

陳欣民（2020）。

奠基進教室提升小六學生解題表現之研究：雞兔同籠。

臺灣數學教師，41（2），44-58

doi: 10.6610/TJMT.202010_41(2).0003

奠基進教室提升小六學生解題表現之研究：雞兔 同籠

陳欣民

嘉義縣朴子市大同國民小學

本研究旨在探討《數字賓果》奠基活動進教室後，學生在「雞兔同籠」數量關係的解題表現。研究採個案研究法，研究對象為嘉義縣某國小一個小六班級 23 位學生。蒐集的資料包括課堂觀察、共備、議課錄影與學習單等。研究結果顯示，奠基進教室能啟動解題的思考歷程，提供「讀題、分析、探討、計畫、執行、驗證」的解題鷹架，並培養學生「逆概念」的邏輯推理。

關鍵詞：奠基活動、解題

壹、前言

教育部提出數學素養導向新課綱，並委辦臺師大數學教育中心執行「就是要學好數學」計畫，期能透過學前的奠基活動，引動學生學習數學的興趣與奠定學習數學概念的基礎（林福來，2014a，2014b；林佳汝、李源順、張育萍，2018）。林福來教授延續此理念，提出「奠基活動進教室」，進一步將奠基活動轉化於實際課程中，突顯奠基活動對應十二年國教領綱中所處的課程地位，以利發揮更大的影響力（吳宛柔、楊凱琳，2019；林碧珍，2020）。

研究者所屬的學校社群有幸成功申請到臺師大易思計畫，社群教師對於「奠基活動進教室」仍處於摸索階段，想要藉由參與計畫接受教授們的指導以學習相關理念，且盡可能地在自身數學課融入「奠基進教室」活動。研究者任教小六班級之數學教科書採用南一出版社版本，其第六單元「怎樣解題（二）6-3」即「雞兔同籠」之相關應用題解題。許多研究者（陳宏州，2010；鄭郁婷，2011）指出，學習者面臨「雞兔同籠」此類文字問題時，需具備數學抽象的推理能力與運算技巧的使用，也會面臨因教材不符合生活情境而阻礙思考，或解題過程太過制式化而造成學習者學習意願低落、及學習負荷的問題，因此「雞兔同籠」對六年級的學生而言是最難達到精熟的概念。剛好奠基第一期模組由洪雪芬老師設計的《數字賓果》（洪雪芬，2013）與課本「怎樣解題」單元互相呼應，因之，本研究以此模組做為課程設計的基礎，期能藉由與實際數學課程結合、簡化與修改活動模組，使奠基活動能真正過渡到「雞兔同籠」的解題運思，以體現「奠基進教室」的精神，提供給想要將「奠基活動」轉化成「奠基進教室」的研究者與教師參考。

綜上所述，本研究旨在了解奠基活動轉化為「奠基進教室」之適切性與實用性，研究目的為探討《數字賓果》奠基活動進教室後，學生在「雞兔同籠」數量關係解題表現。

貳、文獻探討

一、數學解題

數學解題是數學課程與教學的核心（Lester, 1980；NCTM, 2000），近年來不少國家皆將「解題」列為數學教育的主要目標（Kaur, Har & Kapur, 2009；楊瑞智、曾婉菁，2015）。數學解題是一種利用先備知識來解決不熟悉之新問題的過程，過程中用到數學

概念、原理或方法 (Carl, 1989), 例如: 回憶、重組資料、畫圖、猜測、檢驗、尋找規律、閱讀、釋義、計算、檢查等認知-後設認知策略 (鐘承均、呂翠華, 2015; 楊瑞智、曾婉菁, 2015)。楊德清 (2006) 指出, 數學學習應該強調概念的理解, 數學解題不等於數學解答, 思考的過程要比答案的獲得更重要。換句話說, 數學解題源自於解決真實情境所面臨的問題, 透過解題過程能啟發新的概念或技巧、數學理解能力以及思考邏輯與歷程 (鄭雅惠、劉祥通, 2019)。

