

楊晉民、魏士軒（2021）。
Geogebra 融入師資生普通數學學習探究。
臺灣數學教師，42（2），12-30
doi: 10.6610/TJMT.202110_42(2).0002

Geogebra 融入師資生普通數學學習探究

楊晉民¹ 魏士軒²

¹ 國立臺中教育大學 數學教育學系

² 國立臺中教育大學 數學教育學系

普通數學是成為國民小學教師學程課程之必修科目，也是未來教師檢定考試的重點科目之一。有鑑於資通訊科技的進步，師資生習慣使用 ICT 來學習數學已是必然趨勢，因此，本研究以動態數學軟體 Geogebra（簡稱 GGB）配合師資培育課程中之普通數學課程教學，設計可讓學生操作之線上學習教材，並存放於遠端主機，讓學生課後透過網路或載具進行自我學習，期能輔助其普通數學學習，建構數學物件的知識，並探究學生對於 GGB 融入學習教材之態度。目前師資生接觸和使用 GGB 的機會比較少，本研究希望提供認識和使用 GGB 的機會，未來他們成為正式教師時，有機會可以使用 GGB 來協助其學生學習。當然，也提供有興趣或是有意導入 GGB 於教學之教師對 GGB 學習教材設計之參考。本研究線上教材設計融入多媒體學習理論（cognitive theory of multimedia learning）和 GGB 之互動、可操作元件，提供師資生作為課後作為自我學習之補充教材。本研究採用問卷研究法，調查樣本數 103 人。研究結果顯示，師資生對於 GGB 融入數學學習態度相當正向，對編製之教材也覺得對其學習有益，也願意未來擔任教師時有機會可以融入自己的數學科教學。

關鍵詞：Geogebra、多媒體學習理論、師資生、動態數學、普通數學

壹、前言

21 世紀教師需具備能夠支持學生技能發展的教學實力 (Voogt, Erstad, Dede, & Mishra, 2013)，Fraillon, Ainley, Schulz., Friedman, & Gebhardt (2014) 也列出教師必須能夠整合 21 世紀技能到教學中，其中資通訊科技素養 (information and communication technology [ICT] literacy) 就是其中之一 (Teo & van Schaik, 2012; Voogt & Roblin, 2012)，可知 ICT 融入教學已然是職前 (pre-service) 和現職 (in-service) 教師必備的能力之一。教師是人才培育的關鍵 (教育部，2013)，為提供更好的教學內容與品質，教學者需時常更新教材內容並不斷提升自我技能 (羅良慧，2018)。

接受師資職前教育課程的學生 (簡稱師資生) 是影響國家未來希望的種子，因此，讓未來有志成為教師的師資生，對於 ICT 融入學習一事，應該讓其在校時就習慣、接受並瞭解各種課程融入 ICT 的核心內涵，才能讓他們在未來真的可以導入相關的教學工作，以輔助學生的學習。因為，他們必須知道不是使用 ICT 就可以提升學生學習，而是必須仔細評估與設計才能達成促進學生學習的目標。有鑑於此，教學者本身對於數學科技導入學習的相關觀念是否能夠與時俱進，是否合宜，對於未來數學科技導入學習扮演非常重要的關鍵。羅良慧 (2018) 指出對於教學者的支援和培訓，使其從理解、會用到會教，必定需要挹注更多的資源來支持師資養成和培訓。美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) 指出科技在教師教學與學生學習數學上是必要的，它影響著教師的教學以及學生的學習 (NCTM, 2000)。

研究者在教學過程中時常發現，師資生在普通數學學習的觀念，基本上會認為以可以計算相關數學問題為主，對於數學基本概念的理解、現象、使用和限制通常不以為意，以致於在面對問題時，無法使用正確解題。換句話說，「許多學習者對於數學學習和運用時，通常是沒有解題對應的畫面」。然，數學是對現實世界問題的抽象化描述和建模工具，學生對於數學模式若能充分理解不僅可以讓所學成為解題基模，也可以降低學習時的認知負荷。研究者認為讓數學模式成為基模的方式不只在於算的過程，而在於對於所運用數學模式的對應心像 (image)，也就是「當看到數學結構，能否產生運作畫面」。因此，本研究希望藉由優良表徵工具實作出優良的數位互動線上教材，輔助學生產生數學結構心像，以利未來解題。以直線方程式 $y = ax + b$ 為例，有學生看到方程式瞭解它是「直線方程式」、「二元一次方程式」，但我們更希望學生看到方程式應該瞭解其組成與特性是「是斜率控制直線的方向，是控制直線平移的量，而且 x 和 y 分別是資料輸入和結果輸出，且一條直線可以切割出兩個平面，只要有 a 和 b 就可以知道直線的

位置、走向（上升或下降）與陡峭程度」。這樣的認知，在今日 ICT 發達的世界尤其重要，換句話說，大部份的學生可能並不知道原來電腦中只要儲存係數 a 和 b 就可以判定輸入的 x 和 y 是否落在直線上。研究者相信，有不少師資生會認為電腦真的存了一個直線方程式在其中。

資通訊科技（information and communication technology, ICT）的進步讓虛擬教具的設計越來越普及，讓數學教學由多重表徵（multiple representation）達到動態表徵（dynamic representation），又透過觸控載具的可操作性營造更互動學習情境。動態幾何軟體 Geogebra 就是適合用來發展數學動態表徵的免費軟體。

Geogebra（簡稱 GGB），是一個在 GPL 協議下發布的動態數學軟體，由 Markus Hohenwarter 於 2001 年在奧地利薩爾茨堡大學創建，GGB 由程式語言 Java 寫成，因此可以跨平台使用。GGB 的繪圖基本元素主要是幾何和代數元素，包括點、直線、線段、多邊形、向量、圓錐曲線和函數等。同時，GGB 提供許多互動、可操作的元件，讓設計者可以直接模擬真實情況，因此，很適合用來發展互動可操作之線上教材或是電腦化可操作之評量試題，例如：均一教育平台已經利用 GGB 設計電腦化可操作之評量試題，提供學生可以直接利用操作來解題，讓幾何思考能力較弱的學生可以藉由操作來作答，以降低其解題負荷。GGB 目前已經發展得相當成熟，然目前師資生接觸和使用 GGB 的機會比較少，本研究希望提供認識和使用 GGB 的機會，以瞭解他們對於這樣教材之態度，希冀未來他們成為正式教師時，有機會可以使用 GGB 來協助其學生學習。當然，也提供有興趣或是有意導入 GGB 進行教學教師之參考。

