國小五年級學生樣式推理學習成效之影響（未出版碩士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 張新仁（2004）。實施補救教學之課程與教學設計。《教育學刊》，**17**，85-106。
- 張福松（2010）。數學低成就學生實施補救教學困境之研究—以台東縣某國小為例（未出版碩士論文）。國立臺東大學，臺東縣。doi: 10.6836/NTTU.2010.00412
- 陳碧祥、魏佐容（2011）。提升國小六年級學童數學文字題閱讀理解能力之研究。《台灣數學教師電子期刊》，**27**，31-56。doi: 10.6610/ETJMT.20110901.03
- 陳黎娟（2018）。非主科混齡教學實施現況之研究—以一所實驗小學為例。《學校行政雙月刊》，**113**，119-138。
- 陳慧煒（2014）。透過數學遊戲進行補救教學之研究—以國小二年級加減法與乘法為例（未出版碩士論文）。臺北市立大學，臺北市。
- 黃詒嫻（2012年11月）。同儕教導制之數學補救教學效益探究～以山水國小為例。**2012 提升中小學補救教學成效之理論與實務研討論壇發表之論文**。國立臺南大學：臺南

市。

鄭章華、林成財、蔡曉楓 (2016)。國中數學差異化教材設計與實施初探。《中等教育》，**67** (4)，38-56。doi: 10.6249/SE.2016.67.4.04

劉惠玲 (2014)。低成就原住民學生幾何之困境及補救教學之成效 (未出版碩士論文)。國立臺東大學，臺東縣。

謝秀雲 (2018)。應用合作學習於國小四年級低成就生數學補救教之研究 (未出版碩士論文)。南華大學，嘉義縣。

Bandura, A. (1977). *Social Learning Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Bandura, A. (2006). *Guide for constructing self-efficacy scales*. In F. Pajares & T. Urdan (Eds.), *Self-efficacy beliefs of adolescents* (pp.307-337). Charlotte, NC: Information Age.

Carrier, W., & Kemmis, S. (1986). *Becoming critical: Knowing through action research*. London: Falmer.

Tomlinson, C. A. (2014). *How to differentiate instruction in mixed ability classrooms*. [Adobe Digital Editions version]. Retrieved from <http://www.ascd.org>

Vygotsky (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. [Adobe Digital Editions version]. Retrieved from <http://www.hup.harvard.edu/catalog.php?isbn=9780674576292>

曾玉庭、袁媛（2019）。
數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究。
臺灣數學教師，**40**（2），29-42
doi: 10.6610/TJMT.201910_40(2).0002

數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力 之行動研究

曾玉庭¹ 袁媛²

¹桃園市北勢國民小學

²中原大學教育研究所

本研究旨在探討一位國小四年級教師實施數學寫作以促進學生溝通能力之行動歷程，行動教師獲致的研究啟發包括：教師應有彈性而不拘泥的思維，以解決素養題材寫作出題不易的問題；教師在平時的教學引導中多運用不同表徵，並且引領學生學習鑑賞他人的寫作作品，以解決學生溝通能力不足及數學寫作表現停滯不前的問題；數學寫作有助教師改變教學思維，增進師生間的溝通互動。

關鍵詞：數學素養、數學寫作、數學溝通能力

壹、緒論

數學一直是國小身為包班制導師所必須教授的學科，在教學現場，許多學生一直對數學懷著懼怕排斥的心理，且數學的學習似乎和生活之間是脫節的，因此學生缺乏學習數學的興趣。而研究者在課堂中也沒有樂於教數學，在進度的壓迫下，經常只能採用講述法，快速的將重點內容直接傳授給學生，學生則是似懂非懂的將解題過程記下來，模仿解題步驟，沒有太多機會表達其想法。因此，如何在生活化的情境下激發學生數學溝通表達能力成為本研究之探究動機。

108 新課綱將核心素養的培養作為我國十二年國民基本教育的課程主軸（教育部，2014），其中數學素養的提升更是受到討論與關注。單維彰（2017）指出：「如果要將數學素養的行為表現總括一個詞來講，最重要、最核心的就是『溝通』（頁 13），可見「表達、溝通與分享」一直是數學教學中培養學生具有數學素養的重要方向。

過去許多研究均肯定數學寫作對於數學學習的影響（Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017），因為寫作是主動的學習過程，學生往往在寫作的時候才發現自己在想什麼？什麼是重要的？它能促進學生對閱讀內容程序性與觀念性的了解，並且在一些觀念中尋找關連，藉由寫作聯絡各種不同數學概念表徵（Miller, 1991）。當學生能在寫作中自由地轉譯不同的表徵，進而連結直覺想法、抽象符號與數學語言，甚至貫通數學概念運用到真實生活的情境，那麼就表示學生已經完整瞭解並懂得運用所學習到的概念與知識。可見，數學寫作不僅是提升學生高層次能力的一種有效手段和策略，成為學生和他人溝通數學的工具，寫作的布題也較能夠涉略到真實的生活情境，呼應了 108 新課綱中以素養為導向的數學課程理念。