Polya (1973) 將解題歷程分為四階段 (引自施淑娟, 1999), 分別為: (一) 瞭解問題: 將文字敘述轉譯成不同的表徵形式, 以促進問題的解決, 例如將問題中的數字變小或將問題拆解成數個小問題的「簡化問題」; 或是用換句話說的方式將題目重述一遍的「重述問題」; 以具體的圖形表徵問題之「圖示法」; 依題目意義轉換成表格的形式, 從表格中觀察及思考的「列表法」。(二) 擬定計畫: 以所學的知識找出未知數和已知數之間的關係, 擬定解題計畫。(三) 執行計畫: 依據計畫執行及演算, 或使用特別的捷思法則, 以促進解題的表現。(四) 回顧解答: 檢驗結果, 並找出其他的解決方法。包括教學生使用自我教導的「後設認知策略」、「自我提問」與「自我監控」三種策略; 以及幫助學生瞭解自己使用的方法是否能夠成功的解決問題的「估算法」。Schoenfeld (1985) 強調數學解題的研究方向需要考慮四個變項 (引自陳英豪, 2016): (1) 資源: 包含數學事實、程序及技巧等相關數學知識。(2) 捷思: 解題的技巧和策略, 如簡化問題、畫圖、畫表格、尋找組型、猜測、找相關問題、逆向思考等。(3) 控制: 如何決定計畫、如何選擇目標、評估解題結果等方面。(4) 信念系統: 解題者擁有的數學觀, 將會影響其解題行為。因之 Schoenfeld (1985) 又延伸 Polya 的理論, 將解題歷程區分為六個階段: (1) 讀題。(2) 分析: 題目簡化或重述。(3) 探索: 尋找已知條件、未知條件及問題目標的關連性。(4) 計畫: 擬定計畫, 評估計畫的適切性。(5) 執行: 執行計畫, 檢視是否依計畫執行。(6) 驗證: 檢查答案是否合理。而黃家杰、梁淑坤 (2007) 整理相關文獻, 認為各學者所提出的解題歷程內容發現彼此相似, 只是階段分類不同, 但皆適合做為數學解題歷程分析的理論依據, Polya (1973) 和 Schoenfeld (1985) 的階段分類對照如下表 1 所示。

表 1
數學解題歷程理論比較表

理論提出者	階段一	階段二	階段三	階段四	階段五	階段六
Schoenfeld (1985)	讀題	分析	探討	計畫	執行	驗證
Polya (1945)	了解問題		擬定計劃		執行計劃	回顧解答

引自：黃家杰、梁淑坤（2007）

綜上所述，本研究擬結合 Polya（1973）和 Schoenfeld（1985）的解題歷程來探討數字賓果奠基進教室後，學生在「雞兔同籠」數量關係解題表現。

二、數量關係解題

早在《孫子算經》即出現「今有雉、兔同籠，上有三十五頭，下九十四足。問雉、兔各幾何？」的問題，並提出解法「上置三十五頭，下置九十四足。半其足，得四十七，以少減多，再命之，上三除下三，上五除下五，下有一除上一，下有二除上二」（維基百科，2019）。先假設所有的腳都為雞腳，「 $94 \div 2 = 47$ 」，得雞有 47 頭，與題意不符，多的就是兔子的數目，因此用「 $47 - 35 = 12$ 」，得兔子 12 頭。現實生活中當然不可能把雞和兔關在同一個籠子裡裏面，但這突顯了不論古今中外的數學教育皆致力於培養學生的邏輯推理能力。

李源順（2020）以「雞兔同籠」為例說明數學感的教與學。「雞兔同籠」的解題方式與數學感中重要「正、逆概念」有關，當我們知道有幾隻雞、幾隻兔子時，會把雞的數目乘以 2（雞有 2 隻腳）、兔的數目乘以 4（兔有 4 隻腳）很容易就能算出腳的總數，為「正概念」命題；反之當我們只知道「雞、兔腳的數目總和」，卻要去推估「雞、兔的正確數目」時，便是數學本質上的逆概念了。在生活中常碰到正概念問題，但在數學的學習上，我們會用逆概念問題來培養學生的邏輯推理能力，例如「籠子裡有雞和兔共 8 隻，已知共有 26 隻腳，試問雞有幾隻？兔有幾隻？」。在小學階段，不要求學生利用代數解題，但學生遇到兩量皆未知的問題時，可能會產生以下的學習困難（張英傑，2019；黃光逸，2019）：（1）學生不知如何進行解題思考。（2）在利用嘗試錯誤法進行解題時，無法掌控下一步要猜測的方向。（3）學生習於利用算式直接運算，不知如何利用表格做解題歷程記錄。此時引導學生對於問題中隱含的「規律」（pattern）探究能力有助於學生的解題表現，其中又以「項次差為相同差數」最適合高年級學生學習，因學生解題策略

