曾玉庭、袁媛(2019)。

數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究。

臺灣數學教師,40(2),29-42

doi: 10.6610/TJMT.201910 40(2).0002

數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力 之行動研究

曾玉庭 表媛 2

1桃園市北勢國民小學

2中原大學教育研究所

本研究旨在探討一位國小四年級教師實施數學寫作以促進學生溝通能力之行動歷程,行動教師獲致的研究啟發包括:教師應有彈性而不拘泥的思維,以解決素養題材寫作出題不易的問題;教師在平時的教學引導中多運用不同表徵,並且引領學生學習鑑賞他人的寫作作品,以解決學生溝通能力不足及數學寫作表現停滯不前的問題;數學寫作有助教師改變教學思維,增進師生間的溝通互動。

關鍵詞:數學素養、數學寫作、數學溝通能力

通訊作者:袁媛, e-mail: yuan@cycu.edu.tw

收稿:2019年8月29日;接受刊登:2019年10月7日。

壹、緒論

數學一直是國小身為包班制導師所必須教授的學科,在教學現場,許多學生一直對數學懷著懼怕排斥的心理,且數學的學習似乎和生活之間是脫節的,因此學生缺乏學習數學的興趣。而研究者在課堂中也沒有樂於教數學,在進度的壓迫下,經常只能採用講述法,快速的將重點內容直接傳授給學生,學生則是似懂非懂的將解題過程記下來,模仿解題步驟,沒有太多機會表達其想法。因此,如何在生活化的情境下激發學生數學溝通表達能力成為本研究之探究動機。

108 新課網將核心素養的培養作為我國十二年國民基本教育的課程主軸(教育部, 2014),其中數學素養的提升更是受到討論與關注。單維彰(2017)指出:「如果要將數 學素養的行為表現總括一個詞來講,最重要、最核心的就是『溝通』」(頁13),可見「表 達、溝通與分享」一直是數學教學中培養學生具有數學素養的重要方向。

過去許多研究均肯定數學寫作對於數學學習的影響(Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017),因為寫作是主動的學習過程,學生往往在寫作的時候才發現自己在想什麼?什麼是重要的?它能促進學生對閱讀內容程序性與觀念性的了解,並且在一些觀念中尋找關連,藉由寫作聯絡各種不同數學概念表徵(Miller, 1991)。當學生能在寫作中自由地轉譯不同的表徵,進而連結直覺想法、抽象符號與數學語言,甚至貫通數學概念運用到真實生活的情境,那麼就表示學生已經完整瞭解並懂得運用所學習到的概念與知識。可見,數學寫作不僅是提升學生高層次能力的一種有效手段和策略,成為學生和他人溝通數學的工具,寫作的布題也較能夠涉略到真實的生活情境,呼應了 108 新課網中以素養為導向的數學課程理念。

綜合以上所述,數學寫作活動能促進學生概念理解、改善解題策略、增進後設認知能力,以及培養正向的學習態度,其在數學學習上的效用,已漸漸引起國內外學者的重視(Teuscher, Kulinna & Crooker, 2015; Pilten & Pilten, 2016; Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017; 周立勳、劉祥通,1998; 林原宏、李清韻,2004; 黃麗紅、溫媺純、施皓耀,2008; 楊德清、姜淑珍,2008), 而且有關數學寫作的研究也越來越多元、豐富。然而在數學寫作的實踐上,研究者是沒有經驗的新手,雖然有相關文獻的支持,但是在實施的過程中勢必會遭遇困難,如何透過實踐的歷程來了解數學寫作的模式,解決教師在教學上所遇到的困境?如何將數學寫作融入課堂,成為教學的一部份,促進學生有效的學習?研究者期望透過研究群的經驗交流與合作討論中,不斷的自我精進與充實。

因此,本研究擬以行動研究者的角色,運用數學寫作教學活動,探討其對四年級學生數學學習之影響,並將研究聚焦於數學素養中所強調的溝通能力。

貳、數學寫作的實施

為有助於行動教師進行數學寫作活動,研究者蒐集了國內外近十年的相關文獻並進行整理,以作為行動循環教學設計的基礎。

一、寫作前

學生在開始進行數學寫作活動前,事前的心理建設是有必要的,教師應該讓學生明白數學寫作的目的不是作為評分之用,而是能夠了解學生的學習狀況,減輕學生的焦慮,進一步也可說明寫作的好處,讓學生對寫作產生信心,做好寫作的心理準備(楊德清、姜淑珍,2008)。