綜合以上所述，數學寫作活動能促進學生概念理解、改善解題策略、增進後設認知能力，以及培養正向的學習態度，其在數學學習上的效用，已漸漸引起國內外學者的重視（Teuscher, Kulinna & Crooker, 2015；Pilten & Pilten, 2016；Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017；周立勳、劉祥通，1998；林原宏、李清韻，2004；黃麗紅、溫燉純、施皓耀，2008；楊德清、姜淑珍，2008），而且有關數學寫作的研究也越來越多元、豐富。然而在數學寫作的實踐上，研究者是沒有經驗的新手，雖然有相關文獻的支持，但是在實施的過程中勢必會遭遇困難，如何透過實踐的歷程來了解數學寫作的模式，解決教師在教學上所遇到的困境？如何將數學寫作融入課堂，成為教學的一部份，促進學生有效的學習？研究者期望透過研究群的經驗交流與合作討論中，不斷的自我精進與充實。

因此，本研究擬以行動研究者的角色，運用數學寫作教學活動，探討其對四年級學生數學學習之影響，並將研究聚焦於數學素養中所強調的溝通能力。

貳、數學寫作的實施

為有助於行動教師進行數學寫作活動，研究者蒐集了國內外近十年的相關文獻並進行整理，以作為行動循環教學設計的基礎。

一、寫作前

學生在開始進行數學寫作活動前，事前的心理建設是有必要的，教師應該讓學生明白數學寫作的目的不是作為評分之用，而是能夠了解學生的學習狀況，減輕學生的焦慮，進一步也可說明寫作的好處，讓學生對寫作產生信心，做好寫作的心理準備（楊德清、姜淑珍，2008）。

而為了不讓學生在正式進入寫作時產生極大的挫敗感，洪宗賢（2011）認為，複習學生的先備知識可以供學生重拾舊經驗，以連結新的概念，學生的基礎功打好了，才有能力類推、應用到更高層次的情境。教師平時也應該加強學生口語溝通的訓練，讓學生發表解題的方法，學會放聲思考的練習（Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017）。

二、寫作中

學生對於使用寫作來學習數學的方式沒有經驗時，教師的適時引導是很重要的，鷹架作用會讓學生的表現有明顯的差異，有助於學生在解決問題時了解如何使用寫作，而數學寫作鷹架的搭建可從以下兩方面來進行：

(一)教師指導

洪宗賢（2011）認為教師可在學生寫作前，先行說明並示範，教師的提示語愈清楚愈好，才能讓學生明白作答必須到怎麼樣的程度。另外，教師平時在課堂的講授即可藉由一些實物的操作和多樣性的表徵，幫助學生將抽象的概念具體化，再透過漸近式問題引導，師生共同討論問題的情境脈絡或條件，從中掌握情境，提出解題計畫，最後驗證答案的步驟（邱嫻滋，2016）。經由教師專業的指導，並且營造愉快的寫作氣氛，將有助於學生思考、回顧，把所學習理解到的概念表達出來（呂守純，2007；黃千芳，2007；

Freeman, Higgins & Horney, 2016)。

(二)同儕合作

學生在還未熟悉數學寫作的方式時，可以先從模仿開始（陳智康，2008），而同儕之間就是很好學習模仿的對象。許多研究者皆認同使用小組合作的方式可以增進學生從事數學寫作的主動性（楊德清、姜淑珍，2008；蕭明芳，2016；Beavers, Fox, Young, Bellows & Kahn, 2015；Martin & Polly, 2016），因此建議教師利用數學寫作讓同儕間彼此溝通交流，有助於學生更深入地思考問題。學生寫的數學想法可以被年齡相仿的人理解，從而啟發其他學生參與數學對話，藉由分組討論可以改善學生不知從何下筆的困境。

三、寫作後

任何一種教學策略都是為了使學生的學習獲得有效的改善，而學生的學習產出便是教師用來評估診斷的珍貴資訊，數學寫作亦然。因此，教師應該善用學生寫作後的資料，作為精進教學的參考。研究者參考了多篇文獻後，將教師在學生寫作後的作法歸納為以下三點：

(一)適時回饋與鼓勵

教師對於學生的數學寫作若能及時回饋會有較佳的效果，透過回饋達到師生溝通與互動，而學生的想法不論是正向或負面、粗糙或精緻，教師都應該珍視並重視，多給予學生鼓勵和讚美，能強化學生寫作的動機（洪宗賢，2011；陳文章，2010；黃宦甄，2013；蔡昀辰，2014）。

(二)互相觀摩與重寫

陳文章（2010）認為提供學生觀摩他人優秀作品的機會，能提升其自我學習和參與數學寫作的意願，寫作單的完整度也因為多次的觀摩學習而逐漸進步。多位研究者（呂守純，2007；洪宗賢，2011；黃千芳，2007；蔡勝偉，2010）提議：公開表揚、張貼學生的優良作品能讓同儕見賢思齊，增加學生的信心與成就感。除此之外，實施數學寫作之後再搭配口頭發表，能使學生有機會討論與分享自己的作品，利用數學寫作來與別人進行溝通（蕭盟議，2009）。

(三)教學與追蹤

數學寫作同時結合了教學與評量的功能，從學生的數學寫作中能深入分析學生的迷

思概念，達到補救教學之效。更重要的是，教師蒐集學生的寫作成果或是與學生晤談等相關資料後，能從這些質性或量化資料來改進教學（黃宦甄，2013）。蔡昀辰（2014）建議在單元教完之後，不僅只是檢視目前的教學成果，甚至應該繼續追蹤學生後續學習概念的學習是否更順利，這種相關概念的縱向連結值得研究者深思。