受其規律覺察能力高低之影響（趙曉燕，2010；江凱靈、李心儀，2016）。解題時可讓學生從有規律的嘗試錯誤過程（如列表）中做邏輯推理、先做假設，若算出的腳數總和與實際腳數有落差，再運用「每少一隻雞、多一隻兔，會多 2 隻腳」規律找出答案。對於無規律嘗試錯誤解題的學生，老師宜肯定學生可以站在他會的基礎學習新的方法；而對於有規律的嘗試錯誤解題的學生，更能從過程中學到推理解題的策略，有助於從算術思維過到代數思維。

十二年國教數學領綱中，第三學習階段（小學 5-6 年級）的學習重點為「以常用的數量關係，解決日常生活的問題」。分別以指標「n-III-10 嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題」、「r-III-3 觀察情境或模式中的數量關係，並用文字或符號正確表述，協助推理與解題」做為「學習表現」的描述；而在「學習內容」中，則說明解題意涵為「N-6-9 由問題中的數量關係列出恰當的算式解題」。「雞兔問題」屬於較複雜情境的解題，為「代數」與「函數」的前置經驗。從奠基進教室的具體情境出發，引導學生觀察、推理，做為日後以文字或符號列出數量關係算式的基礎，相當適合做為邏輯推理與數學關係解題的訓練題材。

參、研究方法

一、研究方法與對象

本研究旨在探討將奠基活動轉化為「奠基進教室」之適切性與實用性，採用《數字賓果》奠基活動（洪雪芬，2013）做為「奠基進教室」的主要課程設計，期能與實際數學課程結合，評估試行之後是否能提升小六學童的數學學習與解題成效。

研究採個案研究法，研究對象為嘉義縣某國小一個小六班級。此國小教師社群申請易思計畫通過，社群內的教師們盡可能在數學課中融入「奠基進教室」的活動以因應計畫的走向，為立意取樣。研究班級為常態編班，男生 11 人，女生 12 人，共 23 人。研究者在班上執行奠基進教室活動時，邀請社群教師團隊參與共備、課堂觀察與議課，並保留活動錄影、教學設計與檢討、學習單等資料。

二、課程設計

研究者依據十二年國教的課程目標，將《數字賓果》奠基活動融入於數量關係解題課程當中，整理於下表 2。

表 2
數字賓果奠基活動融入數學解題課程設計

	課程目標	活動說明
數字賓果 奠基活動	透過遊戲，發展「怎樣解題－雞兔同籠問題」之先備概念與解題策略。	(1)洗牌：越均勻越好 (2)發牌：每人發 8 張牌，剩餘牌放中間 (3)抽賓果牌：隨機抽一張賓果牌，當作此輪目標 (4)加總手上牌卡：觀察自己牌卡數字的總和是 多少 (5)比較：設法達成賓果數。每一回丟出一張牌 卡，並從剩餘牌抽回一張（手上永遠保持 8 張牌） (6)賓果贏家：誰的 8 張牌總和為賓果數，就為 贏家！
讀題	課本習題重述與了解題意	開心農場養了雞和兔子共 8 隻，且牠們共有 26 隻腳。請你想想，雞和兔子各有幾隻？把你的想法記錄下來。
分析	畫表格、尋找組型、類比	和「數字 2，4 賓果」比較 (1)雞的腳代表什麼？兔的腳代表什麼？ (2)題目裡「共 8 隻」和賓果遊戲裡的什麼相同？ (3)「共有 26 隻腳」和賓果遊戲裡的什麼相同？
探討監控	尋找已知條件、未知條件及問題目標的關連性。	和「數字 2，4 賓果」比較，缺少了什麼「已知」的條件？
計畫	擬定計畫、做出假設、評估計畫的適切性。	(1)假設「全部的腳都是雞/兔的腳」，由假設得到的結果和已知腳的總數差距多少？ (2)如何使用「數字 2，4 賓果」得到的「換牌策略」讓假設腳數和與實際腳數和趨於一致？
執行	執行解題運算	使用算式表示解題過程
驗證	檢查算式與答案是否合理	(1)察覺使用不同的假設解題，能得到相同的答案 (2)延伸至其他類似題解題

