

ISSN 1815-6355

台灣數學教師(電子)期刊

Taiwan Journal of Mathematics Teachers

第31期

台灣數學教育學會

2012年09月

發行宗旨

台灣數學教師(電子)期刊 Taiwan Journal of Mathematics Teachers 2012 年 09 月 出版 NO.31 2012

發行人：林福來教授

主編：

楊德清 國立嘉義大學數學教育研究所

編輯委員

Editorial Panel

呂玉琴

國立台北教育大學數學教育研究所

李源順

台北市立教育大學數學資訊教育學系

林素微

國立東華大學數學系

金鈞

國立台灣師範大學數學系

梁淑坤

國立中山大學教育研究所

蔡文煥

國立新竹教育大學應用數學系

劉祥通

國立嘉義大學數學教育研究所

劉曼麗

國立屏東教育大學數理教育研究所

(依姓名筆劃順序排列)

封面設計：施乃文

出版者：台灣數學教育學會

地址：台北市 116 汀州路四段 88 號國立台灣師範大學數學系 M212

電話：02-29307151

電子郵件信箱：tame@math.ntnu.edu.tw

網址：

<http://www.math.ntnu.edu.tw/~tame/index.htm>

總編輯：楊德清 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

地址：嘉義縣民雄鄉文隆村 85 號

國立嘉義大學數學教育研究所

電話：05-2263411-1924

一、本刊為一實務性的數學教育刊物，出版目的如下：

1. 積極發揚台灣數學教育學會之成立宗旨：研究、發展、推廣數學教育，使台灣學生快樂學好數學。
2. 提升數學教師教學品質、數學教育研究品質及促進數學教學策略與方法之交流。
3. 探討數學教育的學術理論與實務現況，以促進理論與實務之結合，進一步提升數學教學之內涵。
4. 提供數學教育課程、教材與教法等實務經驗，包括數學遊戲、DIY 教具之分享，以供未來之教學與研究參考之用。
5. 針對多數學生特定迷思概念之教學引導，如學生易有的錯誤型態及如何釐清觀念等。
6. 介紹國內外數學教育現況。

二、本刊內容以充實高中、國中與小學數學教學、課程與教材為主，以提供所有關心數學教育人士之教學資源與參考依據。

三、本期刊以季刊方式（3 個月一期，一年共 4 期）發行，分別於每一年的 3、6、9、12 月發行。

四、本期刊採電子與紙本方式同時發行。

ISSN 1815-6355

台灣數學教師（電子）期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers

第 31 期

2012 年 09 月

台灣數學教師（電子）期刊

目錄

第 31 期

2012 年 09 月

魔獸創意故事教學研究—以「相似形」單元為例.....	1
吳宗勇、姚如芬	
職前中學數學教師的信念和知識的調查研究.....	17
黃興豐、李士錡、李業平	
活動報馬仔.....	37

ISSN 1815-6355

魔獸創意故事教學研究—以「相似形」單元為例

吳宗勇¹ 姚如芬²

¹ 雲林縣私立文生中學

² 國立嘉義大學數理教育研究所副教授

摘要

本研究以魔獸世界為場景而自編故事，融入相似形單元，實施補救教學活動。研究者以九年級教科書的課程內容為教學活動設計的基礎，藉由故事融入的方式來發展相似形教學模組，並探討學生在放大與縮小、相似形的意義、相似形邊長比與面積比關係、學習三角形 AA 相似性質、相似三角形邊(角)對應關係的學習表現，以及學生在進行故事融入教學後，對於本教學模組設計的感受。

研究發現故事融入的方式能夠提升個案學生的學習動機，學生對於如此的教學方式亦非常喜歡，也表示更喜歡學習數學。而藉由具體物的操作，亦可幫助學生理解抽象的數學概念與觀察出相似形邊長—面積的關係，以及透過日常生活的實例，來繪製相關的輔助圖形，有利問題的解決與相似三角形的辨別。最後亦針對本教學模組所實施的實際情況，而提出建議，做為後續教學及研究的參考方向。

關鍵詞：故事融入教學、相似形、教學模組

壹、緣起

九年一貫課程基本理念是把「每一位學生都帶上來」，為了帶好每一位學生，身為教師更不能漠視低學習成就學生的學習。張靜馨(1999)表示低學習成就的學生，在數學學習的過程中，主要是因為對抽象概念無法理解，就算經由教師再次講解課程內容，學生所遭遇的問題，並沒有顯著的改善。由唐淑華(2004)、黃嫩恬、姚如芬(2009)的研究發現，以故事情境融入教學不僅能讓學生將數學知識與技能用來解決生活中所遇到的問題、引起學生的學習動機、增進學習的成就感、培養閱讀興趣、激發學生的創造力及想像力。對中低程度的學生而言，學習活動宜富於變化且兼具趣味性(李咏吟，2008)。陳人慧、徐新逸(2005)亦表示，若教學中充滿精彩的故事，學生透過故事解決問題、建構自我及社會價值觀，並且在精彩的故事情境引導下，學生定能分分秒秒專注於課堂中。因此，以日常生活事物來設計故事情境，讓學生在熟悉的環境下學習，必能提升其學習效果。

九年一貫課程強調「帶著走」的能力，培養如何運用數學知識來解決在日常生活上所面臨的問題，並且連結數學與其他學習領域。日常生活中即存在著許多有關相似形的問題，而生活的歷程本身就是一則精采的故事，因此以故事的方式來進行相似形的教學，不僅能讓學生感同身受，還能在熟悉事物的協助下，讓學生學習相似形的概念。而相似形概念不僅可以解決一般的日常生活問題，還被應用在醫學、光電、以及工程技術人員的測量、繪圖等方面，可見相似形概念在學生的未來生活中有很大的益助。而在國中數學課程中，相似形知識的學習，不僅可以檢驗學生對於七、八年級時，所學習過與相似形有關的課程，是否已經完全理解；還能熟練運用相似形的概念及各種技巧，用以解決七、八年級時相關單元之問題，且對於後續即將學習的幾何證明單元中的邏輯推理與思考，也有正向的助益。此外，自 2001 年來國中基本能力測驗，在相似形單元的出題率是百分之一百，由此可知相似形單元不僅是基本且深具重要性的數學課程。