而為了不讓學生在正式進入寫作時產生極大的挫敗感,洪宗賢(2011)認為,複習學生的先備知識可以供學生重拾舊經驗,以連結新的概念,學生的基礎功打好了,才有能力類推、應用到更高層次的情境。教師平時也應該加強學生口語溝通的訓練,讓學生發表解題的方法,學會放聲思考的練習(Powell, Hebert, Cohen, Casa & Firmender, 2017)。

二、寫作中

學生對於使用寫作來學習數學的方式沒有經驗時,教師的適時引導是很重要的,鷹架作用會讓學生的表現有明顯的差異,有助於學生在解決問題時了解如何使用寫作,而數學寫作鷹架的搭建可從以下兩方面來進行:

(一)教師指導

洪宗賢(2011)認為教師可在學生寫作前,先行說明並示範,教師的提示語愈清楚愈好,才能讓學生明白作答必須到怎麼樣的程度。另外,教師平時在課堂的講授即可藉由一些實物的操作和多樣性的表徵,幫助學生將抽象的概念具體化,再透過漸近式問題引導,師生共同討論問題的情境脈絡或條件,從中掌握情境,提出解題計畫,最後驗證答案的步驟(邱嬿滋,2016)。經由教師專業的指導,並且營造愉快的寫作氣氛,將有助於學生思考、回顧,把所學習理解到的概念表達出來(呂守純,2007;黃千芳,2007;

Freeman, Higgins & Horney, 2016) •

(二)同儕合作

學生在還未熟悉數學寫作的方式時,可以先從模仿開始(陳智康,2008),而同儕之間就是很好學習模仿的對象。許多研究者皆認同使用小組合作的方式可以增進學生從事數學寫作的主動性(楊德清、姜淑珍,2008;蕭明芳,2016; Beavers, Fox, Young, Bellows & Kahn, 2015; Martin & Polly, 2016),因此建議教師利用數學寫作讓同儕間彼此溝通交流,有助於學生更深入地思考問題。學生寫的數學想法可以被年齡相仿的人理解,從而啟發其他學生參與數學對話,藉由分組討論可以改善學生不知從何下筆的困境。

三、寫作後

任何一種教學策略都是為了使學生的學習獲得有效的改善,而學生的學習產出便是 教師用來評估診斷的珍貴資訊,數學寫作亦然。因此,教師應該善用學生寫作後的資料, 作為精進教學的參考。研究者參考了多篇文獻後,將教師在學生寫作後的作法歸納為以 下三點:

(一)適時回饋與鼓勵

教師對於學生的數學寫作若能及時回饋會有較佳的效果,透過回饋達到師生溝通與互動,而學生的想法不論是正向或負面、粗糙或精緻,教師都應該珍視並重視,多給予學生鼓勵和讚美,能強化學生寫作的動機(洪宗賢,2011;陳文章,2010;黃宦甄,2013;蔡昀辰,2014)。

(二)互相觀摩與重寫

陳文章(2010)認為提供學生觀摩他人優秀作品的機會,能提升其自我學習和參與數學寫作的意願,寫作單的完整度也因為多次的觀摩學習而逐漸進步。多位研究者(呂守純,2007;洪宗賢,2011;黃千芳,2007;蔡勝偉,2010)提議:公開表揚、張貼學生的優良作品能讓同儕見賢思齊,增加學生的信心與成就感。除此之外,實施數學寫作之後再搭配口頭發表,能使學生有機會討論與分享自己的作品,利用數學寫作來與別人進行溝通(蕭盟議,2009)。