參、研究方法

身為教育現場第一線的教師，發現數學的抽象性讓大部份的學生產生畏懼排斥的心理，學生數學學習欠缺思考，且動機低落，因此本研究運用行動研究法進行探究，希望透過行動教師在班級中運用「數學寫作」的教學策略，以培養學生數學素養的「溝通」能力。

一、參與研究者

行動研究教師有十年的數學教學經驗，研究實施的地點為第一作者在桃園市任教的某所公立小學四年級學生，班上成員包含男生 15 位，女生 12 位，共 27 名學生。參與研究的人員除了研究者外，另有一群志同道合的研究夥伴，成立了數學寫作研究群，群組之成員包括一位數學教育專家、二位國中數學科教師、三位在職小學教師，以及一位國中職前教師。

二、研究歷程

本研究以個人實務工作中所發現的問題為起點，並與一群志同道合的研究夥伴，成立了數學寫作研究群。在經過數學寫作研究群幾次的會議分享討論後，共同蒐集相關資料，試圖找出解決方案，最後擬定幾種較為可行的數學寫作類型，設計寫作活動學習單以提升學生的數學素養，研究中將數學素養的內涵聚焦於培養數學溝通的能力，並研擬實施活動，發展出具體的行動方案。

本行動研究共分為二個循環，第一循環研究時間為 2017 年 9 月到 2017 年 12 月；第二循環研究時間為 2018 年 1 月到 2018 年 4 月。研究者以教科書的內容為基礎，再加以延伸應用，依據教學目標、學生經驗、使用時機及合適的單元等，從劉祥通和黃國勳（2005）所區分的寫作類型中選取適當的寫作模式來做設計，每單元設計一至二個適合的寫作類型問題。

每一次寫作前，研究者會先在班上說明寫作單的指導語，然後進行簡單的全班或分組討論；允許學生使用畫圖或文字等多重表徵呈現寫作內容，讓學生在無壓力下自由表達、輕鬆書寫。藉由引導學生熟悉數學寫作的模式，讓學生不害怕寫作，接著在教學結束後，把寫作單讓學生帶回家當作業。學生寫作後隔天，安排互動分享的時間，透過同儕間互相偵錯的方式，增加彼此溝通交流的機會。最後，教師收回批閱，進行回饋，表揚佳作，澄清迷思，讓概念錯誤的學生再次訂正重寫，從每一次的寫作中不斷提升學生的數學素養。

研究者先對行動方案所蒐集到的資料進行初步的評估和反省修正，透過實際教學行動過程檢核、批判、反省，再從學生寫作中所得到的回饋，納入數學寫作研究群的會議中提出討論，給予研究者更多深入的評析和建議，使行動計畫回到新階段的釐清問題，然後調整發展出新的行動策略，透過不斷的反思修正，以發展完整精緻的數學寫作教學方案。

三、研究工具及分析

本研究所使用的研究工具包括：學生數學寫作簿、學生訪談紀錄、教師反省札記、研究群會議紀錄，資料處理以質性分析為主，從不同的研究工具，蒐集所有原始相關資料進行組織、分類和編碼，以利分析教師在行動歷程的困境及數學寫作對學生數學素養方面的影響。

肆、研究結果與討論

本研究主要探討四年級學生在接受二個數學寫作行動循環的引導後，學生數學溝通能力提升的情形，以及教師在此歷程中的成長與改變。以下依據本研究的行動歷程分為二節進行研究結果的說明及討論。

一、萬事起頭難

本行動研究第一循環是從 2017 年 9 月到 12 月，進行的寫作單元主要為四年級上學期各單元，共計實施 14 次寫作及 6 次學生寫作互評活動。雖然在正式寫作前已歷經長達三個月與研究團隊的討論及文獻探討的準備，但實際在教學現場實施數學寫作活動仍出現了許多的困境，分述如下：

(一)設計素養寫作題材之難

剛開始，研究者對於什麼樣的單元內容適合從哪種寫作模式切入一直拿不定主意，也不知要如何設計出具數學素養的寫作題材。所以，一開始所設計的寫作內容其實和傳統的數學解題很相似，只是問題的描述較為開放性，題目的情境盡量生活化，讓學生以文字或畫圖的方式自由回答。但一直以來，學生的作業都是有一個固定的模式、框框等著他們填入正確答案，這種「無範圍」的數學作業讓他們無所適從。即使經過幾次寫作之後，多數學生的表達仍是支離破碎，回答的內容也很少深入數學概念的核心。

(二)學生溝通表現提升之難

一開始，學生還不太知道如何下筆寫這樣的作業，因此研究者會先在班上說明寫作業的指導語，進行簡單的討論，再請學生回家寫。即使如此，學生的表達一開始仍不夠完整，回答也很簡短。

T：無法完成數學寫作，困難在哪裡？

S：不知道怎麼寫出來。

T：因為不了解題目的意思嗎？

S：了解，可是不知道理由要寫什麼？

(訪 S24-170930)