因此，研究者基於提升低學習成就學生的學習動機，以及相似形概念的重要性，將故事融入相似形單元的教學之中，以教科書原本的課程為活動設計的基礎，嘗試以風靡全球的網路遊戲「魔獸世界」為場景，配合課程內容自創故事，希望能針對低學習成就學生的特質，將故事情境融入相似形單元的補救教學活動中。故本研究目的為：

- 一、探討數學低學習成就學生於故事融入相似形教學之認知學習表現。
- 二、探討數學低學習成就學生對故事融入相似形教學模組設計的感受。

貳、文獻探討

一、故事融入教學相關研究

故事教學主要是透過故事形式，設計教學內容與方法而進行的教學活動，然而故事乃是透過語言來反映真實或虛幻的過去經驗，亦即透過故事中人物的性格、處事態度與情節發展的鋪陳描寫，喚起學生自身的經驗，促使學生把自己的生活經驗或心境類化到故事中。因此故事情節發展應充滿樂趣及豐富的聯想，且能激發及培養兒童的想像力，如此不僅能引發學童學習的新奇感，也能增強學習興趣與注意力(林曉菁，2007；朱育君，2008)。

Kieran(1989)認為故事是有效組織訊息意義的最佳工具，所以強烈建議教學者應將故事融入課程之中，以多樣化且具創思的題材引起學生的學習興趣，並培養及提升學生對於訊息或知識的理解與記憶力。李輝(2007)亦指出故事可做為學生常用之語言教學活動、鷹架學生思維與學習的基本框架、以及組織課程的基本線索。

另外，Drake(1992)提出「故事模式」的課程發展，認為故事可運用於各年齡層作為一種學習方式，透過學生個人、文化、全球與共同的層面探討不同的主題，以學生個人成長與適應社會變遷為課程設計主軸。因此將故事題材融入教學時，須配合學童的身心發展、認知程度與生活經驗之外，還要考慮學童對故事人物、情節的熟悉度，才能有效引起共鳴。換言之，故事融入教學是一種找尋脈絡進而建立概念架構的能力培養，也是一種邏輯思考及判斷力訓練的歷程，而學生也能從故事、參與人員的互動中獲得成長。

而故事情境充滿幻想與趣味性，不僅滿足孩子內心需求(林曉菁，2007)，將故事融入教學更是激起學生學習興趣的催化劑(熊召弟，1996)。因此，故事融入教學，不僅是提供一種規劃教學的另類方法，更是激發孩童想像力的最佳學習工具。教師若能適切合宜地將富於趣味與幻想的故事，運用於教學中，不僅能引發學生多層次聯想，還可以使學生在探索中認清自我價值與紓解情緒，幫助學生學習。

二、相似形教材地位與教學之相關研究

在相似形的課程方面，相似形單元分為相似形與比例線段、三角形相似性質以及相似三角形的應用等三個部分。而數學課程所規劃的內容是由淺入深，循序漸進的，先前所學之概念往往是未來學習之基礎，所以學生在相似形單元時，需先具備比例式、放大與縮小、平行、三角形全等等數學概念。從九年一貫數學領域課程綱要中來看，小學六

年級課程規劃了「能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺(6-s-02)」(教育部，2003)；從相似形的定義來看，「若一個圖形經各邊長等比例放大或縮小後，能與另一個圖形全等，則此兩圖形互為相似形」；以三角形相似性質來說，三角形全等性質是三角形相似性質的先備數學知識；以及在相似三角形的應用亦需習得平面座標、方程式與函數等數學知識。

因為不同的生活或學習經驗，致使學生對相似形概念的認知存在著差異，間接影響了相似形相關概念的學習(林碧珍，1993)。在黃國展(2003)、吳宜靜(2004)的研究中，指出學生在學習相似形時，容易憑直觀圖形的表徵來思考解題，而忽略相似圖形的性質比較。因此，在相似形的教學方面，應讓學生進行辨同別異的過程，多採用一些例子讓學生了解「對應角相等」與「對應邊成比例」兩個性質需要同時存在，且對於相似形性質的操作，容易受到三角形特質的影響，造成學生學習其他多邊形的相似性質時過度的推論(康木村、柳賢，2004)。另外，透過具體影像與鼓勵學生動手操作圖形，亦能讓學生將抽象幾何與具體事物連結，進而培養空間概念。

抽象的相似形概念時常被應用於日常生活中，而生活本就是一場精采的故事，因此以貼近學生日常生活的事情境來進行教學，不僅讓學生更容易接受，也讓學生更容易學習抽象的相似形概念。所以為了使研究對象能夠學會與理解相似形課程目標之數學知識與數學概念，研究者認為教學者必須深入了解相似形教材內容與分析學生在相似形單元中所遭遇之迷思概念的來源與成因，如此才能設計出適宜切題的教學內容，並且構建一個友善、愉快的學習課室，以及採用適當的教學方法與不斷的反思，讓學生有效地學習相似形課程內容。

參、故事融入相似形教學模組流程與設計

一、研究參與者

(一) 研究者：

本教學模組之設計者，同時也是教學活動的實踐者，以及負責資料蒐集與分析的工作。

(二) 研究對象：

研究者於平時教學與測驗中發現，學生在相似形單元中，對於放大縮小、相似形的意義、相似形的邊角對應，以及兩個相似圖形之間其邊長與面積的關係等容易產生錯誤概念。因此，研究者從任教學校的九年級學生中，挑選6位具此類錯誤概念的數學低學

習成就學生為研究對象，個案之平時學習情形如表 1 所示。

表 1 個案之平時學習情形

學生	平時學習情形
韋儒	在學習上，時而積極，時而懶惰，無法持續學習。雖未能有很高的數學成就，但並未討厭數學。
宗縉	三分鐘熱度，專注力無法持續，且未能認真寫作業以及準時繳交作業，對於課本以外的事物，其學習興趣高昂，如線上遊戲。
瑞琦	理解能力不足，無法接受太過冗長的內容，考試前雖能積極準備，但容易忘記自己學過的課程內容，課餘時間會玩線上遊戲。
昶德	學習不夠積極，認為作業只要應付繳交就好。父母從事養蠶，晚上並無法照看該生，而該生自己亦無法督促自己學習，時常上網遊戲，數學成績低落。
聖頤	經不起挫折，情緒變化較大，容易放棄，學習情況不佳，上數學課時常發呆。
姿穎	單親家庭，平時愛看小說，跟同學八卦，認為成績只要過得去就可以，不用太在意。