(三)教學與追蹤

數學寫作同時結合了教學與評量的功能,從學生的數學寫作中能深入分析學生的迷

思概念,達到補救教學之效。更重要的是,教師蒐集學生的寫作成果或是與學生晤談等相關資料後,能從這些質性或量化資料來改進教學(黃宦甄,2013)。蔡昀辰(2014)建議在單元教完之後,不僅只是檢視目前的教學成果,甚至應該繼續追蹤學生後續學習概念的學習是否更順利,這種相關概念的縱向連結值得研究者深思。

參、 研究方法

身為教育現場第一線的教師,發現數學的抽象性讓大部份的學生產生畏懼排斥的心理,學生數學學習欠缺思考,且動機低落,因此本研究運用行動研究法進行探究,希望透過行動教師在班級中運用「數學寫作」的教學策略,以培養學生數學素養的「溝通」能力。

一、參與研究者

行動研究教師有十年的數學教學經驗,研究實施的地點為第一作者在桃園市任教的某所公立小學四年級學生,班上成員包含男生 15 位,女生 12 位,共 27 名學生。參與研究的人員除了研究者外,另有一群志同道合的研究夥伴,成立了數學寫作研究群,群組之成員包括一位數學教育專家、二位國中數學科教師、三位在職小學教師,以及一位國中職前教師。

二、研究歷程

本研究以個人實務工作中所發現的問題為起點,並與一群志同道合的研究夥伴,成立了數學寫作研究群。在經過數學寫作研究群幾次的會議分享討論後,共同蒐集相關資料,試圖找出解決方案,最後擬定幾種較為可行的數學寫作類型,設計寫作活動學習單以提升學生的數學素養,研究中將數學素養的內涵聚焦於培養數學溝通的能力,並研擬實施活動,發展出具體的行動方案。

本行動研究共分為二個循環,第一循環研究時間為 2017 年 9 月到 2017 年 12 月;第二循環研究時間為 2018 年 1 月到 2018 年 4 月。研究者以教科書的內容為基礎,再加以延伸應用,依據教學目標、學生經驗、使用時機及合適的單元等,從劉祥通和黃國勳(2005)所區分的寫作類型中選取適當的寫作模式來做設計,每單元設計一至二個適合的寫作類型問題。

每一次寫作前,研究者會先在班上說明寫作單的指導語,然後進行簡單的全班或分組討論;允許學生使用畫圖或文字等多重表徵呈現寫作內容,讓學生在無壓力下自由表達、輕鬆書寫。藉由引導學生熟悉數學寫作的模式,讓學生不害怕寫作,接著在教學結束後,把寫作單讓學生帶回家當作業。學生寫作後隔天,安排互動分享的時間,透過同儕間互相偵錯的方式,增加彼此溝通交流的機會。最後,教師收回批閱,進行回饋,表揚佳作,澄清迷思,讓概念錯誤的學生再次訂正重寫,從每一次的寫作中不斷提升學生的數學素養。

研究者先對行動方案所蒐集到的資料進行初步的評估和反省修正,透過實際教學行動過程檢核、批判、反省,再從學生寫作中所得到的回饋,納入數學寫作研究群的會議中提出討論,給予研究者更多深入的評析和建議,使行動計畫回到新階段的釐清問題,然後調整發展出新的行動策略,透過不斷的反思修正,以發展完整精緻的數學寫作教學方案。

三、研究工具及分析

本研究所使用的研究工具包括:學生數學寫作簿、學生訪談紀錄、教師反省札記、研究群會議紀錄,資料處理以質性分析為主,從不同的研究工具,蒐集所有原始相關資料進行組織、分類和編碼,以利分析教師在行動歷程的困境及數學寫作對學生數學素養方面的影響。

肆、研究結果與討論

本研究主要探討四年級學生在接受二個數學寫作行動循環的引導後,學生數學溝通能力提升的情形,以及教師在此歷程中的成長與改變。以下依據本研究的行動歷程分為二節進行研究結果的說明及討論。

一、萬事起頭難

本行動研究第一循環是從 2017 年 9 月到 12 月,進行的寫作單元主要為四年級上學期各單元,共計實施 14 次寫作及 6 次學生寫作互評活動。雖然在正式寫作前已歷經長達三個月與研究團隊的討論及文獻探討的準備,但實際在教學現場實施數學寫作活動仍出現了許多的困境,分述如下:

(一)設計素養寫作題材之難

剛開始,研究者對於什麼樣的單元內容適合從哪種寫作模式切入一直拿不定主意, 也不知要如何設計出具數學素養的寫作題材。所以,一開始所設計的寫作內容其實和傳 統的數學解題很相似,只是問題的描述較為開放性,題目的情境盡量生活化,讓學生以 文字或畫圖的方式自由回答。但一直以來,學生的作業都是有一個固定的模式、框框等 著他們填入正確答案,這種「無範圍」的數學作業讓他們無所適從。即使經過幾次寫作 之後,多數學生的表達仍是支離破碎,回答的內容也很少深入數學概念的核心。

(二)學生溝通表現提升之難

一開始,學生還不太知道如何下筆寫這樣的作業,因此研究者會先在班上說明寫作單的指導語,進行簡單的討論,再請學生回家寫。即使如此,學生的表達一開始仍不夠完整,回答也很簡短。

T:無法完成數學寫作,困難在哪裡?

S:不知道怎麼寫出來。

T:因為不了解題目的意思嗎?

S:了解,可是不知道理由要寫什麼?

(訪 S24-170930)

從學生的數學寫作作品中,可以發現學生在寫作的內容上似乎較少觸及數學概念的 核心,且低成就學生在題意的理解上容易產生困難。幾次寫作下來,發現部份低學習成 就的孩子改變依然不大,對於寫作表現停滯不前的孩子,如何幫助他們再精進,成為第 一行動循環出現的難題。

數學寫作批改完,研究者通常會花一節課時間檢討前一天寫的題目,澄清學生的迷思概念,但是從部份學生的重寫訂正中,研究者發覺光口語說明,對那些程度較低落的同學仍效果有限,在研究群的討論會議中,夥伴們分享了自己的做法,這也讓研究者省思下一循環的寫作應該創造更多學生互相觀摩學習的機會。

(三)數學寫作評閱之難

1. 評分的客觀性問題

辛靜宜(2008)指出寫作單本身亦可視為一種評量工具,透過檢視學生的寫作內容,能深入分析學生的迷思概念及學生理解知識的過程,彌補了傳統評量不足之處。研究者一開始是採用蓋章當作鼓勵孩子的增強物,也作為一種簡易的評分方式,因為蓋章結合榮譽制度能激發孩子寫作的動機,多多益善,但是當研究者要蓋下章的那一刻,內心又是一番天人交戰,不知道該以什麼樣的心態或標準來衡量學生寫作的好與壞。經參考美國佛蒙特洲的教育機構(Vermont Department of Education)(1991)曾於年度報告中提出數學溝通的評量準則,包含數學語言的使用、數學方式的表述、及演示的清晰度,因此研究者試著依照學生所表達出的數學溝通能力,判定其屬於的溝通階層進行評分,以作為了解學生溝通表現的依據。

2. 同儕互評的混亂

研究者從數篇國內外文獻探討中,發現教師利用數學寫作讓同儕間彼此溝通交流,可以增進學生從事數學寫作的主動性,有助於學生更深入地思考問題(Byung-In, 2015; Freeman, Higgins & Horney, 2016; Martin & Polly, 2016)。因此通常在寫作後的隔天,研究者會讓同儕進行互評的活動,透過互相偵錯的方式,給予彼此互動分享的時間。學生也對於這項活動充滿期待,不時關注別人給予自己的評價。但學生應該要怎麼給予同學回饋?學生要評什麼?以及互評的部份要寫在哪?過去的研究者雖然多建議要增加同儕回饋,但是在這部份的實踐歷程上著墨卻不多。