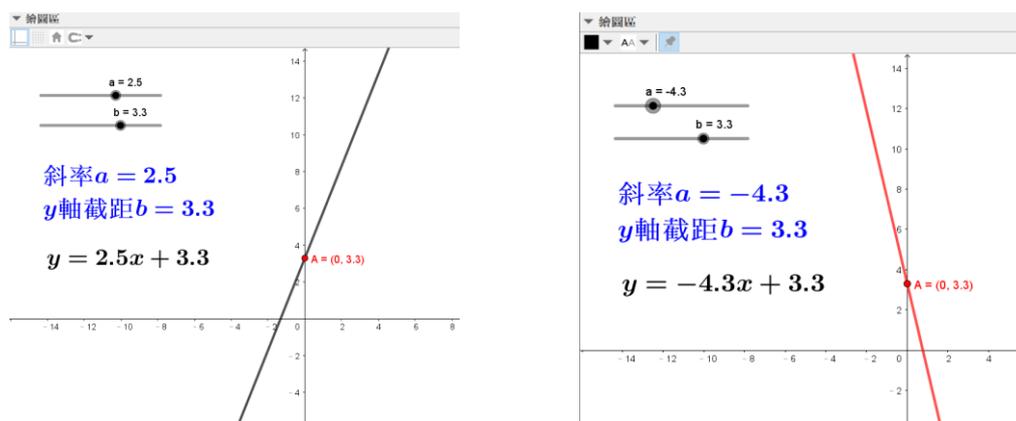


圖 1 直線方程式 $y = ax + b$ 示例

綜合以上所述，本研究嘗試以動態幾何軟體 Geogebra 融入普通數學課程，設計對應課程之線上學習教材，讓一般只使用文字、圖形和符號表徵的數學物件，變成動態可

操作的數學物件，提供師資生建構數學知識的線上學習教材，再探究師資生對於 GGB 融入課程的態度。本研究之研究目的茲分述如下：

- 一、探究 Geogebra 融入普通數學教學教材的適切性。
- 二、分析師資生對於 Geogebra 融入普通數學學習的態度。

貳、文獻探討

一、動態數學軟體 Geogebra

動態數學軟體 Geogebra (<https://www.geogebra.org/>)，簡稱 GGB，是由 Markus Hohenwarter 於 2001 年在奧地利薩爾茨堡大學創建的一個免費軟體。GGB 由程式語言 Java 寫成，因此可以跨平台使用。GGB 繪圖的基本元素主要是幾何和代數元素，包括點、直線、線段、多邊形、向量、圓錐曲線和函數等。近年來，已有許多針對 GGB 運用在數學領域的研究產生(Arbain & Shukor, 2015; Fatahillah, Puspitasari, & Hussien, 2020; Korenova, 2017; Kusumah, Kustiawati, & Herman, 2020; Manganyana, van Putten, & Rauscher, 2020; Mthethwa, Bayaga, Bossé, & Williams, 2020; Olsson, 2019; Richardson & Koyunkaya, 2017; Övez & Kiyici, 2018)。另外，因為它有自己的程式語法 GeoGebraScript，提供許多可控制或是產生物件的指令函數，例如：內建 Circle(<Point>, <Radius Number>) 指令可以讓使用者直接輸入圓心 (<Point>) 和半徑 (<Radius Number>) 來做一個圓，當然也可以直接利用提供的工具利用滑鼠來拖曳產生。此外，GGB 也可以用網頁語言 JavaScript 進行進階設計所需之程式，讓使用者得以自由地使用、組合或設計屬於自己的數學物件。

GGB 很適合用來發展互動可操作之線上教材、虛擬教具或是可操作之評量試題，尤其是幾何試題往往需要學生使用大腦進行運思，對於幾何學習較慢的學生，通常成績較差，若能將紙筆測驗試題改為線上可操作的試題，相信可以提高學生解題表現。大家熟知的均一教育平台目前已有導入 GGB 設計部份試題，讓學生測驗時可以直接進行線上操作解題。GGB 的互動或可操作元件有數值滑桿、按鈕、勾選欄、輸入欄等，讓教師很容易設計互動式動態教學虛擬教具，因此 GGB 也適合發展在小學階段互動式教學媒體，或是考試時的精準作圖。重要的是，設計完成的 GGB 教具還內建播放鍵，讓數學動態表徵可以直接呈現。下圖 2 為例，研究者針對小學教材開發可引導學生藉由操作數值滑桿來產生不同等分割，以觀察分割數越多，則單位分數越小，以及等值分數的概念。近幾年，GGB 更可以順暢地在平板和手機使用 2D、3D 作圖和展示，讓學生可以

直接使用可攜式載具來學習。圖 3 是 GGB 的 3D 作圖和動態展示，不僅可以直接作出各類常見的 3D 圖形，在角錐、角柱、長方體、正立方體等可以直接產出展開圖，並進行點、線、面的塗色和計算。更重要的是，學生可以藉由數位載具上直接進行旋轉、平移等動作，減少學習的認知負荷 (cognitive load)。為了更容易傳播，只要註冊登入 Geogebra 網站 (<https://www.geogebra.org/?lang=zh-TW>) 並將設計元件上傳，即可讓他人藉由網路存取，也可以轉為網頁 html 格式，方便傳遞與他人使用。這些特質都有助於師資生提升 ICT 融入教學的素養。因此，本研究將利用 GGB 來研發對應之普通數學互動虛擬可操作教具，提供一個讓師資生瞭解 GGB，並於未來教學時有機會可以使用它來輔助教學。