二、故事融入相似形教學模組內涵

(一)內容介紹

本教學模組以學校所採用的教科書相似形之學習目標為設計依準，主要涵蓋的數學內容為：放大縮小、相似形的意義、相似形邊長比與面積比關係、AA 相似性質、相似三角形邊(角)對應關係等。



研究者以風靡全球的網路遊戲「魔獸世界」的場景而自編故事，透過主角幫爺爺送信過程所遭遇的事件，增加故事的想像與趣味。並配合相似形學習目標，將故事情節融入相似形的教學中，安排兩個教學活動，分別是《黑與白之戰》與《神奇的梯子》，來進行相似形相關概念的學習，教學時間為 2 節課。以下為故事情節與活動介紹：

1. 故事情節：

小金是一位愛玩又常常忘東忘西的小孩。他與爺爺、奶奶、阿銀以及一隻聰明的小柴犬阿力住在人類所統治的暴風城。暴風城是由貿易區、法師區、花園區、教堂區、矮人區、



舊城區、暴風港與暴風要塞等八大區所組成。舊城區是最古老的城區，其中大多是與傳統文物有關的商店，例如武術館、天燈店、骨董店...等，還有一個時常聚集人潮的棋藝所，小金也時常會來這邊玩。這一天，爺爺拜託小金幫忙送一封信給暴風城矮人區的奧斯，途中經過舊城區時，小金看到棋藝所又是人潮眾多，他也跟著進去湊熱鬧了。



玩到一半的小金才想到爺爺的信還沒送，便急急忙忙地衝出棋藝所，往矮人區跑去了。矮人區的居民全部都是地精族，個子都非常矮小，可是卻很聰明又很高傲，並且不斷的研發各種新式的工具、機械與武器。奧斯的家堆滿了各式各樣的書，這一天他為了研發新式的機械裝置，正架著梯子，在書牆上找尋相關

資料。小金與阿力順利抵達奧斯的家並把爺爺的信交給奧斯，正好看到這一幕。

(故事內容圖片來源：魔獸世界線上遊戲擷取畫面)

2.活動簡介：

本教學模組所設計的活動有二，分別是《活動一：黑與白之戰》與《活動二：神奇的梯子》。於教學活動一中，研究者在棋盤上擺設圖形，讓學生排出此圖形的相似形，再讓學生相互觀察與討論，藉以學習相似形之相關概念；於教學活動二中，以矮人家豐富的藏書，藉由梯子、書牆、地面、支撐架所構成的情境圖來學習三角形的相似性質與邊角對應關係。而本研究之教學活動簡介與教學目標如表 1 所示。

表 2 教學活動簡介與教學目標

活動名稱	教學活動簡介	教學目標	時間
活動一： 黑與白之戰	藉由圍棋棋盤，讓學生利用棋子來排相似圖形，並觀察圖形之邊長與面積變化情形。	1.了解放大縮小的概念。 2.學習相似形的意義。 3.相似形邊長比與面積比關係。	50分
活動二： 神奇的梯子	藉由梯子與書架布置情境，讓學生了解相似三角形的應用。	1.學習三角形 AA 相似性質。 2.了解相似三角形邊(角)對應關係。	50分

三、資料蒐集與分析

由於本研究目的為探討低學習成就學生在相似形的學習表現，以及低學習成就學生對教學活動的感受，因此資料蒐集內容包含活動學習單、學習日誌、訪談、教學者觀察記錄等；同時將教學活動錄音及錄影，並轉譯成文件資料，再輔以研究者於教學後撰寫之省思札記，做為資料分析的依據。研究者逐步將蒐集到的資料進行登錄，依蒐集時間、來源與性質將原始資料做對照及比較，並將相關主題之不同時間(發生時間的前後)、不同來源(來自不同對象)、不同類別的各項文件資料進行反覆閱讀、交叉比對與歸納分析。藉由教學者觀察記錄、學生文件資料等來分析與交互驗證，並與具有數學教育專長的教授及資深教師共同討論分享，確保分析結果的客觀性、適切性及準確性。

四、故事融入相似形教學模組發展與實施流程

本研究採用翰林版數學教科書(九年級上學期)相似形的學習目標為教學模組設計的依據。故事情節的編撰、教學活動與學習單的內容皆緊扣著學習目標而發展設計(如圖1)。而實施方式乃是研究者先進行故事情節發展，適時將故事停頓，進行相似形單元相關概念教學，且輔以教學活動學習單，來建構學生在相似形概念上的學習。同時，亦將合作學習的理念融入教學中，將六位個案學生分為兩組，藉由教學活動進行時，培養學生獨立思考與同儕分享，並且透過提問、討論與老師教學，來學習相似形單元的數學概念。而在每次教學活動結束後，利用學習日誌，讓學生將當天課堂上所學到的數學概念與心理層面的感受記錄下來，用以了解學生的學習表現。

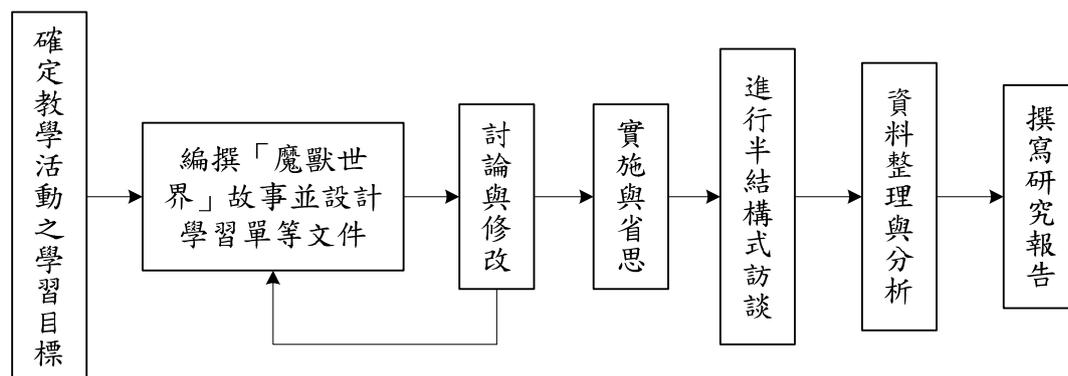


圖 1：教學模組發展與實施流程

肆、研究結果

本研究所設計之活動一主要是利用圍棋棋盤與黑白子，來排列相似形，讓個案相互討論與觀察，自己所排列的圖形與他人之異同，來學習相似形的意義與相似形面積之比等於邊長平方之比。而活動二乃是藉由故事情境的導引，讓個案學生能與日常生活中的經驗做連接，而繪出相應之圖形來輔助解決問題。以下為本教學模組進行中與進行後之結果及發現。