剛開始的互評,學生不斷請求教師協助,同學之間像是會傳染似的一個接著一個舉手發問,甚至也有人開始抱怨看不懂同學的答案,趁場面未混亂之際,研究者趕緊跳出來安撫同學情緒。原以為同儕互評的引導已是最棘手的事,但其實收回寫作簿才是真正痛苦的開始,因為現在教師不只要評閱學生的寫作,還要評閱學生給予他人的回饋,加上有些學生在互評時沒有和原作做明顯區隔;或是回饋後忘記留下姓名和日期,造成視覺上的混亂,增加批改的複雜度,也加重了教師在評閱上的負擔。蕭明芳(2016)指出:「同儕互相觀摩,寫下回饋,不僅增加學生互動交流,也減少教師負擔」,或許因為研究者在嘗試數學寫作上是新手,所以結果不如預期。研究者反思在評閱上出現的問題,思考著如何讓學生的寫作和同儕間互評的回饋可以有更充足的發揮空間及明顯區隔,教師的回饋與鼓勵也才能各有其所,使接下來的寫作評閱進行得更順利。

二、調整腳步再出發

走過第一循環,這一路跌跌撞撞的過程有痛苦、有掙扎,也有驚喜,但更多了是改變的勇氣。過去失敗的經驗可作為下個循環改進的依據,研究者期待從不斷的調整中能看見師生共同成長的蛻變,更看見教育問題改變的契機。第二循環的數學寫作是從 2018 年 1 月到 4 月,主要以四年級下學期的四個單元作為設計內容,共進行 8 次寫作及 5 次的學生互評。由於,在第一循環的寫作歷程中遇到了四個主要的困境,因此接下來的行動循環中,研究者除了維持前一循環數學寫作實施活動的基本方向,還做了微幅的調整,茲列舉如下:

(一)數素養寫作題材的設計

研究者發覺一開始在設計素養寫作題材時,自己其實是很沒有信心的,總是抱持著猶疑的心態,特別是要將「素養」融入數學寫作的四種模式,常讓研究者感到卻步不前,甚至慢慢覺得被「素養」和「寫作的四種模式」搞得綁手綁腳的,但是「久病成良醫」,幾次出題下來,研究者漸漸體悟到生活的情境應該是活的,實在不需要被「型式」給局限住了,有時候一次寫作可能就會綜合使用不同的模式,例如:四上第六單元的寫作題材(圖1)即是綜合了值錯和擬題兩種模式的題型,研究者發現不需要拘泥其中,就會有更多靈感的湧現。

2. 粗心的小淞把題目看成「柳丁③公斤賣 124元,率叔叔的 柳丁園昨天採收了 100 公斤的柳丁,總共賣多少元?」他列 出的算式為:124-3×100=4133,但是老師公布的正確答案卻 是「100÷5×124=2480」,請你幫忙將小淞看錯的題目更正回 來,完整寫下正確的佈題。

圖1 四上第六單元「整數四則計算」的寫作題材

(二)學生溝通表現的提升

從第一循環的寫作中,發現學生對於以不同表徵進行溝通的能力明顯不足,因此研究者開始試著在平時的教學引導中多運用不同表徵的連結,小組討論時,也盡量讓學生以各種表徵的方式呈現他們的想法,發現具像的表徵圖示更能幫助學生理解題意。令研究者欣慰的是,幾次在學生考試的行間巡視中,發現開始有同學會在應用題中利用線段圖等圖示來分析、理解題意,這是過去研究者在班級中所未見的。研究者蒐集了學生每

一次寫作的分數,統計出全班在每一個單元「表達」項目的平均級分,並繪製成折線圖 (圖 2)來觀察學生的表現,發現平均級分隨著單元的進行漸漸提升,進步的幅度有緩 緩向上的趨勢。

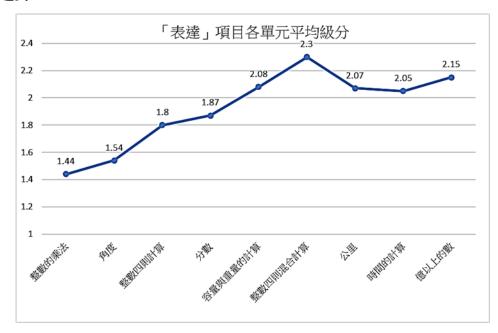


圖 2 溝通素養中「表達」項目提升情形折線圖

從第二循環開始,研究者會將每次寫作值得分享的作品拍照,然後以電子白板投影解說,學生看到自己或是同學的作品被放大展示,上課的投入程度和專注力甚於以往只有教師口語的說明。全班性概念澄清後,研究者會請學生將寫作簿放在桌上,開放讓學生在教室裡安靜地走動,欣賞每一位學生的作品,也增進學生之間更多的互動交流。