從學生的數學寫作作品中，可以發現學生在寫作的內容上似乎較少觸及數學概念的核心，且低成就學生在題意的理解上容易產生困難。幾次寫作下來，發現部份低學習成就的孩子改變依然不大，對於寫作表現停滯不前的孩子，如何幫助他們再精進，成為第一行動循環出現的難題。

數學寫作批改完，研究者通常會花一節課時間檢討前一天寫的題目，澄清學生的迷思概念，但是從部份學生的重寫訂正中，研究者發覺光口語說明，對那些程度較低落的同學仍效果有限，在研究群的討論會議中，夥伴們分享了自己的做法，這也讓研究者省思下一循環的寫作應該創造更多學生互相觀摩學習的機會。

(三)數學寫作評閱之難

1. 評分的客觀性問題

辛靜宜(2008)指出寫作單本身亦可視為一種評量工具，透過檢視學生的寫作內容，能深入分析學生的迷思概念及學生理解知識的過程，彌補了傳統評量不足之處。研究者一開始是採用蓋章當作鼓勵孩子的增強物，也作為一種簡易的評分方式，因為蓋章結合榮譽制度能激發孩子寫作的動機，多多益善，但是當研究者要蓋下章的那一刻，內心又是一番天人交戰，不知道該以什麼樣的心態或標準來衡量學生寫作的好與壞。經參考美國佛蒙特洲的教育機構（Vermont Department of Education）（1991）曾於年度報告中提出數學溝通的評量準則，包含數學語言的使用、數學方式的表述、及演示的清晰度，因此研究者試著依照學生所表達出的數學溝通能力，判定其屬於的溝通階層進行評分，以作為了解學生溝通表現的依據。

2. 同儕互評的混亂

研究者從數篇國內外文獻探討中，發現教師利用數學寫作讓同儕間彼此溝通交流，可以增進學生從事數學寫作的主動性，有助於學生更深入地思考問題（Byung-In, 2015；Freeman, Higgins & Horney, 2016；Martin & Polly, 2016）。因此通常在寫作後的隔天，研究者會讓同儕進行互評的活動，透過互相偵錯的方式，給予彼此互動分享的時間。學生也對於這項活動充滿期待，不時關注別人給予自己的評價。但學生應該要怎麼給予同學回饋？學生要評什麼？以及互評的部份要寫在哪？過去的研究者雖然多建議要增加同儕回饋，但是在這部份的實踐歷程上著墨卻不多。

剛開始的互評，學生不斷請求教師協助，同學之間像是會傳染似的一個接著一個舉手發問，甚至也有人開始抱怨看不懂同學的答案，趁場面未混亂之際，研究者趕緊跳出來安撫同學情緒。原以為同儕互評的引導已是最棘手的事，但其實收回寫作簿才是真正痛苦的開始，因為現在教師不只要評閱學生的寫作，還要評閱學生給予他人的回饋，加上有些學生在互評時沒有和原作做明顯區隔；或是回饋後忘記留下姓名和日期，造成視覺上的混亂，增加批改的複雜度，也加重了教師在評閱上的負擔。蕭明芳（2016）指出：「同儕互相觀摩，寫下回饋，不僅增加學生互動交流，也減少教師負擔」，或許因為研究者在嘗試數學寫作上是新手，所以結果不如預期。研究者反思在評閱上出現的問題，思考著如何讓學生的寫作和同儕間互評的回饋可以有更充足的發揮空間及明顯區隔，教師的回饋與鼓勵也才能各有其所，使接下來的寫作評閱進行得更順利。

二、調整腳步再出發

走過第一循環，這一路跌跌撞撞的過程有痛苦、有掙扎，也有驚喜，但更多了是改變的勇氣。過去失敗的經驗可作為下個循環改進的依據，研究者期待從不斷的調整中能看見師生共同成長的蛻變，更看見教育問題改變的契機。第二循環的數學寫作是從 2018 年 1 月到 4 月，主要以四年級下學期的四個單元作為設計內容，共進行 8 次寫作及 5 次的學生互評。由於，在第一循環的寫作歷程中遇到了四個主要的困境，因此接下來的行動循環中，研究者除了維持前一循環數學寫作實施活動的基本方向，還做了微幅的調整，茲列舉如下：

(一)數素養寫作題材的設計

研究者發覺一開始在設計素養寫作題材時，自己其實是很沒有信心的，總是抱持著猶疑的心態，特別是要將「素養」融入數學寫作的四種模式，常讓研究者感到卻步不前，甚至慢慢覺得被「素養」和「寫作的四種模式」搞得綁手綁腳的，但是「久病成良醫」，幾次出題下來，研究者漸漸體悟到生活的情境應該是活的，實在不需要被「型式」給局限住了，有時候一次寫作可能就會綜合使用不同的模式，例如：四上第六單元的寫作題材（圖 1）即是綜合了偵錯和擬題兩種模式的題型，研究者發現不需要拘泥其中，就會有更多靈感的湧現。