一、個案學生於故事融入教學活動的學習表現

(一)透過圍棋黑白子所排列的圖形與個案學生間的討論，產生認知衝突。

由個案學生先觀察研究者所排的圖形(2×3)之後，自己排一個跟教師排的圖形相似的圖形，完成後，跟其他同學比較異同，並且討論差異之處。讓學生透過黑白子的排列過程中，經由同儕討論學習，修正自己的答案，並導正自己的錯誤概念。以下為補救教學活動進行時，個案學生間的對話，以及個案學生所排的圖形，如圖 2。

昶德：我排了 2 倍放大圖形，你呢？

宗縉：我也是阿。

姿穎：我也是耶。

宗縉：我的怎跟妳的不像。

姿穎：阿知，不是每邊都多 1 顆嗎？

昶德：姿穎的錯了吧。

姿穎：真的嗎？我也不知道對不對。

宗縉：2 倍放大，是邊長都要變為 2 倍才對。

昶德：這邊要排 4 顆，這邊要排 6 顆。

姿穎：喔喔。



圖 2：縉、德、穎於教學活動中所排的圖形

從以上個案學生的對話過程，可知，姿穎原本所排的圖形是錯誤的，經過宗縉與昶

德的說明後，姿穎知道自己的錯誤，由上述對話可看出，透過具體物的操作與同儕互動，可以修正個案學生的錯誤概念。

(二)藉由黑白子的排列，個案學生能了解相似圖形的判別與其邊長—面積關係。

在經過活動一的學習與同儕討論後，個案學生能理解相似形的邊長—面積關係，當圖形的邊長放大2倍時，其面積會放大4倍。並且於教學活動後，填寫學習日誌時，個案學生能夠運用其所學到的數學概念來解決問題，如圖3、圖4。

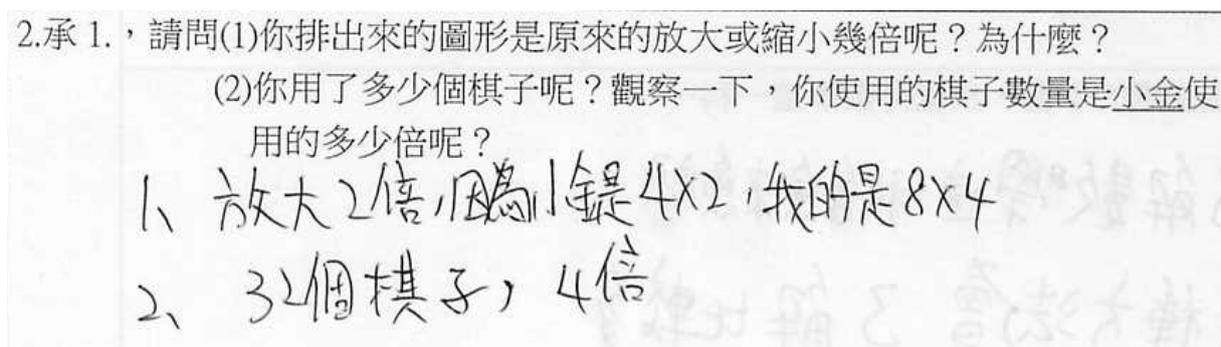


圖3：昶德_學習日誌

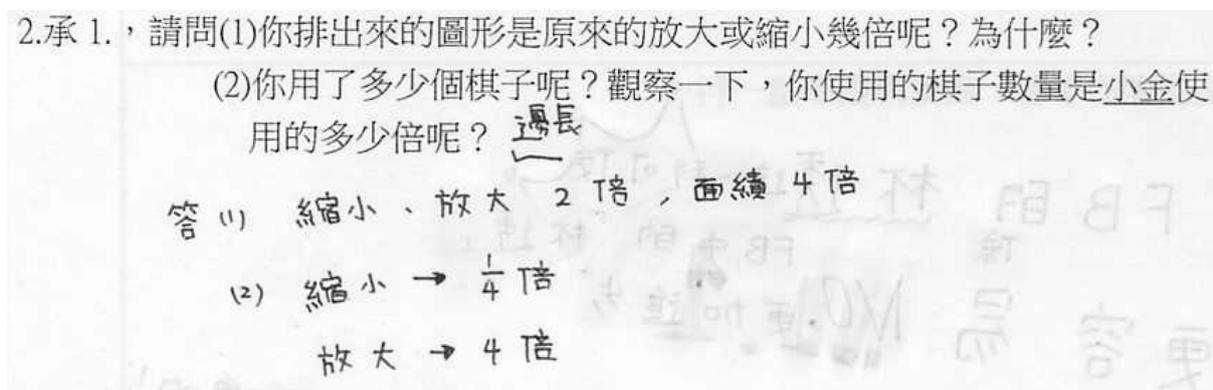


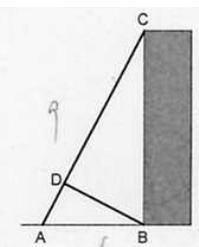
圖4：韋儒_學習日誌

(三)藉由梯子與書牆所布置的情境，個案學生能依題目所給定之條件，在複合圖形中找

出相應的相似三角形，進行解題。

透過本教學活動，個案學生嘗試尋找解題所需之相似三角形，雖未能第一時間立即找出，經過嘗試第二次就能夠找出解題所需之相似三角形了，如圖 5、圖 6。

1. 根據上述，如右圖，請問右圖中有相似三角形嗎？是那些三角形相似呢？為什麼？



答： $\triangle ADB \sim \triangle BDC$ $\triangle ADB \sim \triangle ABC$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{BC}$ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{BD} : \overline{BC} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 96