(三)數學寫作的評閱

為改善學生對評閱標準不清楚的問題,研究者在進行第二循環之前,請學生將評量 規準表貼在寫作簿的第一面,方便學生從寫作得到的章數對照自己所屬的層級表現,研 究者並再次向學生說明教師給予章數的判斷依據。當然在評閱層級的過程中難免還是會 遇到模糊的灰色地帶,研究者透過訪談的方式,先了解學生真正的想法,針對內容的疑 慮之處釐清後,再進行評分,就能更加準確地分析學生在數學概念上的真實程度。而關 於學生互評的部份,研究者則是透過投影學生作品,讓學生明白:清楚的闡釋自己的理 解,並且給予對方中肯的意見,不帶有惡意的批評,才是最佳的溝通表現。

伍、結論與討論

一、教師應有彈性而不拘泥的思維,以解決素養題材寫作出題不易的問題

本研究所採用之數學寫作的類型為劉祥通與黃國勳(2005)所舉出之四種數學寫作模式為主,然而研究者在設計素養寫作題材的歷程中,總是為了如何將「素養」巧妙而自然地融入數學寫作的四種模式而絞盡腦汁,經常花費了許多時間卻苦無想法,成為實施素養寫作的一大難題。因此研究者認為教師若能跳脫數學寫作模式的局限,著重在數學主題的探索,就有更多靈活彈性的發揮空間,使數學寫作的內涵變得更加豐富多元。

二、教師在平時的教學引導中多運用不同表徵,並且引領學生學習鑑賞他 人的寫作作品,以解決學生溝通能力不足及數學寫作表現停滯不前的問 題

本研究發現四年級的學生對於「無範圍」的數學寫作經常感到無所適從,作答方式仍受傳統封閉式題型的影響,學生不適應以多元的寫作形式來完整表達內心的想法,造成溝通能力提升不易,甚至出現停滯不前的情況。此時,教師本身應先做示範,於平時的教學中就融入不同表徵的呈現,讓學生在潛移默化之下逐漸習慣以不同的表徵來呈現解題歷程,提升溝通能力。另外教師也要創造更多學生互相觀摩的機會,除了公開展示優秀作品,也藉由同儕互評的方式,學習如何批判及欣賞他人作品,進而培養正確的溝通態度。

三、數學寫作有助教師改變教學思維,增進師生間的溝通互動

研究者在實施數學寫作的過程中,有時信心也會動搖,經常想著如果以傳統講述的 教學方式快速又輕鬆,但是當看到孩子在這段寫作的日子中蛻變成長,看著孩子學習時 臉上專注又投入的神情,心裡又多了幾分肯定。慶幸著,還好這一路上有停下來細細欣 賞,否則就錯過了這些美好的風景。因為數學寫作,師生之間多了很多互動交流的機會, 幫助教師更快掌握學生的迷思概念,讓教學更聚焦,同時也透過寫作與學生「對話」的 歷程中,教師不斷反省修正自己的教學,改變了課堂中的教學圖像。