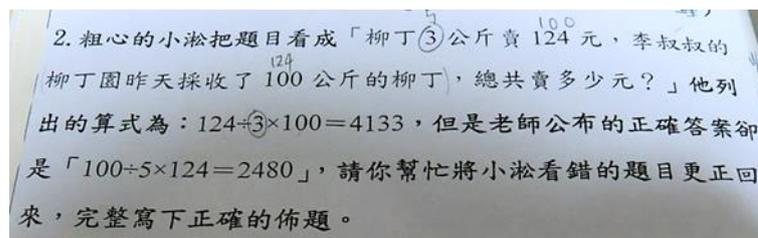


圖 1 四上第六單元「整數四則計算」的寫作題材

(二)學生溝通表現的提升

從第一循環的寫作中，發現學生對於以不同表徵進行溝通的能力明顯不足，因此研究者開始試著在平時的教學引導中多運用不同表徵的連結，小組討論時，也盡量讓學生以各種表徵的方式呈現他們的想法，發現具像的表徵圖示更能幫助學生理解題意。令研究者欣慰的是，幾次在學生考試的行間巡視中，發現開始有同學會在應用題中利用線段圖等圖示來分析、理解題意，這是過去研究者在班級中所未見的。研究者蒐集了學生每

一次寫作的分數，統計出全班在每一個單元「表達」項目的平均級分，並繪製成折線圖（圖 2）來觀察學生的表現，發現平均級分隨著單元的進行漸漸提升，進步的幅度有緩緩向上的趨勢。

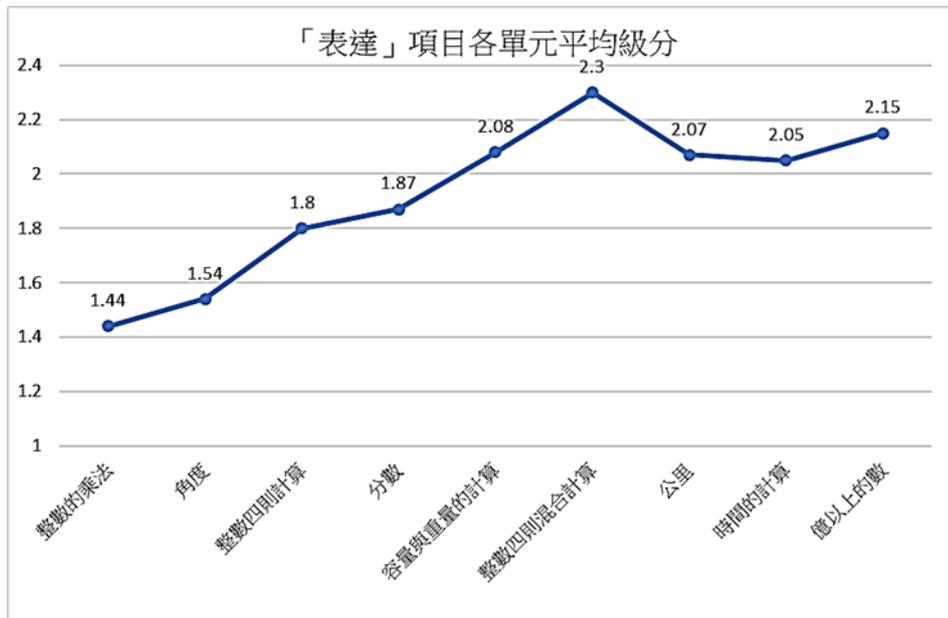


圖 2 溝通素養中「表達」項目提升情形折線圖

從第二循環開始，研究者會將每次寫作值得分享的作品拍照，然後以電子白板投影解說，學生看到自己或是同學的作品被放大展示，上課的投入程度和專注力甚於以往只有教師口語的說明。全班性概念澄清後，研究者會請學生將寫作簿放在桌上，開放讓學生在教室裡安靜地走動，欣賞每一位學生的作品，也增進學生之間更多的互動交流。

(三)數學寫作的評閱

為改善學生對評閱標準不清楚的問題，研究者在進行第二循環之前，請學生將評量規準表貼在寫作簿的第一面，方便學生從寫作得到的章數對照自己所屬的層級表現，研究者並再次向學生說明教師給予章數的判斷依據。當然在評閱層級的過程中難免還是會遇到模糊的灰色地帶，研究者透過訪談的方式，先了解學生真正的想法，針對內容的疑慮之處釐清後，再進行評分，就能更加準確地分析學生在數學概念上的真實程度。而關於學生互評的部份，研究者則是透過投影學生作品，讓學生明白：清楚的闡釋自己的理解，並且給予對方中肯的意見，不帶有惡意的批評，才是最佳的溝通表現。

伍、結論與討論

一、教師應有彈性而不拘泥的思維，以解決素養題材寫作出題不易的問題

本研究所採用之數學寫作的類型為劉祥通與黃國勳（2005）所舉出之四種數學寫作模式為主，然而研究者在設計素養寫作題材的歷程中，總是為了如何將「素養」巧妙而自然地融入數學寫作的四種模式而絞盡腦汁，經常花費了許多時間卻苦無想法，成為實施素養寫作的一大難題。因此研究者認為教師若能跳脫數學寫作模式的局限，著重在數學主題的探索，就有更多靈活彈性的發揮空間，使數學寫作的內涵變得更加豐富多元。