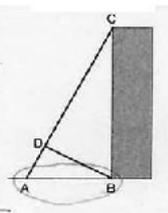
2. 請問根據奧斯的說法，真的能找到梯子長與書牆高嗎？為什麼？

答：若 $\overline{AB} = 6$ $\overline{AD} = 4$

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CA}$
 $4 : 6 = 6 : \overline{CA}$
 $36 = 4\overline{CA}$
 $\overline{CA} = 9$

圖 5：瑞琦_活動學習單

1. 根據上述，如右圖，請問右圖中有相似三角形嗎？是那些三角形相似呢？為什麼？



答： $\triangle CBA \sim \triangle CDB$ $\triangle ADB \sim \triangle ABC$

$\overline{CB} = \overline{CD} = \overline{BA} = \overline{BD} = \overline{CA} = \overline{CB}$ $\overline{CA} = \overline{CB}$

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CA}$
 $4 : 6 = 6 : \overline{CA}$
 $36 = 4\overline{CA}$
 $\overline{CA} = 9$

2. 請問根據奧斯的說法，真的能找到梯子長與書牆高嗎？為什麼？

答：若 $\overline{AD} = 4$ $\overline{AB} = 6$

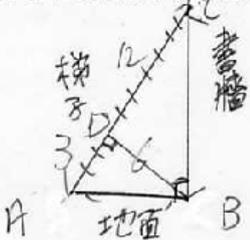
$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CA}$
 $4 : 6 = 6 : \overline{CA}$
 $36 = 4\overline{CA}$
 $\overline{CA} = 9$

圖 6：宗縉_活動學習單

(四)經由活動二的學習經驗，個案學生能夠繪製輔助圖形與解題。

在經過活動二的教學與同儕討論後，個案學生能夠順利畫出輔助圖形，且能找出相應之相似三角形，並且使用對應邊成比例來解決問題，如圖 7。

1. 書房已經堆滿了書，奧斯想在另一個房間架設類似的書櫃與梯子，請你幫奧斯畫出設計圖吧！



2. 承 1，若梯子的長度為 15，支撐柱的長度為 6，請問書牆的高度是多少呢？

$\triangle CDB \sim \triangle BDA$

$\overline{CD} : \overline{BD} = \overline{CB} : \overline{AB} = \overline{DB} : \overline{AD}$

$(15-x) : 6 = 15 : 6$

$12 : 6 = 15 : x$

$6 : 3$

$(15-x) : 6 = 15 : 6$ 高度 = $\sqrt{180}$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x-3)(x-12) = 0$

$x = 3 \text{ or } 12$

$\frac{15}{15} \quad \frac{15}{66} \quad 15/36$

$\frac{15}{15} \quad \frac{15}{15} \quad 0$

$\frac{15}{225} \quad 0$

圖 7：昶德_學習日誌

(五)經由活動二的教學，個案學生能夠運用相似三角形對應邊成比例來解決非情境式問題。

透過「活動二：神奇的梯子」教學活動，個案學生能夠將活動中所學到的數學概念，應用於非情境式的問題解決，如圖 8、圖 9。

3. 如右圖，直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BD} = 2$ ，請問 $\overline{BC} = ?$

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{DA}$

$4 : 2 = \overline{BC} : 4$

$2 \overline{BC} = 16$

$\overline{BC} = 8$

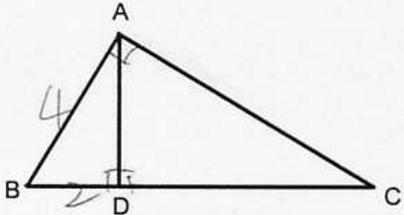


圖 8：昶德_學習日誌

3.如右圖，直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BD} = 2$ ，請問 $\overline{BC} = ?$

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$

$\boxed{AB} : \boxed{DB} = \boxed{BC} : \boxed{BA} = \boxed{AC} : \boxed{DA}$

$4 : 2 = \overline{BC} : 4$

$\Rightarrow \overline{BC} = 16$

$\overline{BC} = 8$

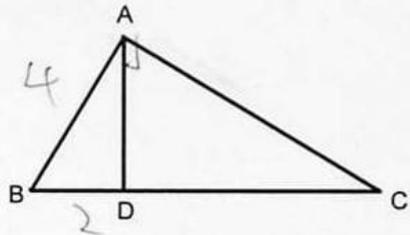


圖 9：瑞琦_學習日誌

(六)藉由活動二的學習，個案學生能夠辨別相似三角形中，「邊」與「角」的對應。

經由神奇的梯子教學活動，來學習辨別相似三角形，個案學生在觀察圖形時，能夠注意相似三角形的邊與角是否有對應到，也能寫出正確的相似三角形，如圖 10。

4.根據右圖，請問：

(1)兩個三角形是否相似？有

(2)如果有相似，則 $\triangle DAE \sim \triangle BAC$ 。

(3)你是根據哪一個相似性質來判定的呢？

AAA

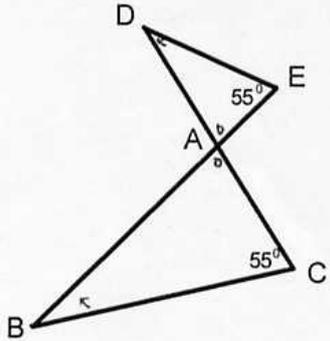


圖 10：韋儒_學習日誌

(七)全數個案學生無法察覺非整數倍放大(縮小)的相似圖形，僅能觀察出整數倍放大(縮小)的相似圖形。

於活動一的學習單測驗中，主要是測驗相似形的判別與其邊長-面積關係，題型設計為甲(2×1)、丙(4×2)、丁(6×3)互為相似圖形，乙(3×2)、戊(6×4)為相似圖形，而六位個案學生在活動一學習單的作答情形如表 3 所示。

表 3 活動一學習單作答情形

學習目標	題號	韋儒	宗縉	瑞琦	昶德	聖頤	姿穎
相似形的判別	1-(1)	甲-丁	乙-戊	乙-戊	甲-丙	乙-戊	甲-丙
		甲-丙	甲-丙		甲-戊		乙-戊
		乙-戊			乙-丁		