三、資料蒐集與分析

本研究使用教學觀察錄影、學習單表現與研究團隊教師心得札記等方式以瞭解《數字賓果》奠基活動進教室後，學生在「雞兔同籠」數量關係解題表現與學習成效。所有錄影的資料均轉錄成逐字稿，因為錄影內容保留了教室的活動，不僅可以仔細地從不同的觀點去檢驗複雜的活動，還可以將錄影內容慢速播放並且多次的觀看 (Jacobs et al., 2003)。另外研究者亦透過和參與課室觀察老師之心得分享的過程，寫成教師反思札記做為課程實施後之省思檢討。上述所蒐集的資料再依不同種類加以分類和編碼，如下表 3 所示。

表 3
研究工具編碼規則

編碼	編碼代表的資料
T1	實際授課教師
T2~4	研究團隊協同教師
S15	15 號學童
1090508 觀	民 109 年 5 月 8 日之課室觀察
S6 單	6 號學童之學習單
T2 思	教師 T2 反思札記

肆、研究結果與討論

一、「數字賓果」奠基活動有助於學生「讀題與分析」的能力

在歷經兩回合的數字賓果奠基活動後，學生皆能覺察「換牌的策略」，最令研究者驚訝的是，即使平時數學能力表現皆屬於低成就學童 S5、S26，也能主動回答換牌思考的邏輯。

(原案一 1090508 觀)

T: 遊戲時，賓果數 20，如果手牌 8 張全是「2」，請問「至少」要換幾次才能 BINGO?

S5: 兩次，因為他少了兩個「2」。

T: 有沒有人可以說得更詳細?

S26: 每換一次，拿「2」換「4」都相差「2」，因為和賓果數差「4」，所以只要換兩次。

你發現了什麼？

牌卡2張數	0	1	2	3	4	5	6	7	8
牌卡4張數	8	7	6	5	4	3	2	1	0
所有牌卡張數	8	8	8	8	8	8	8	8	8
牌卡數字總和	32	30	28	26	24	22	20	18	16

-2 -2 -2 這裡，「減2」代表什麼意思呢？

圖 1 數字賓果記錄表格

你發現了什麼？

雞的數目	0	1	2	3	4	5	6	7	8
兔的數目	8	7	6	5	4	3	2	1	0
所有動物數目	8	8	8	8	8	8	8	8	8
腳數目的總和	32	30	28	26	24	22	20	18	16

-2 -2 -2 這裡，「減2」代表什麼意思呢？

圖 2 雞兔同籠列表解題

兩圖比對，學生 S7 馬上發現：「這個題目和玩『數字 2,4 賓果』道理是一樣的嘛！」老師趁勢追擊：「有誰可以說出，題目中有哪些部份和剛剛玩的《數字賓果》一樣呢？」S15 答：「雞的腳代表牌卡 2 的張數；兔的腳代表牌卡 4 的張數；題目中『共 8 隻』和遊戲裡『每人有八張牌』相同；而『共有 26 隻腳』和『賓果數』相同」(圖三、圖四 1090508 觀)。被視為低成就的學童 S15，由於充份了解遊戲規則，竟能成功類比課本例題和遊戲規則相同的結構性，正呼應前述文獻，數學解題是一種使用如閱讀、釋義、回憶、重組資料等方法，以先備知識來解決不熟悉的新問題的過程 (Carl, 1989; 鐘承均、呂翠華, 2015; 楊瑞智、曾婉菁, 2015)。對應 Polya (1973)「瞭解問題」、Schoenfeld (1985) 的「讀題與分析」階段，學生能轉化課本習題，將雞兔同籠文字題中的意涵拆解成「已知」的小部份區塊，並透過表格的對應形成不同的表徵形式，進一步釐清這些「已知」條件和遊戲規則的關係，是為從表格中觀察及思考的「列表法」，可見奠基進教室有助於簡化問題且促進問題的理解，加強讀題和分析的能力。