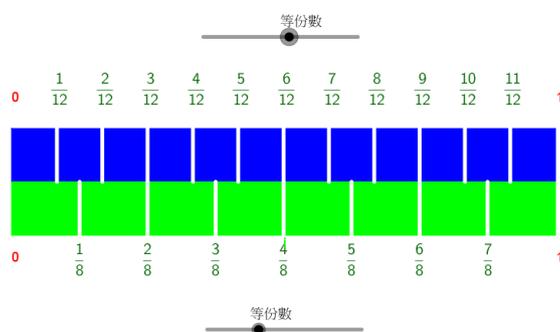


圖 2 Geogebra 動態表徵不同等份的分數概念

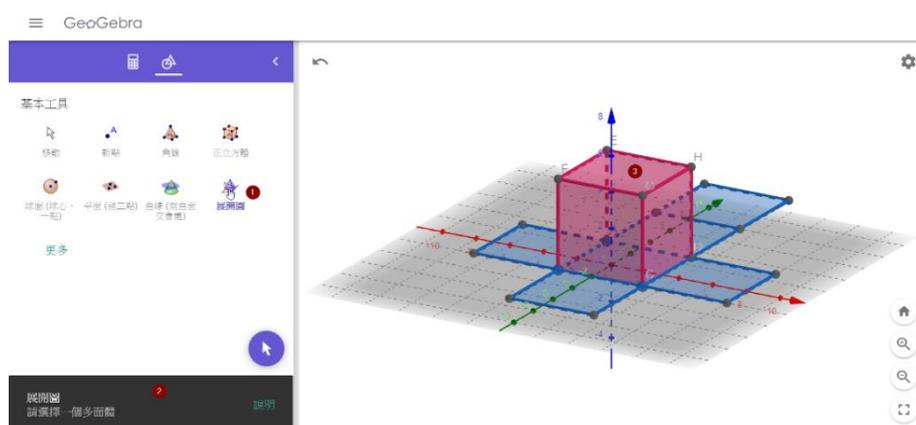


圖 3 在手機或平板上使用 Geogebra 動態表徵正立方體和其展開圖

二、多媒體學習理論

本研究將設計可互動之虛擬可操作 GGB 教具，設計時以多媒體學習理論原則進行虛擬教具之設計。在資訊發達的時代，多媒體的使用有助於學習，圖文並茂的教材可以

讓學習者學習得更好 Mayer (2001)。Paivio (1986) 提出雙碼理論 (dual coding theory, DCT), 假設人類訊息處理以視覺 (visual) 和語文 (verbal information) 兩個通道 (Clark & Paivio, 1991)。Mayer (2001) 根據 Paivio (1986) 所提出的雙通道理論、Baddeley (1992) 提出的工作記憶體理論和 Wittrock (1989) 的生成學習理論 (generative-learning theory), 以及自己所提出的選擇－組織－整合之主動學習理論提出多媒體學習認知理論 (cognitive theory of multimedia learning, CTML) 的三個基礎假設：

- (一) 人類可以藉由視覺與聽覺等雙通道接收訊息；
- (二) 在處理視覺與聽覺資訊時，所使用的記憶體容量都是有限的；
- (三) 在學習時，必須於視覺與聽覺雙通道中進行大量的認知處理。

透過以上的假設，近年來的研究提出不少多媒體設計原則，讓使用多媒體教學的教師有依據的準則，以製作良善的多媒體教材，2014 年出版之 *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* 一書中整理出許多學者提出的多媒體學習原則，就已經高達 22 個原則 (*The Cambridge Handbook of Multimedia Learning, 2014*)，以下僅列出部分與本研究相關性較高之多媒體設計原則：

- (一) 多媒體原則 (multimedia principle)：使用圖文並茂的多媒體教材的學習效果會比單獨使用文字學習的效果更佳。
- (二) 空間接近原則 (spatial contiguity principle)：設計多媒體教材時，相關的文字與圖形需靠近，可增加交互參照機會，降低認知負荷，產生較佳的學習效果。
- (三) 時間接近原則 (temporal contiguity principle)：相關之文字、圖例和語音呈現的時間愈近，愈能幫助學習者建立其彼此之間交互參照，提升學習效率。
- (四) 切割原則 (segmentation principle)：將教材內容切割為若干片段，進行訊息適度呈現，可讓學習者更有效的使用和分配認知資源。
- (五) 訊號原則 (signaling principle)：設計多媒體教材時，可利用文字顏色、彈出說明等輔助信號，可提升學習者對課程內容的理解。
- (六) 引導發現原則 (guided-discovery principle)：以發現為基礎的多媒體學習環境中，若有適當的引導可提升學習效果。
- (七) 精緻範例原則 (worked-out example principle)：在學習新技能時，提供學習者好的範例作為學習樣版，可以獲致較佳學習效果。

三、數學表徵

表徵 (representation) 是一種能夠外顯個人內在認知的工具或象徵，或是為外顯某

些明確實體或資訊類型的形式系統，同時能夠提供該系統如何運作的詳細資訊 (Marr, 2010)。Bruner (1966) 由運思觀點提出動作 (enactive)、圖像 (iconic)、符號 (symbolic) 三種表徵系統，三種表徵系統的相互作用是認知發展與成長的核心，其中動作表徵指稱兒童運思時需借由操弄具體物的實際活動來達成；圖像表徵是兒童能夠依據腦中實物的影像，亦即心像 (mental image)，進行內在的運思活動；符號表徵是兒童能以數學符號進行抽象的數學活動運思。