參考文獻

- 呂守純(2007)。**數學寫作活動對於提升四年級學童數學領域學習成效之探討**。(未出版 之碩士論文)。國立臺南大學,臺南市。
- 辛靜宜(2008)。後設認知架構與執行性數學寫作對微積分變化率應用問題解題的影響。 高雄師大學報:自然科學與科技類,25,65-86。 doi: 10.6249/SE.2016.67.4.04
- 周立勳、劉祥通(1998)。寫作活動對國小學童在數學解題能力的影響。**教育研究資訊**, **6**(3),46-62。
- 林原宏、李清韻(2004)。國小學生數學解題溝通能力評量之實證研究。**測驗統計年刊, 12**,233-268。doi: 10.6773/JRMS.200412.0233
- 邱嬿滋(2016)。**解釋性數學寫作融入國小五年級數學教學以提升數學溝通能力之行動** 研究。(未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學,臺中市。
- 洪宗賢(2011)。**數學寫作對國小六年級學生分數單元解題能力的影響。**(未出版之碩士 論文)。國立彰化師範大學,彰化縣。
- 教育部(2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市:作者。
- 陳文章(2010)。**數學寫作活動對國小學生數學成就與數學態度之成效研究**。(未出版之碩士論文)。國立雲林科技大學,雲林縣。
- 陳智康(2008)。**故事情境融入數學寫作教學之研究**。(未出版之碩士論文)。國立新竹教育大學,新竹市。
- 單維彰(2017)。素養評量芻議。**教育部高中數學學科中心電子報,124**,1-16。
- 黄千芳(2007)。**利用數學寫作提升國小學童數學解題能力之行動研究。**(未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學,彰化縣。
- 黃宦甄(2013)。**以數學寫作教學融入三角單元對高三學生學習歷程的影響**。(未出版之碩士論文)。國立臺南大學,臺南市。
- 黃麗紅、溫熾純、施皓耀(2008)。數學寫作活動對八年級中程度學生解題的影響之個案研究-以一元二次方程式應用問題單元為例。**台灣數學教師電子期刊,16**,33-49。doi: 10.6610/ETJMT.20081201.04
- 楊德清、姜淑珍(2008)。數學寫作融入國三數學課室實踐歷程與影響之研究。**科學教育學刊,16**(4),439-458。 doi: 10.6173/CJSE.2008.1604.03

- 劉祥通、黃國勳(2005)。數學寫作活動的類型與實例。**台灣數學教師電子期刊,1**,2-11。 doi: 10.6610/ETJMT.20050301.02
- 蔡昀辰(2014)。**利用數學寫作的方式處理乘除法概念學習之個案研究-以二年級為例。** (未出版之碩士論文)。國立臺南大學,臺南市。
- 蔡勝偉(2010)。**探討數學回憶單對高職二年級數學學習成效之影響**。(未出版之碩士論文)。國立臺南大學,臺南市。
- 蕭明芳(2016)。**運用數學學習日記提升國小六年級學生數學學習成效之行動研究。**(未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學,臺中市。
- 蕭盟議(2009)。**數學寫作對九年級學生數學學習成效之影響。**(未出版之碩士論文)。 國立彰化師範大學,彰化縣。
- Beavers, A., Fox, B. L., Young, J., Bellows, E. M., & Kahn, L. (2015). Integrating Writing in the Middle-Level Mathematics Classroom: An Action Research Study. *MLET: The Journal of Middle Level Education in Texas*, 2(1), 4.
- Byung-In, S. (2015). Mathematical Writing: What Is It and How Do We Teach It? Journal of Humanistic Mathematics, 5(2), 133-145. doi: 10.14687/ijhs.v13i1.3361
- Freeman, B., Higgins, K. N., & Horney, M. (2016). How Students Communicate Mathematical Ideas: An Examination of Multimodal Writing Using Digital Technologies. *Contemporary Educational Technology*, 7(4), 281.
- Martin, C., & Polly, D. (2016). Examining the impact of writing and literacy connections on mathematics learning. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(3), 59-78. doi: 10.1080/24727466.2016.11790354
- Miller, L. D. (1991). Writing to learn mathematics. *Mathematics Teacher*, 84(7), 516-521.
- Pilten, G., & Pilten, P. (2016). The effect of mathematical writing activities on 3th grade students' problem solving and posing skills. *Matematiksel yazma etkinliklerinin 3. Sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma becerilerine etkisi.*, 13(1), 209-226. doi: 10.14687/ijhs.v13i1.3361
- Powell, S. R., Hebert, M. A., Cohen, J. A., Casa, T. M., & Firmender, J. M. (2017). A synthesis of mathematics writing: assessments, interventions, and surveys. *Journal of Writing Research*, 8(3), 493-530. doi: 10.17239/jowr-2017.08.03.04

- Teuscher, D., Kulinna, P. H., & Crooker, C. (2015). Writing to learn mathematics: an update. *The Mathematics Educator*, 24(2), 56-78.
- Vermont Department of Education (1991). Looking beyond "the answer": Vermonts mathematics portfolio program. Montpelier: Author.