由上表可知，個案學生皆能找出整數倍放大的相似圖形，但並未有學生觀察出丙-丁相似，而活動後的訪談中，個案學生仍無法觀察出邊長放大 1.5 倍的相似圖形，顯然個案學生在辨別非整數倍相似形時會產生困難。

二、經由故事融入教學活動後個案學生對本教學活動的感受

(一)個案學生因簡報上的故事與圖片，而產生參與的動機。

在黑與白之戰的教學活動中，主要是透過圍棋黑白子在棋盤上的擺設，讓學生學習到相似形的意義與相似形面積之比等於邊長平方之比。利用故事情境的引導，採用具體物的操作方式，來提升個案學生的學習動機與參與度。首先，研究者透過 powerpoint，將故事內容與相關圖片呈現在白板上時，引起個案學生熱烈的討論，以下為研究者剛要開始說故事時與個案學生之對話。



R：知道這張圖片是誰嗎？

宗縉：我知道，他是巫妖王。

瑞琦：對阿，他拿的那把劍超帥的。

聖頤：那個是史詩武器，當然帥啊。

R：那老師開始說跟今天數學課有關的故事囉。

從以上研究者與個案學生的對話，可知，當學生看到熟悉的事物時，其反應是很熱烈的，所以教師在進行教學時，可以利用學生平日常接觸的事物，作為提升學生學習興趣與參與的工具。

(二)個案學生認為透過故事的引導與具體物的操作，有助於學生學習。

將故事融入教學中，使學生能夠在熟悉的情境下學習數學，並且藉由棋子的排列，將抽象的數學概念具體化，有助於個案學生的數學課室學習。經過故事融入教學的學習方式，個案學生之反應如下表 4 所示。

表 4 個案學生的反應

學生	經過這樣的學習，我覺得數學這一科.....
韋儒	會使我更加聰明和使我對這一科比較了解。
宗縉	這種上課方式還不錯，讓之前不懂的都懂了，而且還蠻詳細的，有實際的操作比較好。
瑞琦	我了解數學這一科會越來越懂，用這種方法會瞭解比較多。
昶德	變簡單了，下次若以此種方法就可以懂。
聖頤	用這種方法比較容易懂，因為有實際的感覺，以前只有講講而已沒有讓我們動手用。
姿穎	如果每節都一題題 OR 以故事 OR 實例的方法去做，或許我會比較 like 數學，也比較能接受。

伍、結論與建議

本研究乃是以教科書原本的學習目標為活動設計的基礎，利用「魔獸世界」的場景來撰寫故事，並且配合故事情境佈題，進行教學、同儕討論與發表的方式，給予獨立思考的機會與空間，增進學生的學習與互動，希望藉由此教學活動來探究數學低學習成就學生的學習表現。

以下為研究者對於個案學生在實施本教學活動後，將研究發現歸納與分析所得的結論並提出的建議。

一、結論：

學生透過故事融入教學與同儕討論的方式，而提升了學習的興致，同時也促進了數學的學習成效。藉由幫助故事主角解決問題的過程，讓學生能夠專注於課室學習，並且經由同儕彼此相互溝通與分享，不僅有效地增進學生解決問題的能力，同時也增加了數學思考的機會。綜合以上之研究結果，研究者提出以下二點結論：

(一)故事融入教學對於協助學生學習相似形單元的數學概念有正向的影響。

本研究以魔獸世界場景，來編撰故事融入相似形課程，從研究結果中可知，除了在非整數倍相似圖形的判別上仍有困難之外，六位個案學生都能夠藉由具體物的操作來學習抽象的數學概念。在相似圖形的排列活動中，透過黑白子所排出的圖形，並觀察圖形邊長的黑白子顆數與圖形黑白子的總顆數，個案學生學習到相似圖形對應邊長成比例與面積比等於邊長平方比的數學概念。另外，在活動二中，經由故事情境的安排，學生在繪製相應之圖形的過程中，了解相似圖形的邊角對應關係，並於其所繪製的複合圖形

中，找到解題所需之相似三角形，以及應用對應邊成比例來解決非情境式的數學問題。

(二)故事融入教學有利提升學生的學習動機

從本研究之活動學習單中，可以看出故事融入教學的方式能夠獲得個案學生的正向回應，同時也願意再以此方式來學習數學。因此，以學生所熟悉的事物融入數學課室中，不僅能提升學生的學習動機，同時也能讓學生更加喜歡數學。

二、建議：

研究者根據本教學模組設計與教學活動的實施情形，提出關於相似形的教學與後續的研究建議，如下：

(一)關於相似形的教學建議

本教學研究設計實施過程中，發現學生對於非整數倍的放大(縮小)圖形的判別產生了困難，因此在教學中或未來之研究，可針對本研究所發現的迷思進行教學設計或開發教具，用以幫助學生釐清此迷思概念。

(二)關於後續的研究建議

本研究僅對相似形單元中的放大縮小、相似形的意義、相似形邊長與面積關係、三角形 AA 相似性質、相似三角形邊角對應關係等部分數學概念而設計，尚未能涵蓋全部相似形單元的課程內容，對於未來之研究可以本教學模組為雛型，針對其他相關之相似形數學概念進行活動設計，並探究其實踐情形。

參考文獻

- 朱育君(2008)。故事融入國小二年級測量教學之研究。未出版碩士論文，國立嘉義大學數學教育研究所。
- 吳宜靜(2004)。八二年版國一學生縮圖與放大圖繪製之概念與表現。未出版碩士論文，國立臺南大學應用數學研究所。
- 李咏吟(2008)。低成就學生的診斷與輔導。載於李咏吟主編：學習輔導：學習心理學的應用(二版)。台北市：心理。
- 李輝(2007)。故事綜合活動教學法：課程與教學。香港：牛津。
- 林碧珍(1993)。兒童「相似性」概念發展之研究---長方形。新竹師院學報，6，333-377。
- 林曉菁(2007)。「故事式」數學教學模組之研究-以面積單元為例。未出版碩士論文，國立嘉義大學數學教育研究所。
- 唐淑華(2004)。情意教學：故事導論取向。台北市：心理。
- 康木村和柳賢(2004，12月)。國中學生「相似形」迷思概念之研究。中華民國第二十屆科學教育學術研討會。高雄：國立高雄師範大學。
- 張靜譽(1999)。國中低學習成就般的雙環數學教學。科學教育月刊，7(3)，199-216。
- 教育部(2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 陳人慧、徐新逸(2005)。兒童說故事活動的魅力與教學策略。國教世紀，215，25-32。
- 黃國展(2003)。國三學生解相似形問題之歷程分析研究。未出版碩士論文，國立高雄師範大學數學研究所。
- 黃嫩恬、姚如芬(2009)。向日葵小班的分數派對~情境融入三年級分數教學之研究。第25屆科學教育學術研討會，台北。
- 熊召弟(1996)。科學童話在自然科學教學的意義。國民教育，36(3)，26-31。
- Drake,S.M. (1992). *A story model: An integrated curriculum project*. Ontario: Catharines.
- Kieran,E.(1989). *Teaching as Story Telling: an Alternative Approach to Teaching and Curriculum in the Elementary school*. Chicago:University of Chicago Press.