Lesh, Post & Behr (1987) 認為表徵是指建模 (modeling) 時所使用的工具，由溝通觀點並提出數學學習五類數學表徵：語言 (spoken language)、符號 (written symbol)、圖形 (static picture)、具體物 (real scripts) 與教具模型 (manipulative models)，如下圖 4 所示。Lesh 等人指出當學生能夠將相同數概念在五個表徵間進行轉譯 (translation)，表示學生已經具備該數概念。因此，若學生的數概念尚未精熟，在不同表徵轉譯時容易出現錯誤，可以診斷學生盲點所在。數學表徵提供學習者有效的解題工具，可以幫助孩子達成數學知識的理解、和他人溝通以及推理的目的 (Greeno & Roger, 1997)。NTCM (2000) 年數學課程原則與標準 (principles of standards) 提到，表徵是數學學習過程中很重要的一部分，是理解與應用數學的基礎，它可以支持兒童瞭解數學概念與關係，與自己或別人溝通數學觀念，協助瞭解數學概念之間的關係，以及協助解決生活中的數學問題。動態表徵 (dynamic representation) 是隨時間變化之數學物件的視覺描述 (Roschelle, 2018)，在 ICT 蓬勃發展的時代，利用動態數學軟體來展示動態表徵，讓虛擬可操作的數學物件可以被存取、操作和記錄，對於數學知識的增進，確有其效益 (Mudaly & Uddin, 2016; Mukamba & Makamure, 2020; Roschelle, 2018)。

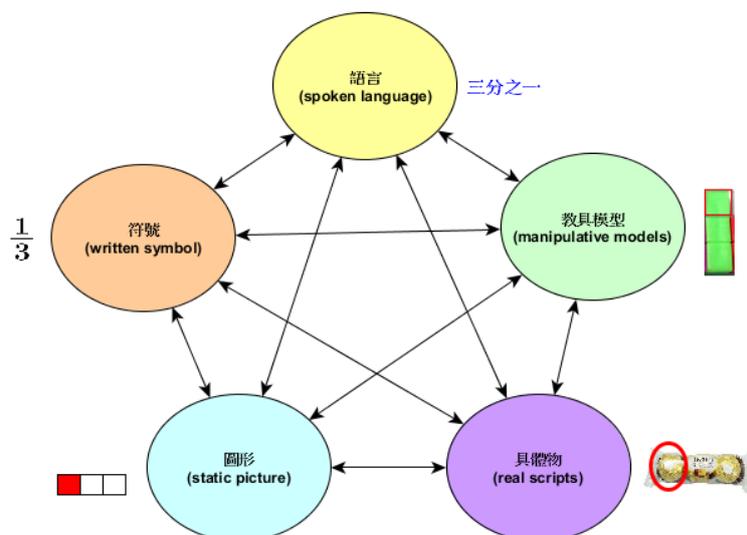


圖 4 數學表徵關係圖 資料來源：修改自 Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving by Lesh, R., Post, T., & Behr, M., 1987, *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

參、研究方法

一、參與者

本研究參與者為修習普通數學科目的師資生，有效樣本計 103 件，其基礎資料如表 1 所示。

表 1

接受問卷調查者基本資料分析表

類別	項目	人數	百分比
性別	男	41	39.8%
	女	62	60.2%
學歷	大學部	72	69.9%
	碩士班	31	30.1%
學院	非理學院	66	64.1%
	理學院	37	35.9%

二、研究工具

(一) GGB 普通數學動態表徵線上學習教材

本研究由研究者設計直線方程式和一元二次函數兩個線上教材，提供師資生輔助其學習，礙於篇幅限制，本處僅提供直線方程式數學概念設計說明。

1. 直線方程式數學概念

(1) 斜率

斜率是用來描述一條直線方程式陡峭程度的特徵，通常以 m 表示，且其值唯一。斜率的數概念是用來描述一條直線每水平位移 1 單位，上升或下降的鉛直位移量，若假設直線 L 上任兩點為 $A(x_1, y_1)$ 到 $B(x_2, y_2)$ ，則：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ 其中 } x_1 \neq x_2$$

由上式可以發現：

- A. 若 $x_1 = x_2$ ，直線 L 為一條鉛直線，斜率沒有定義，且其實它的傾斜程度已知，因此不定義它的傾斜程度。
- B. 若 $y_1 = y_2$ ，斜率 $m = 0$ ，直線 L 是水平線。
- C. 若 $x_1 \neq x_2$ ，且 $y_1 \neq y_2$ ，由下方圖 5 左圖發現當直線是左下到右上的上升直線，其斜率 $m > 0$ ，下方圖 5 右圖發現當直線是左上到右下的下降直線，其斜率 $m < 0$ 。