2 → 牌卡數 共 8 隻 → 8 張
4 → 4 26 腳 → 賓果數

圖 3 回憶、類比

雞(隻)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
兔(隻)	8	7	6	5	4	3	2	1	0
腳的總數	32	30	28	26	24	22	20	18	16
你發現什麼？	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2

圖 4 列表法讀題與分析

二、「數字賓果」奠基活動提供「探討與計畫」的解題鷹架

進展到「探討與計畫」階段，研究者要求學生以《數字賓果》為例將「如何達陣賓果數」的解題運算寫出來。

(原案二 1090508 觀)

T：請用算式表示「賓果數 20，手牌是 8 張 2，至少要換幾次才能 BINGO」？

S14(黑板解題)：

$$20-16=4$$

$$4-2=2$$

$$4 \div 2 = 2$$

.....



T：如果手牌是 8 張「4」，賓果數 20，請問「至少」要換幾次才能 BINGO？

S(在學習單寫下)：

$$32-20=12$$

$$4-2=2$$

$$12 \div 2 = 6$$

T：有誰可以說明這三個算式所代表的意義呢？

S9：32-20=12...代表自己手中的牌比賓果數多 12

4-2=2...每換一張牌就可以少「2」

12÷2=6...差 12 要換 6 次

Polya (1973)「擬定計畫」階段中，需要學生以所學的知識找出未知數和已知數之間的關係。原案二的課室觀察顯示學生能察覺「已知數」(賓果數、手牌數)及「未知數」(要換幾次牌)的關係，即每換一張牌會多「2」或少「2」。當學生找出賓果數與手牌數的關係時，就能根據此關係擬定解題計畫，將兩者數目的差距換算成「2」的倍數，求出換幾次牌的關鍵。學生在此歷程中先「探索」已知條件、未知條件及問題目標的關連性，再根據數學事實、程序及技巧的資源擬定計畫，透過尋找組型、逆向思考等捷思，去掌握計畫擬定的控制，展現出 Schoenfeld (1985)「探討與計畫」階段所需的能力。由此可見，奠基進教室活動能養成學習數學內容的具象經驗，在「具象經驗的遊戲規則」與解題時的「探討與計畫」兩者間提供了很好的鷹架，引導學生思考「如何換牌」的策略，過渡到「如何假設、如何列式、如何運算」的解題運思，為一個能夠引導學生解構問題情境的工具，對未來進一步處理課本雞兔同籠習題的解題很有幫助。

三、「數字賓果」奠基活動提供「執行與驗證」的反思工具

學優生 S3 提出了一個關鍵問題：玩遊戲時，需要「手上牌數和與賓果數差多少」的已知條件，可是課本的題目裡，獨缺「手牌總和」的線索。

(原案三 1090508 觀)