職前中學數學教師的信念和知識的調查研究

黃興豐^{1,2} 李士錡³ 李業平⁴

1 東北師範大學 教育學博士後流動站 長春

2 常熟理工學院 數學與統計學院 常熟

3 華東師範大學 數學系 上海

4 德克薩斯農工大學 教學與文化系 德克薩斯

摘要

教師的信念和知識是近來引起許多研究者關注的熱點。本研究採用問卷調查的方式，對選自 8 所院校的 438 名職前中學數學教師進行了研究。研究發現：（1）儘管還有不少職前教師對課程標準的內容設置瞭解甚少，但是他們已經基本接受了課程標準所提倡的教學理念；（2）雖然職前教師已經學習了許多高等數學課程，但是似乎並沒有加深他們對中學數學內容的理解；（3）職前教師普遍缺乏學科教學知識。

關鍵字：職前中學數學教師；教師信念；高中數學課程標準；教學需要的數學知識

壹、研究背景

近來，中國學生在一些國際大型比較研究中的突出表現（Lapointe, Mead, & Askew, 1992; Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004; OECD, 2003），引起了許多研究者對中國數學課堂教學特徵的關注，他們試圖通過透視教師及其課堂尋找導致學生取得優秀成績的重要因素（e.g., Leung, 2001, 2005; Leung & Park, 2002）。那麼教師為了開展有效的數學教學，他們應該掌握哪些知識？中國數學教師在職前受到嚴格的數學訓練這是不爭的事實，一個通俗而流行的假設是“給學生一碗水，教師應當先有一桶水”。一般認為，這可以為未來的數學教師打好數學基礎，有利於發展他們未來的教學能力。那麼除了具備必須的數學知識之外，數學教師究竟還需要哪些額外的知識呢？Shulman（1987）認為教師不僅需要學科知識（subject matter knowledge），而且還需要學科教學知識（pedagogical content knowledge）和課程知識（curriculum knowledge）。目前，探究數學教師如何掌握和使用數學知識，引起了許多研究者的興趣，他們認為這是一個促進數學教師專業發展的有效途徑（e.g., Adler & Davis, 2006; Ball, Thames, & Phelps, 2008; Li & Huang, 2008）。

當前新一輪的數學課程與教學改革，已成為中國數學教育改革的重點，這對職前教師教育提出了新的任務和要求（袁貴仁，2002）。2001年頒佈的義務教育階段數學課程標準，以及2003年頒佈的普通高中數學課程標準，不僅在內容上增加了新的知識模塊，而且要求教師轉變教學觀念——提倡學生操作、探究、合作、討論的學習方法（教育部，2001，2003）。為了更好地培養適應課程改革需要的職前數學教師，我們不得不思考和探索這樣一些問題：職前中學數學教師已經具備了哪些數學知識，達到了什麼程度？他們還需要發展哪些知識，如何培養？他們對新課程改革的瞭解程度如何，是否對從事數學教學的職前準備充滿信心等等（濮安山，史寧中，2009；張奠宙，1999）。

貳、研究框架

一、職前教師的信念

教師的信念，也可以稱為是他們的觀念，主要是指教師在教學過程中對一些問題的總的看法（李士錡，2001）。一些研究綜述表明教師的信念會直接影響他們的課堂教學（e.g., Conney & Wiegel, 2003；Thompson, 1992）。在本研究中，我們主要關注：（1）職前教師對教學準備的信念。事實上，教師的信念可以涉及很多方面，不過在此我們只

局限於他們對將來從事數學教學的自信心。Li & Klum (2008) 認為他們關於教學準備的信念主要是在大學課程的學習中逐漸建立和發展起來的。(2) 職前教師對數學教學的看法。比如對“學習數學主要需要記憶”的觀點，在教學中對待學生錯誤的態度等。

二、職前教師教學需要的數學知識

教師需要怎樣的知識，在過去的近 20 年裏，許多學者紛紛提出了各自不同的理論和框架 (e.g. 申繼亮, 李瓊, 2001; Ball, Thames, & Phelps, 2008; Bromme, 1994; Cochran, DeRuiter, & King, 1993; Shulman, 1987)。由於教師的知識和認知 (cognition) 會影響教師教學的各個方面，如對課程的理解，對教科書的使用，以及對學生學習的看法等 (陳向明, 2003; Birman, Desimone, Portel, & Garet, 2001)，因此這也成為當前教師教育研究關注的焦點 (陳向明, 2009)。

Ball 和她的同事對數學教師需要的學科知識進行了具體化，並做了較為詳細的分類，稱為“教學需要的數學知識” (mathematics knowledge for teaching, 簡稱 MKT)。MKT 是指教師實施數學教學工作時所需要的數學知識，這裏的“教學工作”包括向學生解釋概念，分析學生的解題方法，判斷和糾正教科書的錯誤，在課堂中恰當地使用各種表徵，給學生提供例題、演算法或者證明 (Hill, Rowan, & Ball, 2005)。