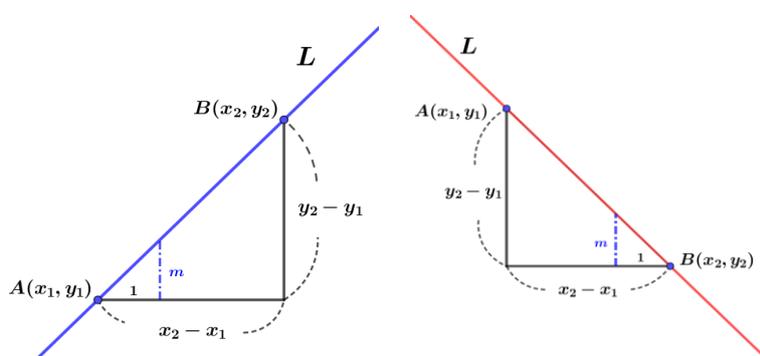


圖 5 直線方程式斜率示意圖

- D. 斜率 m 並不會因為選取的點不同而改變。
- E. 當 $|m|$ 值越大，表示分子和分母的比值越大，表示上升或是下降的速度越快，直線也就越陡峭。

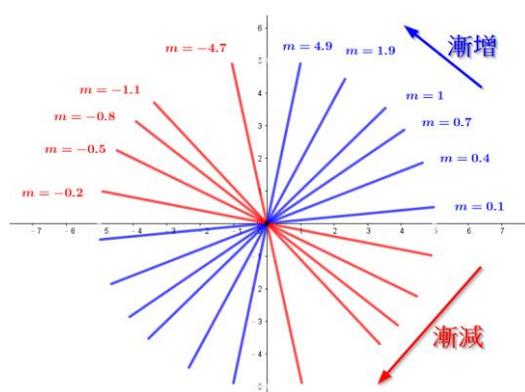


圖 6 直線斜率變化示意圖

(2) 直線方程式

斜截式是當斜率 m 和其對 y 軸之截距 b 已知時，直線方程式即為 $y = mx + b$ 。

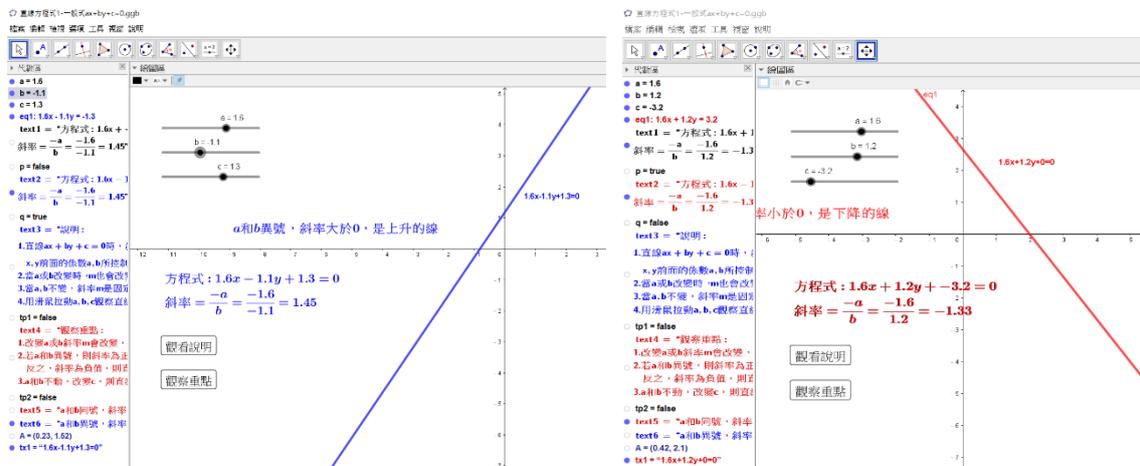
對直角坐標平面的任一直線 L 而言，經整理後都可以化成一個二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ 的形式，我們稱此形式為直線的一般式，其中 a, b, c 為實數，且 a, b 不全為 0 。由一般式可知：

- A. 若 $a = 0$ ，則 $y = -\frac{c}{b}$ ，圖形為水平線（斜率為 0 ）。
- B. 若 $b = 0$ ，則 $x = -\frac{c}{a}$ ，圖形為鉛直線（斜率無）。
- C. 若 $a \neq 0, b \neq 0$ ，方程式可化成 $y = -\frac{a}{b}x + (-\frac{c}{b})$ ，（由斜截式知 $m = -\frac{a}{b}$ ）

2. 融入多媒體學習原則之直線方程式 GGB 設計

下圖為 GGB 之直線方程一般式 $ax + by + c = 0$ 設計，學習者可以藉由操作係數 a 、 b 和 c 的值來觀察直線的變化。從一般式中可知斜率 m 受係數 a, b 影響，操作 a 或 b 會改變直線的走向，且若 a 和 b 同號，則斜率為負，反之，若是異號，則斜率為正。單獨操作 c 時，表示斜率固定，則會讓直線進行平移。 a 、 b 和 c 的值採用數值滑桿設計，讓學生可以操作改變其數值來觀察圖形的變化。另外，互動按鈕「隱藏（或顯示）說明」、「隱藏（或顯示）觀察重點」可以讓學生一邊觀察一邊學習重點，並與提供的重點進行交互參照。

本 GGB 線上學習教材設計時融入多媒體學習理論的「多媒體原則（圖文並茂）」和「訊號原則（使用不同的顏色來區隔直線是）」、「引導發現原則（提供適度的學習重點）」、「時間接近原則（圖文呈現的時間靠近增加交互參照機會）」和「空間接近原則（圖文靠近增加交互參照機會）」等，並使用按鈕（觀看／隱藏說明；觀看／隱藏重點）讓學生可以進行互動控制是否顯示操作說明或是觀察的重點，滑桿 a, b 和 c 更提供可互動操作的元件，有利於學生自行觀察、探究和理解數概念。另外，這些互動是控制除了可供操作和探究數概念之外，還可讓有限的畫面，呈現適量的訊息。