S3：可是，這個題目還欠缺一個條件，我們不知道自己手上的牌數總和啊！

T：如果你先假設自己手上八張牌全部都是「2」呢？

S3 (大叫)：啊！我知道了！假設我手上全部都是「2」，總和 16，比賓果數少 10，就要拿五張「2」換「4」啊！

T：賓果！所以你有幾隻雞？幾隻兔？

S3：有 3 隻雞、5 隻兔。

T：可以做別的假設嗎？例如假設八張牌全部是「4」？

S10：全部是 4，總和是 32，我比賓果數多 6，拿三張「4」換「2」，所以我有 3 隻雞，5 隻兔。

S15：老師，可不可以假設四張牌「2」、四張牌「4」呢？

T：你可以試試看。

S15：四張牌 2、四張牌 4，總和是 24，比賓果數少 2，要拿 1 張「2」換「4」，一樣是 3 隻雞，5 隻兔耶。

T：大家發現了什麼？

S20：這個題目要先做假設，不管假設是什麼，最後答案都是「3 隻雞，5 隻兔」！

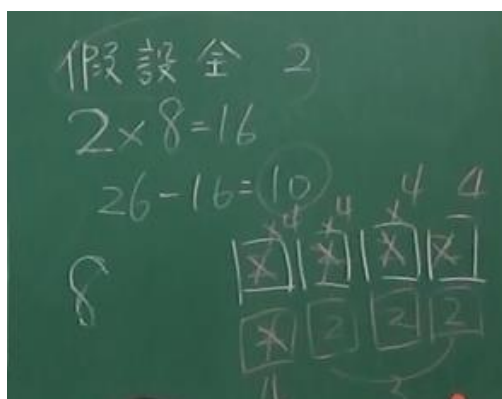


圖 5 假設籠內全是雞

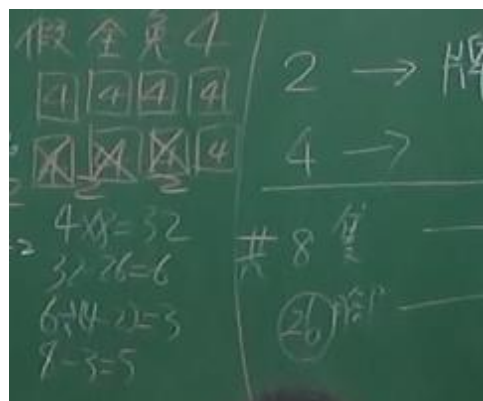


圖 6 假設籠內全是兔

(原案四 1090509 T2、T3 思)

T2：學生的表現讓我看到奠基進教室能引發解題策略的思考！

T3：有別於平常數學課，讓這些學生順利找到解題關鍵，自主假設、解題成功！

Polya (1973)「回顧解答」階段的特徵為「檢驗結果，並找出其他的解決方法」。原案三中研究者順應 S3 的提問，給了「自己做假設」的提示。S3「啊！我知道了！」的解題「頓悟」，讓他很快的算出「假設手牌全是 2，要拿五張 2 換 4」，求出答案為 3 隻雞，5 隻兔。接續，研究者繼續拋出不同的假設，「假設手牌全是 4」、「假設手牌一半是 4 一半是 2」，學生在討論與解題中，驗證了不管如何做假設，皆能得到「3 隻雞，5 隻兔」的相同答案，而能進一步回顧不同的解題方法，體會解題與歷程的邏輯性與合理性，開啟「如何假設」的解題核心，加強數學解題的推理思維，如同原案四參與教師的反思所言，展現「自我教導、提問與監控」的後設認知策略。

接續研究者給予學生相關延伸題型，問題情境如「1 元和 5 元硬幣共有 8 個，合起來是 24 元」以及「快樂租車公司有汽車和機車共 11 台，車子共有 32 個輪胎。」學童的解題策略如下表 4 所列。

表 4
學童於延伸題型「硬幣題」與「車輛題」的表現

題型	硬幣題	車輛題
	1元和5元硬幣共有8個，合起來是24元。	汽車和機車共11台，車子共有32個輪胎。
解題策略 (一)	$ \begin{array}{cccccccc} \text{1元} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \text{5元} & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \text{個數} & 40 & 36 & 32 & 28 & 24 & 20 & 16 & 12 & 8 \end{array} $ A: 1元 = 4個 5元 = 4個	$ \begin{array}{cccccccccccc} \text{汽} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ \text{機} & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \text{個數} & 22 & 24 & 26 & 28 & 30 & 32 & 34 & 35 & 36 & 37 & 38 \end{array} $ A: 汽車 = 5台 機車 = 6台
解題策略 (二)	設全是 5 元 $5 \times 8 = 40$ $40 - 24 = 16$ $16 \div (5 - 1) = 4 \text{ (1元)}$ $8 - 4 = 4 \text{ (5元)}$ A: 1元 = 4個 5元 = 4個	設全是汽車 $11 \times 4 = 44$ $44 - 32 = 12$ $4 - 2 = 2$ $12 \div 2 = 6 \text{ (機)}$ $11 - 6 = 5 \text{ (汽)}$ A: 機車 = 6台 汽 = 5台

表 4 (續)

解題策略 (三)				
答題情況	答對率	答錯率	答對率	答錯率
	20(人)/23 (人)	3(人)/23 (人)	22(人)/23 (人)	1(人)/23(人)
	≐87%	≐13%	≐96%	≐4%