二、教師在平時的教學引導中多運用不同表徵，並且引領學生學習鑑賞他人的寫作作品，以解決學生溝通能力不足及數學寫作表現停滯不前的問題

本研究發現四年級的學生對於「無範圍」的數學寫作經常感到無所適從，作答方式仍受傳統封閉式題型的影響，學生不適應以多元的寫作形式來完整表達內心的想法，造成溝通能力提升不易，甚至出現停滯不前的情況。此時，教師本身應先做示範，於平時的教學中就融入不同表徵的呈現，讓學生在潛移默化之下逐漸習慣以不同的表徵來呈現解題歷程，提升溝通能力。另外教師也要創造更多學生互相觀摩的機會，除了公開展示優秀作品，也藉由同儕互評的方式，學習如何批判及欣賞他人作品，進而培養正確的溝通態度。

三、數學寫作有助教師改變教學思維，增進師生間的溝通互動

研究者在實施數學寫作的過程中，有時信心也會動搖，經常想著如果以傳統講述的教學方式快速又輕鬆，但是當看到孩子在這段寫作的日子中蛻變成長，看著孩子學習時臉上專注又投入的神情，心裡又多了幾分肯定。慶幸著，還好這一路上有停下來細細欣賞，否則就錯過了這些美好的風景。因為數學寫作，師生之間多了很多互動交流的機會，幫助教師更快掌握學生的迷思概念，讓教學更聚焦，同時也透過寫作與學生「對話」的歷程中，教師不斷反省修正自己的教學，改變了課堂中的教學圖像。

參考文獻

- 呂守純 (2007)。數學寫作活動對於提升四年級學童數學領域學習成效之探討。(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 辛靜宜 (2008)。後設認知架構與執行性數學寫作對微積分變化率應用問題解題的影響。高雄師大學報：自然科學與科技類，25，65-86。doi: 10.6249/SE.2016.67.4.04
- 周立勳、劉祥通 (1998)。寫作活動對國小學童在數學解題能力的影響。教育研究資訊，6(3)，46-62。
- 林原宏、李清韻 (2004)。國小學生數學解題溝通能力評量之實證研究。測驗統計年刊，12，233-268。doi: 10.6773/JRMS.200412.0233
- 邱熾滋 (2016)。解釋性數學寫作融入國小五年級數學教學以提升數學溝通能力之行動研究。(未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學，臺中市。
- 洪宗賢 (2011)。數學寫作對國小六年級學生分數單元解題能力的影響。(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 教育部 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市：作者。
- 陳文章 (2010)。數學寫作活動對國小學生數學成就與數學態度之成效研究。(未出版之碩士論文)。國立雲林科技大學，雲林縣。
- 陳智康 (2008)。故事情境融入數學寫作教學之研究。(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學，新竹市。
- 單維彰 (2017)。素養評量芻議。教育部高中數學學科中心電子報，124，1-16。
- 黃千芳 (2007)。利用數學寫作提升國小學童數學解題能力之行動研究。(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化縣。
- 黃宦甄 (2013)。以數學寫作教學融入三角單元對高三學生學習歷程的影響。(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 黃麗紅、溫嫩純、施皓耀 (2008)。數學寫作活動對八年級中程度學生解題的影響之個案研究—以一元二次方程式應用問題單元為例。台灣數學教師電子期刊，16，33-49。doi: 10.6610/ETJMT.20081201.04
- 楊德清、姜淑珍 (2008)。數學寫作融入國三數學課室實踐歷程與影響之研究。科學教育學刊，16(4)，439-458。doi: 10.6173/CJSE.2008.1604.03

- 劉祥通、黃國勳(2005)。數學寫作活動的類型與實例。《台灣數學教師電子期刊》，1，2-11。
doi: 10.6610/ETJMT.20050301.02
- 蔡昀辰(2014)。利用數學寫作的方式處理乘除法概念學習之個案研究-以二年級為例。
(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 蔡勝偉(2010)。探討數學回憶單對高職二年級數學學習成效之影響。(未出版之碩士論文)。
國立臺南大學，臺南市。
- 蕭明芳(2016)。運用數學學習日記提升國小六年級學生數學學習成效之行動研究。(未出版之碩士論文)。
國立臺中教育大學，臺中市。
- 蕭盟議(2009)。數學寫作對九年級學生數學學習成效之影響。(未出版之碩士論文)。
國立彰化師範大學，彰化縣。
- Beavers, A., Fox, B. L., Young, J., Bellows, E. M., & Kahn, L. (2015). Integrating Writing in the Middle-Level Mathematics Classroom: An Action Research Study. *MLET: The Journal of Middle Level Education in Texas*, 2(1), 4.
- Byung-In, S. (2015). Mathematical Writing: What Is It and How Do We Teach It? *Journal of Humanistic Mathematics*, 5(2), 133-145. doi: 10.14687/ijhs.v13i1.3361
- Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How Students Communicate Mathematical Ideas: An Examination of Multimodal Writing Using Digital Technologies. *Contemporary Educational Technology*, 7(4), 281.
- Martin, C., & Polly, D. (2016). Examining the impact of writing and literacy connections on mathematics learning. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(3), 59-78. doi: 10.1080/24727466.2016.11790354
- Miller, L. D. (1991). Writing to learn mathematics. *Mathematics Teacher*, 84(7), 516-521.
- Pilten, G., & Pilten, P. (2016). The effect of mathematical writing activities on 3th grade students' problem solving and posing skills. *Matematiksel yazma etkinliklerinin 3. Sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma becerilerine etkisi.*, 13(1), 209-226. doi: 10.14687/ijhs.v13i1.3361
- Powell, S. R., Hebert, M. A., Cohen, J. A., Casa, T. M., & Firmender, J. M. (2017). A synthesis of mathematics writing: assessments, interventions, and surveys. *Journal of Writing Research*, 8(3), 493-530. doi: 10.17239/jowr-2017.08.03.04

Teuscher, D., Kulinna, P. H., & Crooker, C. (2015). Writing to learn mathematics: an update.