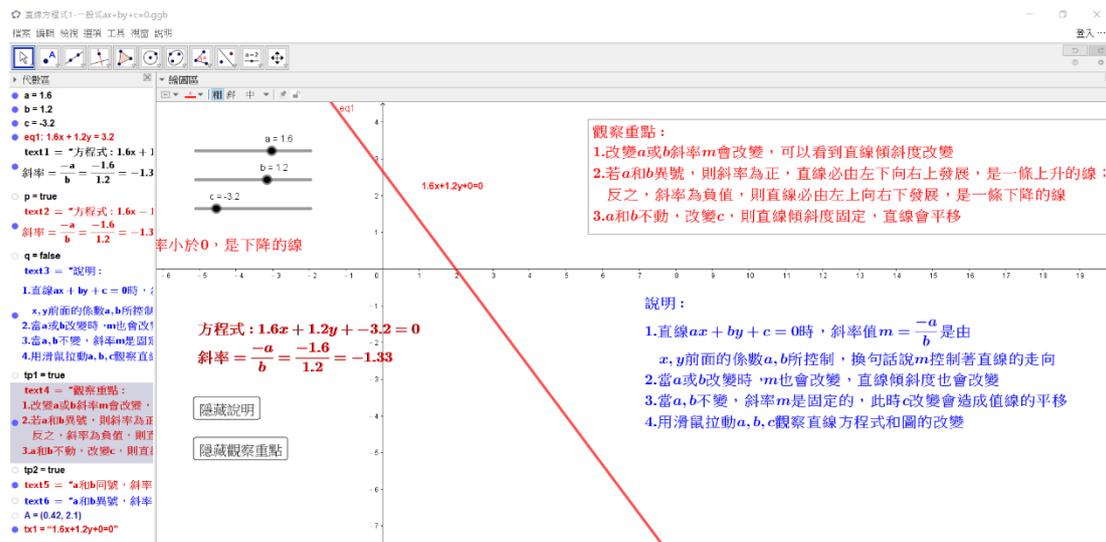


圖 7 直線方程一般式 $ax + by + c = 0$ 之 GGB 設計

(二) 問卷設計

本研究目的旨在探討師資生對 GGB 融入普通數學教學之概念與態度，研究透過文獻整理歸納，並參考 Bu, L., Mumba, F., Henson, H., & Wright, M. (2013) 對 K-8 教師對 GGB 在教師專業發展問卷，Shadaan 和 Leong (2013) 學生利用 GGB 學習圓形概念，以及 Moersch (1995)、Wang & Li (2000) 之資訊科技融入教學內涵等文獻，再自行歸納出符合資訊科技融入數學教學之問卷。待擬定問卷初稿後，邀請國內相關領域專家，針對問卷題目內容進行審查並提供建議，以確立此問卷的構念與專家效度，經由檢視題項描述的合理性後，將直接用於問卷調查。

本問卷調查表分兩部份，第一部份為參與者基本資料部份，內容包括性別、學院、學系、學歷和年級等，第二部份為題目共有 20 題，分為六個面向；「數學態度與能力」、「學生電腦能力」、「GGB 的操作問題」、「GGB 概念呈現的想法」、「GGB 對學習的幫助」與「使用 GGB 於未來教學來輔助學生學習」，詳如表 2。本研究題目採 Likert 五點量表形式作答；由填答者對題目所述情形之看法，在「非常同意」、「同意」、「無意見」、「不同意」、「非常不同意」五項中進行圈選，其記分方式依同意程度由低至高，分別給予 1、2、3、4、5 分。

(三) 資料蒐集與分析

本研究問卷擬定後，其實施方式是學生在學習課堂講述的數概念後，研究者於課堂上敘述互動元件的操作，請學生課後自行藉由網路進行 GGB 線上教學教材操作後，請

願意協助填寫問卷的同學進行問卷填寫。資料蒐集完成後，進行作答回饋編碼，並以 IBM SPSS Statistics 20 進行分析。

肆、研究結果與討論

本研究之效度採專家效度，邀請相關教育領域學者專家，由二位國立大學的教育領域教授與一位在教育界服務之實務專家，協助檢查問卷的內容與格式，針對主題的適切性、內容編排格式等進行審核與修正，評估是否恰當並修改與調整問卷內容，本研究依據專家學者所提供之修正意見加以整理，確立問卷之專家效度。

本研究量表以 Cronbach's α 作為本量表之內部一致性信度分析，經分析後整體問卷 Cronbach's 信度係數達 .942，抽掉各題後信度值 0.936 到 0.946 之間（表 2）。顯示本研究之研究問卷具有良好的內部一致性信度。

表 2

接受問卷調查者基本資料分析表

向度	題目	平均數	標準差	抽掉該題 Cronbach's α
學生數學態度 與能力	我喜歡數學	3.40	1.032	.941
	我覺得我的數學能力不錯	2.92	1.152	.942
	我覺得普通數學很容易	2.61	1.078	.942
	學習數學幾何或代數時我自己 能夠建構相關的圖形概念	3.17	.944	.940
	學習數學幾何或代數時我自己 能夠建構相關的動態圖形概念	3.04	.939	.941
學生電腦能力	我覺得我的電腦操作能力還不 錯	3.02	.863	.946
	我曾經接觸過輔助數學學習的 軟體	3.21	1.135	.943
	我希望課堂可以學到輔助數學 學習的軟體	3.70	.802	.940

表 2 (續)

GGB 操作	我覺得操作 GGB 軟體對我來說不困難	3.27	.910	.938
	GGB 可以讓學習者喜歡自我操作的設計	3.60	.856	.936
GGB 概念呈現	GGB 的設計可以引起我的學習興趣	3.54	.789	.938
	GGB 輔助數學學習讓數學學習變得比較有趣	3.75	.837	.937
	GGB 是提供我更了解數學教材的軟體	3.65	.848	.937
	GGB 可以更具體呈現代數或幾何的內容	3.83	.876	.937
GGB 對學習的幫助	GGB 能夠增加相關數學概念學習的圖形意義	3.89	.839	.937
	GGB 能夠強化數學圖形和符號之間的連結，減輕學習負荷	3.82	.849	.937
	使用 GGB 輔助數學學習後增加我對數學符號和圖形的不同看法	3.63	.816	.938
GGB 對未來學習和教學的使用	未來有機會我想用 GGB 的設計幫助我解決數學問題	3.72	.868	.937
	未來有機會我想用 GGB 的設計來幫助我的學生學習	3.79	.946	.936
	未來有機會我想學習 GGB 軟體的使用和設計	3.74	.939	.936

為更瞭解學生各題表現，下圖 8 是學生各題平均分數表現。由圖中可以發現：(1) 師資生對於自我數學能力（第 1 到第 5 題）尚可接受，但對於普通數學科目的信心稍嫌

不足。有趣的是，學生在第一題的回答卻顯示他們還蠻喜歡數學的，但是自我信心稍嫌不足；(2) 由學生第 6 到第 8 題回饋發現，學生曾操作或接觸過數學軟體，且希望能在課堂上學習輔助數學學習的軟體；(3) 學生覺得 (第 9 到第 10 題) 對於研究者設計的 GGB 互動學習元件並不難，且喜歡操作去學習數概念的設計；(4) 學生 (第 10 到第 14 題) 覺得本研究設計的 GGB 教學元件的操作和使用，可以讓學習者更容易瞭解數學概念；(5) 由第 15 到第 17 題的反應顯示本研究之設計學生可以減低認知負荷，呈現更具體概念，有助形成相關數概念心像；(6) 最後，學生對於使用 GGB 於未來教學來輔助學生學習都抱著正向的態度，自己也願意學習 GGB 的操作與設計。