表 4 呈現學童於延伸題型「硬幣題」與「車輛題」的解題表現。學童的解題策略多元，分成「列表」、「假設法」、以及「配對法」。列表法指的是以表格列出所有的組合；假設法學生偏向假設全是某種硬幣或車輛以解題；配對法指的是在「硬幣題」解題策略（三）中，先把 5 元和 1 元視為一組「6 元」，總數和 24 元除以「6 元」為「4 組」，所以知道 5 元和 1 元各「4 個」。但配對法只有在硬幣題成立，車輛情境中並未見學生有此解法，故僅視為一特例。

如表 4 所示，「硬幣題」的答對率為 87%，而「車輛題」的答對率更高達 96%。可見「奠基進教室」能培養學生「逆概念」的解題能力，強化「假設」的邏輯推理，若算出的總和與題目所給條件有落差，再運用「換牌策略」（每少/多某一物，能少/多某數）規律找出答案，落實十二年國教學習表現與學習內容「嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題」的要求。「雞兔問題」為「代數」與「函數」的前置經驗，在延伸問題的表現顯示學生能呈現多元解題表徵，相互驗證想法，並提高解題正確率。學生能明確執行計畫，檢視是否依計畫執行、驗證答案是否合理，為「執行與驗證」的反思工具。

伍、結論與建議

本研究採用奠基第一期模組《數字寶果》（洪雪芬，2013），結合南一六下第六單元「怎樣解題（二）6-3」的課程，期能探討奠基進教室活動與解題的關連性。結論與建

議分述如下：

一、 結論

(一) 「數字賓果」奠基活動能啟動解題的思考歷程

「奠基」旨在經由學前活潑有趣的數學活動，激發學生學習興趣並引起數學學習動機，以養成學習的具象經驗（林福來，2014a，2014b）。由研究結果可看到，學生能察覺並說出「每換一張牌，總和即差 2」的規則/規律性（patten），並能類比課本「雞兔同籠」文字題的相似結構。藉由這樣的「類比」結構（牌卡 2 的張數→雞的腳、牌卡 4 的張數→兔的腳、共 8 隻動物→八張牌、共有 26 隻腳→賓果數），進而發現「獨缺手牌總和未知」，進展到解題的「探討與計畫」階段之「如何做解題假設」。引導學生從「解題假設、運算列式而成功解題」，可見奠基進教室活動使得學生在思考如何「致勝」時，就開啟了「解題」的思考歷程。

(二) 「數字賓果」奠基活動有助培養學生「逆概念」的邏輯推理能力

李源順(2020)指出，當我們只知道「雞、兔腳的數目總和」，卻要去推估「雞、兔的正確數目」時，需做數學本質上的「逆概念」運算。研究結果顯示，由「數字賓果」奠基活動引入「雞兔同籠」課程的學習，能促進學生理解題意、擬定解題計畫、計畫執行及演算，最後全班高達 96% 在延伸題型上解題成功。可見「奠基進教室活動」能在「逆概念」問題解決上提供了良好的鷹架，協助學生由「減少手牌和與賓果數之差距」以及「如何換牌」的思考，過渡到「如何假設、如何列式、如何運算」的解題運思，讓學生真正具體操作過渡到解題運算思維，培養具數學感的邏輯推理能力。

二、 建議

(一) 教學過程宜強化奠基活動與課程解題中的連結

當學生思考如何在遊戲與活動中「求勝」的策略，即啟動解題的思考歷程。建議使用奠基活動時，能在具體操作活動進行後連結到解題運算，邀請學生把剛剛的思考歷程轉化為數學算式，將能加深、加廣數學概念的理解與應用。

(二) 奠基活動明確與教科書單元目標對應能提升實用性

本研究連結六下「怎樣解題（二）6-3」的課程與奠基第一期模組《數字賓果》，讓教學收事半功倍之效。建議奠基活動明確標註與教科書單元目標的對應性，更能提高教師使用的意願及實用性。