The Mathematics Educator, 24(2), 56-78.

Vermont Department of Education (1991). *Looking beyond “the answer”*: Vermont's mathematics portfolio program. Montpelier: Author.

《臺灣數學教師》稿約

2013.09.27 編審委員會會議通過
2014.09.04 編審委員會會議修訂通過
2015.05.24 編輯委員會會議修訂通過

2016.05.15 編輯委員會會議修訂通過
2018.05.12 編輯委員會會議修訂通過
2019.05.25 編輯委員會會議修訂通過

壹、《臺灣數學教師》（原名為《台灣數學教師(電子)期刊》）（Taiwan Journal of Mathematics Teachers）（以下簡稱本刊）是國立臺灣師範大學數學系及台灣數學教育學會共同發行之期刊，內容以出版數學教育領域相關議題的原創性論文為宗旨。本刊徵求符合宗旨之教學實務文稿，內容包含探討數學教學策略、學生迷思概念之教學引導、數學教育課程、教材與教法等實務經驗分享、研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判、數學教學與應用性研究、數學教育研究趨勢介紹、專題演講講稿、數學學習評量、電子媒材設計、數學教師專業發展及其他數學教育相關議題等內容。本期刊徵稿分為以下兩類：

- 一、實徵研究：中文文稿以8000字為原則、英文文稿以4000字為原則。
- 二、實務分享：中文文稿以3000~8000字為原則、英文文稿以2000~3000字為原則。

貳、本刊每年發行兩期，分別於四月、十月出刊，並採電子方式發行。全年徵稿，隨收隨審。

參、本刊所刊之文稿須為原創性的教學實務文章，即未曾投遞或以全論文形式刊登於其他期刊、研討會彙編或書籍。若文稿在送審後自行撤稿，或出現一稿多投、修正稿回覆逾期、侵犯著作權等違反學術倫理等情況，將依下列規則處理：

- 一、來稿一經送審，不得撤稿。因特殊理由而提出撤稿申請者，案送主編決定；非特殊理由而自行撤稿者，一年內將不再接受該作者的投稿。
- 二、若文稿被發現一稿多投、侵犯著作權或違反學術倫理等情況，除文稿隨即被拒絕刊登外，一切責任由作者自負，且本刊於三年內不接受該作者來稿，並視情節嚴重程度求償。
- 三、作者應於發出文稿修正通知的二週內回傳修正稿及修正回覆說明書，逾期視同撤稿。若有特殊情況請先與本刊聯絡。

肆、未經本刊同意，已獲本刊接受之文章不得再於他處發表。投遞本刊之文稿須經編審委員會送請專家學者審查通過後予以刊登，被刊登文章之著作財產權歸國立臺灣師範大學數學系及台灣數學教育學會共同擁有，文責由作者自負。

伍、文稿請以中文或英文撰寫（包含摘要、文章全文、圖表、附註、參考文獻、附錄等）。文稿的呈現請使用單行間距之12級字新細明體或Times New Roman字體，以橫書方式於A4規格紙張上，文稿上下左右各留2.5公分空白，並以Microsoft Word 98以上之繁體中文或英文文書軟體處理。

陸、文稿格式請參考《臺灣數學教師》期刊論文撰寫體例的說明或已發行之文稿，若有

需要引用英文文獻以及數學符號、公式等請參考APA第六版出版手冊。請於投審稿系統投遞稿件，請參閱下列臺灣數學教師投稿流程注意事項：

- 一、請先註冊帳號，已有帳號者可直接登入。
- 二、請先查詢本刊名稱後點選投稿進入投稿流程介面（建立新稿件）。
- 三、按照流程填列文稿基本資料
 - (一) 文稿篇名務請填列中文篇名及英文篇名。
 - (二) 逐頁標題（running head）務請填列，並以不超過15個字為原則。
 - (三) 摘要請不分段，限500字以內。
 - (四) 關鍵字請以五個為上限，並依筆畫順序由少到多排列。
 - (五) 作者資料：通訊作者之姓名、服務單位、職稱、通訊地址、聯絡電話和電子郵件地址。一位以上作者時，非通訊作者只需填寫姓名、服務單位和職稱。
 - (六) 任職機構及單位：請寫正式名稱，分別就每位作者寫明所屬系所或單位。
 - (七) 作者註（author note）：說明與本篇研究相關的資訊。
- 四、提交已簽署的《臺灣數學教師》著作財產權讓與同意書。
- 五、文稿除正文外，還需包含中英文摘要，摘要請獨立一頁呈現，並置於正文之前。摘要頁內容包括論文題目（粗體20級字、置中）、摘要（不分段，限500字以內）、與關鍵詞（以五個為上限，並依筆畫順序由少到多排列）。
- 六、若為修正稿，請於「投審稿系統—稿件修正區」，提交修正後的文稿，請以色字標示修改處，並於「作者回覆」欄位中填列修正回覆說明，依審查意見逐項說明修改內容或提出答辯。作者應於發出文稿修正通知的二週內上傳修正稿及修正回覆說明，若有特殊情況請先與本刊聯絡。