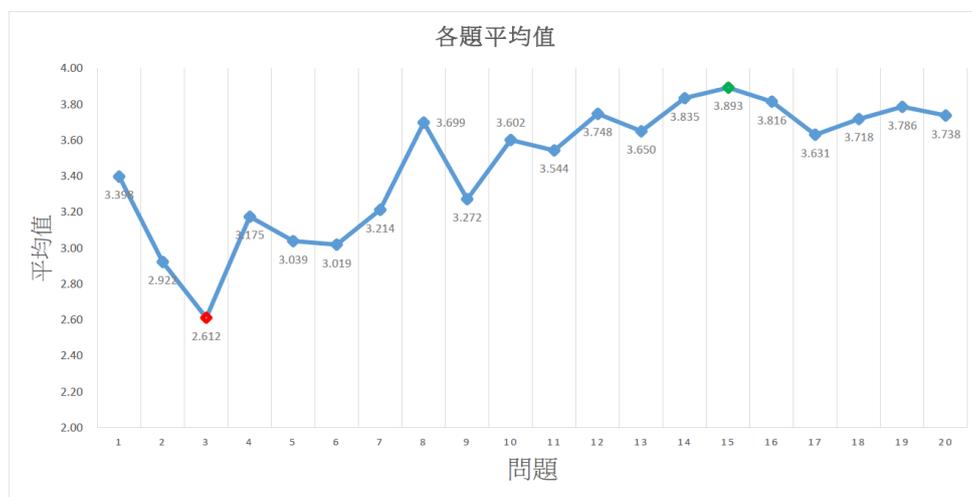


圖 8 GGB 輔助學生普通數學學習問卷各題平均

利用電腦軟體進行教學設計時，因為呈現版面範圍的限制需要考量的比較多，因此，本研究利用軟體本身動態表徵能力，以及多媒體學習理論設計原則融入 GGB 的互動、可操作教材設計，為確定其適切性，針對「GGB 的操作」、「GGB 概念呈現的想法」、「GGB 對學習的幫助」與「使用 GGB 於未來教學來輔助學生學習」等面向進行單樣本平均數 t 考驗，檢定值設定為 3，以瞭解學生在這幾個向度上的表現。經過分析各向度之 $p < .001$ ，達 $\alpha = .001$ 之水準。由此可知，本研究所呈現的 GGB 教材設計對於師資生在使用上、在 GGB 概念呈現上和對其學習的幫助上顯示本研究設計是適切的，是適合學習的教材。

表 3

GGB 相關面向 t 考驗分析摘要表 (n = 103, 檢定值= 3)

面向	平均數	標準差	t 值 (p 值)
GGB 的操作	3.437	.825	5.378***
GGB 概念呈現	3.694	.756	9.323***
GGB 對學習的幫助	3.760	.785	9.785***
GGB 對未來學習和教學的使用	3.748	.865	8.771***

*** p < .001

伍、結論與建議

教育部認為我國師生在數位學習的應用素養仍有待提升，已要求師資培育大學把資通訊科技 (ICT) 融入師培課程，讓修習師資培育職前教育課程的學生可以進行修習 (馮靖惠，2019)。Google 電腦科學教育策略主管 Chris Stephenson 對於在學校中有效推行電腦科學教育時表示「學校教育首重訓練有素的老師，能夠讓參與課程的學生受到啟發，並積極學習相關技能。再者，也要確認老師和學生都能使用可支援電腦科學教學的工具」 (<https://edu.google.com/intl/zh-TW/latest-news/future-of-the-classroom/>)。因此，讓師資生在接受師資培育的過程瞭解手機、平板、網路、擴充實境和虛擬實境等資通訊科技「該如何融入教學？」、「優、缺點為何？」、「需要的環境和設備為何？」…等問題，是基礎且重要，因此 GGB 是一個很好入門來認識 ICT 導入數學教學的軟體。

Bialik & Fadel (2018) 認為中、小學學習特別側重於在知識和能力方面為所有未來學習奠定基礎，而 K-12 課程為學生學習奠定基礎的最大困難之一就是如何將所知的知識設計成適合其認知程度課程供其學習。NTCM (2000) 在科技原則中特別提及動態數學的重要性，GGB 是一個很容易使用與設計的動態幾何之軟體免費工具。本研究融入多媒體學習理論之原則於 GGB 教學元件設計，希望可讓學習者在操作和探究數概念的過程中可以聚焦、發現和歸納數概念，並在動態表徵的過程中營造數概念的心像，而師資生的反應也顯示所設計的 GGB 教材設計在使用上、在 GGB 概念呈現上和對其學習的幫助等方面顯示本研究設計是適切的，且這樣的學習元件能夠幫助師資生數學學習。另外，他們未來使用 GGB 教學的意願相當高，有這些基礎，研究者未來進行教學時，將

進行更多 GGB 相關的介紹與教學。

使用軟體輔助數學學習是需要經過設計的，因此本研究融入多媒體學習理論、GGB 互動、可操作元件來設計教材，考慮數位載具能夠展現的畫面有限，因此教學元件展示時必須進行適度處理，不能一次呈現太多才能聚焦學習，因此必須善用 GGB 所提供的互動元件，讓使用者可以操作決定呈現的學習元素和內容。目前，因為師資生學程並未有機會學習像 GGB 這樣的軟體和設計來輔助其未來教學，因此，本研究希望提供一個讓師資生接觸和使用 GGB 的經驗，也希望這些未來教師有機會可以嘗試去使用或是利用網路上 GGB 相關資源來協助教學，提供他們的學生一個使用科技學習和探究數學的機會。當然，也提供有興趣或是有意導入 GGB 於教學之教師對 GGB 學習教材設計之參考。

參考文獻

教育部 (2013)。教育部人才培育白皮書。取自

<https://ws.moe.edu.tw/001/Upload/3/RelFile/6315/6919/教育部人才培育白皮書.pdf>

馮靖惠 (2019)。數位學習素養不足 教部要求師培大學把 ICT 融入課程。聯合新聞網。

取自 <https://udn.com/news/story/6885/4116434>

羅良慧 (2018)。從未來關鍵能力培養淺談資通訊科技融入教學的影響。取自

<https://portal.stpi.narl.org.tw/index/article/10444>

Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015, 01/27/January 2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 208-214. doi: 10.1016/j.sbspro.2015.01.356

Baddeley, A. D. (1992). Working memory. *Science*, 255, 556-559. doi: 10.1126/science.1736359

Bialik, M., Fadel, C., & Center for Curriculum Redesign. (2018). *Knowledge for the age of artificial intelligence : what should students learn?*

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University.