參考文獻

- 江凱靈、李心儀 (2016)。探究一位國小六年級原住民學生在數的規律問題之規律探究能力與解題表現。**國教新知**，**63**(3)，64-75。doi: 10.6701/TEEJ.201609_63(3).0006
- 吳宛柔、楊凱琳 (2019)。奠基進教室活動設計與成效評估：縮放繪。**臺灣數學教師**，**40** (1)，32-49。doi: 10.6610/TJMT.201904_40(1).0002
- 李源順 (2020)。有數學感的教與學：以雞兔同籠為例。查詢日期：109年4月30日，檢自<https://reurl.cc/Kj0beg>。
- 林佳汝、李源順、張育萍 (2018)。國中數學教師融入奠基活動於教學之個案研究。2018年第十屆科技與數學教育國際學術研討會暨數學教學工作坊。台中教育大學
- 林碧珍 (2020)。數學奠基活動遇見臆測活動：扇形的教學設計。**臺灣數學教師**，**41**(1)，26-39。doi: 10.6610/TJMT.202004_41(1).0002
- 林福來 (2014a)。中心計畫。國立臺灣師範大學數學教育中心。查詢日期：106年7月10日，檢自<http://mec.math.ntnu.edu.tw>。
- 林福來 (2014b)。中心計畫。國立臺灣師範大學數學教育中心。查詢日期：106年7月10日，檢自<http://mec.math.ntnu.edu.tw>。
- 施淑娟 (1999)。數學解題的學習與教學。**學生輔導**，**62**，50-63。
- 洪雪芬 (2013)。數學奠基活動模組：數字賓果。載於國立臺灣師範大學數學教育中心 (彙編)。就是要學好數學計畫：數學奠基活動模組開發執行理念，查詢日期：109年3月25日，檢自<https://reurl.cc/rxGRzb>。
- 張英傑 (2019)。高年級數量關係、怎樣解題。新北市國小數學輔導團新北市雙溪區柑林國小教學演示。查詢日期：109年5月15日，檢自<https://reurl.cc/WdQq4k>。
- 陳宏州 (2010)。國小四至六年級學童代數概念結構之探究 (未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。
- 陳英豪 (2016c)。國小一般智能資賦優異學生數學解題能力之相關因素探討。**特殊教育與輔助科技學報**，**9**，35-68。
- 黃光逸 (2019)。高年級怎樣解題。新北市國小數學輔導團新北市雙溪區柑林國小教學演示。查詢日期：109年5月15日，檢自<https://reurl.cc/WdQq4k>。
- 黃家杰、梁淑坤 (2007)。小學一般智能資優資源班新生數學解題歷程與策略之分析。

- 台灣數學教師電子期刊，**12**，1-16。doi:10.6610/ETJMT.20071201.01
- 楊瑞智、曾婉菁（2015）。國小學童配對數學解題之研究。國教新知，**62**（3），12-29。doi:10.6701/TEEJ.201509_62(3).0002
- 楊德清（2006）。從兒童迷思概念談數常識之教學經驗分享。台灣數學教師電子期刊，**7**，3-10。doi:10.6610/ETJMT.20060901.02
- 鄭郁婷（2011）。問題解譯多媒體教學策略協助國小六年級學生學習「雞兔同籠問題」之效益研究（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，台中市。
- 鄭雅惠、劉祥通（2019）。小一生在超齡問題上的解題表現：個案研究。臺灣數學教師，**40**（1），1-31。doi:10.6610/TJMT.201904_40(1).0001
- 謝涵、許雅筑、陳政見（2016）。後設認知策略在國中學習障礙學生數學解題。雲嘉特教期刊，**24**，18-31。
- 鍾承均、呂翠華（2015）。認知——後設認知策略對提升國小五年級數學困難學生文字題解題學習成效之研究。中華民國特殊教育學會年刊，**2015**，111-134。doi:10.6344/NTUE.2011.00422
- Carl, I. M. (1989). Essential mathematics for the twenty-first century: The position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 82(5), 388-391. doi: 10.1111/j.1949-8594.1972.tb08825.x
- Kaur, B., Har, Y. B. & Kapur, M. (2009). *Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. doi: 10.1142/9789814277228
- Lester, F. K. (1980). Research on mathematical problem solving. In R.J. Shumway (Ed). *Research in mathematics Education*, 286-323. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, New Jersey: Princeton Univeversity Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, FL: Academic Press. doi: 10.1016/B978-0-12-628870-4.50008-6