柒、文稿以投審稿系統投遞，請於系統中填列作者基本資料，並提交著作財產權讓與同意書與全文。作者應負論文排版完成後的校對之責，編輯委員僅負責格式上之校對。

捌、投稿系統：<http://www.ipress.tw/J0161>

玖、期刊聯絡郵箱：tjmtedit@gmail.com

《臺灣數學教師》著作財產權讓與同意書

茲同意投稿至國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會共同發行的《臺灣數學教師》之一文，名稱為：

立書人聲明及保證本著作為從未出版之原創性著作，所引用之文字、圖表及照片均符合著作權法及相關學術倫理規範，如果本著作之內容有使用他人以具有著作權之資料，皆已獲得著作權所有者之（書面）同意，並於本著作中註明其來源出處。著作人並擔保本著作未含有毀謗或不法之內容，且絕未侵害他人之智慧財產權，並同意無償授權國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會於本著作通過審查後，以論文集、期刊、網路電子資料庫等各種不同方法形式，不限地域、時間、次數及內容利用本著作，並得進行格式之變更，且得將本著作透過各種公開傳輸方式供公眾檢索、瀏覽、下載、傳輸及列印等各項服務。國立臺灣師範大學數學系與台灣數學教育學會並得再授權他人行使上述發行之權利。惟著作人保有下列之權利：

- 1.本著作相關之商標權及專利權。
- 2.本著作之全部或部份著作人教學用之重製權。
- 3.出版後，本著作之全部或部份用於著作人之書中或論文集中之使用權。
- 4.本著作用於著作人受僱機關內部分送之重製權或推銷用之使用權。
- 5.本著作及其所含資料之公開口述權。

著作人同意上述任何情形下之重製品應註明著作財產權所屬，以及引自《臺灣數學教師》。

如果本著作為二人以上之共同著作，下列簽署之著作人已通知其他共同著作人本同意書之條款，並經各共同著作人全體同意，且獲得授權代為簽署本同意書。如果本著作係著作人於受僱期間為雇用機構所作，而著作權為讓機構所有，則該機構亦同意上述條款，並在下面簽署。

本著作之著作財產權係屬（請勾選一項）

- 著作人所有
 著作人之僱用機構所有

立同意書人（著作人或僱用機構代表人）簽章：_____

著作人姓名或僱用機構名稱：_____

（正楷書寫）

中華民國 年 月 日

Publisher | Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
Taiwan Association for Mathematics Education

Editorial Board

Chief Editor | Yuan-Horng Lin (Department of Mathematics Education,
National Taichung University of Education)

Vice Chief Editor | Yuan-Shun Lee (Department of Mathematics, University of Taipei)
Pi-Jen Lin (Graduate Institute of Mathematics and Science Education,
National Tsing Hua University)

Editorial Panel | Su-Wei Lin (Department of Education ,
National University of Tainan)
Wei-Min Hsu (Department of Education,
National Pingtung University)
Erh-Tsung Chin (Graduate Institute of Science Education,
National Changhua University of Education)
Shu-Yi Chang (Department of Mathematics Education and Information Education,
National Taipei University of Education)
Huan-Chuan Chang (Sinde Elementary School, Toufen, Miaoli)
Chia-Huang Chen (Department of Mathematics Education,
National Taichung University of Education)
Kai-Lin Yang (Department of Mathematics, National Taiwan Normal University)
Jian-Cheng Liou (Ping-jhen Junior High School, Taoyuan City)
Shiang-Tung Liu (Graduate school of Math and Science Education ,
National Chiayi University)
Chang-Hua Chen (National Academy for Educational Research)
Jing Chung (Department of Mathematics Education and Information Education,
National Taipei University of Education)

International Editorial Panel | Cheng-Yao Lin (Department of Curriculum and Instruction,
Southern Illinois University)

Address | No.88 Sec. 4, Ting-Chou Rd., Taipei City, Taiwan, R.O.C.
Department of Mathematics, National Taiwan Normal University
" *Taiwan Journal of Mathematics Teachers*"

TEL | 886-2-7734-6576

FAX | 886-2-2933-2342

E-mail | tjmteedit@gmail.com

Website | <http://tame.tw/news/news.php?class=204>

1 以差異化教學實施國小混齡數學補救教學之行動研究

/ 徐慧中、徐偉民

An Action Research of Mathematics Remedial Instruction by Differentiated Instruction Strategies on a Mixed-age Class

/ Hui-Chung Hsu、Wei-Min Hsu

29 數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究

/ 曾玉庭、袁媛

An Action Research of Applying Mathematical Writing to Develop Fourth Graders' Mathematical Communication Ability

/ Yu-Ting Zeng、Yuan Yuan