Bu, L., Mumba, F., Henson, H., & Wright, M. (2013). GeoGebra in Professional Development: The Experience of Rural Inservice Elementary School (K-8)Teachers. *Mevlana International Journal of Education*, 3(3), 64-76. doi: 10.13054/mije.si.2013.07

- Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). Dual Coding Theory and Education. *Educational Psychology Review*, 3(3). doi: 10.1007/BF01320076
- Fatahillah, A., Puspitasari, I. D., & Hussen, S. (2020). The development of Schoology web-based learning media with GeoGebra to improve the ICT literacy on quadratic functions. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 5(3), 304-316. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v5i3.10692>
- Fraillon, J., Ainley, J., Schulz, W., Friedman, T., & Gebhardt, E. (2014). *Preparing for Life in a Digital Age: the IEA International Computer and Information Literacy Study International Report*. Retrieved from <https://www.springer.com/gp/book/9783319142210>
- Greeno, J. G., & Roger, B. H. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-367.
- Korenova, L. (2017). GeoGebra in Teaching of Primary School Mathematics. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 24(3), 155-160.
- Kusumah, Y. S., Kustiawati, D., & Herman, T. (2020). The Effect of GeoGebra in Three-Dimensional Geometry Learning on Students' Mathematical Communication Ability. *International Journal of Instruction*, 13(2), 895-908. doi: 10.29333/iji.2020.13260a
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Manganyana, C., van Putten, S., & Rauscher, W. (2020). The Use of GeoGebra in Disadvantaged Rural Geometry Classrooms. *International Journal of Emerging Technologies in Learning(iJET)*, 15(14), 97-108. doi: 10.3991/ijet.v15i14.13739
- Marr, D. (2010). *Vision: A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information*: The MIT Press.
- Mayer, R. E. (2001). *Introduction to Multimedia Learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (Ed.). (2014). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Cambridge

- University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139547369>
- Moersch, C. (1995). Levels of technology implementation: A framework for measuring classroom technology use. *Learning and Leading with Technology*, 23(2), 40-42.
- Moyer-Packenham, P. S., & Bolyard, J. J. (2016). Revisiting the Definition of a Virtual Manipulative. In P. S. Moyer-Packenham (Ed.), *International Perspectives on Teaching and Learning Mathematics with Virtual Manipulatives* (pp. 3-23). Springer Link. doi: 10.1007/978-3-319-32718-1_1
- Mthethwa, M., Bayaga, A., Bossé, M. J., & Williams, D. (2020). Geogebra for Learning and Teaching: A Parallel Investigation. *South African Journal of Education*, 40(2). doi: 10.15700/saje.v40n2a1669
- Mudaly, V., & Uddin, R. S. (2016). Technology in Mathematics: Use of GeoGebra applets. *International Scientific Researches Journal*, 72(9), 190-212. doi: 10.21506/j.ponte.2016.9.14
- Mukamba, E., & Makamure, C. (2020). Integration of GeoGebra in Teaching and Learning Geometric Transformations at Ordinary Level in Zimbabwe. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 1(1), Article ep20001. <https://doi.org/10.30935/conmaths/8431>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *The principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Olsson, J. (2019). Relations between task design and students' utilization of GeoGebra. *Digital experiences in mathematics education*, 5, 223-251. <https://doi.org/10.1007/s40751-019-00051-6>
- Övez, F. T. D., & Kiyici, O. D. (2018). 6th Grade Students' Views about Mathematical Teaching Based on Technology Integration. *World Journal of Education*, 8, 160-171. doi: 10.5430/wje.v8n5p160
- Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford: Oxford University Press.
- Richardson, S. E., & Koyunkaya, M. Y. (2017). Fostering Students' Development of the Concept of Angles Using Technology. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 22(1), 13-20.
- Roschelle, J. (2018). Dynamic representations in Mathematics Learning Part 1: It's about time.

- 3-STAR Learning Experiences and Evidence-informed Blog for Learning Professionals*.
<https://3starlearningexperiences.wordpress.com/2018/10/30/dynamic-representations-in-mathematics-learning-part-1-its-about-time/>
- Shadaan, P., & Leong, K. E. (2013). Effectiveness of Using Geogebra on Students' Understanding in Learning Circles. *The Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1-11.
- Teo, T., & van Schaik, P. (2012). Understanding the Intention to Use Technology by Preservice Teachers: An Empirical Test of Competing Theoretical Models. *International Journal of Human - Computer Interaction*, 28(3), 178-188.
<https://doi.org/10.1080/10447318.2011.581892>
- Voogt, Erstad, O., Dede, C., & Mishra, P. (2013). Challenges to learning and schooling in the digital networked world of the 21st century. *Journal of Computer Assisted Learning*, 29(5), 403-413. <https://doi.org/10.1111/jcal.12029>
- Voogt, & Roblin, N. P. (2012). A Comparative Analysis of International Frameworks for 21st Century Competences: Implications for National Curriculum Policies. *Journal of Curriculum Studies*, 44(3), 299-321. doi: 10.1080/00220272.2012.668938
- Wittrock, M. C. (1989). Generative processes of comprehension. *Educational Psychologist*, 24(2), 345-376. doi: 10.1207/s15326985ep2404_2
- Wang, C. S. & Li, C. C. (2000). An assessment framework for information technology integrated instruction. Paper presented at ICCE (International Conference on Computers in Education)/ICCAI (International Conference on Computers-Assisted Instruction) 2000. Taipei, Taiwan.