Ball (2006) 首次把 MKT 分成兩大類：學科知識 (subject matter knowledge) 和學科教學知識 (pedagogical content knowledge)。學科知識又進而分成一般的學科知識 (common content knowledge, 縮寫 CCK)、專門的學科知識 (specialized content knowledge, 縮寫 SCK) 以及橫向的數學知識 (knowledge at the mathematics horizon)。學科教學知識則可以分成學科與學生的知識 (knowledge of content and student, 縮寫 KCS)、學科與教學的知識 (knowledge of content and teaching, 縮寫 KCT) 和課程知識 (knowledge of curriculum)。儘管如此，Ball 只是對 CCK、SCK、KCS、KCT 進行了簡要的說明，並给出了一些例子，並沒有對其中“橫向的數學知識”和“課程知識”給予必要的說明。Ball 關於上述 MKT 的描述一直延續到 2008 年，尚未改變 (Hill, Ball, & Schilling, 2008)。後來，Ball, Thames, & Phelps (2008) 再把 “knowledge at the mathematics horizon” 改為 “horizon content knowledge” (HCK)，並對 HCK 進行瞭解釋和說明；同時她們也把 “knowledge of curriculum” 改為 “knowledge of content and curriculum (KCC)”，不過未對其進行必要的說明。直到 2011 年，我們才可以看到她介紹 KCC 的相關例子 (Ball, 2011)。根據上述文獻，這些概念以相關例子羅列在表 1。

表 1：教學需要的數學知識 (MKT)

學科知識	
一般的內容知識 (CCK)	教師和學生都應當掌握的數學知識。比如判斷“一種對應關係使得所有正數對應 1，所有負數對應-1，而 0 對應 3”是否構成函數關係。
專門的內容知識 (SCK)	是指教師為了教學而必須具備的一種獨特的數學知識。也就是說，教學需要的知識遠比教給學生的知識來的豐富，而且深刻，不僅有量的差別，更是存在質的差異。比如：當你教學二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 時，如果一學生問係數 a , b 和 c 有何意義，你如何解答學生的疑問？
橫向的內容知識 (HCK)	是指彼此不同數學專題之間的聯結以及對具體數學專題在課程或者學科中地位的認識。比如：函數與方程有什麼聯繫？請具體說明。
學科教學知識	
內容與學生的知識 (KCS)	教師必須能估計學生可能的想法，可能遇到的困難。教師必須學會傾聽學生的解釋，領會學生各種尚不成熟的想法。比如：分析解釋學生理解函數概念可能出現的錯誤。
內容與教學的知識 (KCT)	聯合了關於數學和教學這兩個方面的知識。瞭解不同的數學方法和過程所能提供的教學意義。比如：描述一項可用來檢驗學生是否真正理解函數與方程之間關係的活動。
內容與課程的知識 (KCC)	與課程內容相關的知識。比如：對國家數學課程標準框架和內容的瞭解和認識，對課程改革提倡之教學理念和教學方法的掌握等。

根據 MKT 關於教師學科知識的分類，我們試圖選擇一個具體數學專題，設計問題，調查職前中學數學教師的數學教學知識。對於中學數學而言，函數知識是一個重要的組成部分，它與其他數學知識存在著重要的聯繫，如微積分、概率等。因此，在本研究中，將圍繞函數教學這個話題，瞭解中學數學教師的職前準備狀況。

參、研究問題

中國的職前中學數學教師在大學期間要學習許多高等數學課程和研究初等數學的課程。比如有“老三高”——高等代數，高等幾何，數學分析，和“新三高”——泛函分析、抽象代數、拓撲之說，還有初等代數研究，初等幾何研究等等。一般認為，這些抽象的數學課程可以訓練職前教師的數學思維，為他們打下紮實的數學基礎，將來可以居高臨下地從事中學數學教學。張奠宙教授指出“師範大學的教學則在瞭解知識的學術形態之後，還必需幫助學生掌握知識的教育形態，這種轉換是一種特殊的能力，需要加以培養”（張奠宙，1999）。也就是說，要培養數學教師善於把數學的“學術形態”轉化成“教育形態”的能力，這樣才能深入淺出地解釋數學概念，開展生動活潑的教學活動。很顯然，這樣的觀點和 Ball 等提出的教師需要 MKT 是不謀而合的。然而，很少有大規模的研究，去考察職前中學數學教師知識準備的現狀，瞭解他們對課程改革的認識程度，以及掌握 MKT 的情況。

為了順應經濟和社會的發展，從上世紀末開始，國家教育部開始著手對師範教育體制進行改革，打破了原有“三級”師範學校培養職前教師的體系，鼓勵綜合性大學也承擔培養職前教師的責任，逐步探索職前和職後教師一體化的培養模式 (e.g., Li, Huang, & Shin, 2008; Li, Zhao, Huang, & Ma, 2008)。為了瞭解現行職前中學數學教師教育培養的現狀，我們有必要對此展開深入的研究。

在本研究中，我們選擇函數教學作為考察職前中學數學教師的載體，主要出於以下兩點考慮：（1）函數在課程中的重要地位。函數的概念逐漸形成和產生於 16-17 世紀，並一直佔據著數學的核心地位。20 世紀以來，世界各國的中學數學內容也從以解方程為中心轉到以研究函數為中心（張奠宙，張廣祥，2006）。1908 年，Klein 首次提出中學數學應當以函數為中心（Kilpatrick, 1992）。20 世紀 50 年代，函數在中國中學數學課程中取得核心地位（課程教材研究所，2001）。（2）函數對於學生而言是一個比較困難的概念（Vinner, Dreyfus, 1989；Sajka, 2003），這對教師的教學而言可以看成是一種挑戰。

為此，我們試圖以函數教學這個話題為載體，根據前面的框架，調查職前教師對職前準備的信念，以及他們的 MKT：

（一）職前中學數學教師對他們的職前數學教學知識準備所持何種信念，他們對數學教學有何認識？

(二)對於中學函數教學的知識而言，職前教師掌握的程度如何？

肆、研究方法

一、研究物件

當前，全國的師範院校和一些綜合性大學共同承擔了職前中學數學教師培養的任務。比如在 2004 年的時候，全國已經有 400 多所大學承擔職前教師教育的任務，其中師範院校約 280 所。在選擇樣本的時候，我們兼顧了這兩類不同的院校。同時，我們也考慮了不同水準的高校，比如，國家重點大學（“985”工程[□]和“211”工程大學[□]）和一般地方院校（普通大學）。因為這些不同水準的高校對招收的學生有不同的標準，從不同水準的大學選擇職前教師作為研究對象，這樣可以代表更廣層面的職前教師群體。基於以上考慮，一共有 8 所師範或綜合性大學的 438 名職前中學數學教師參與了本項研究（詳見表 2），其中來自師範院校和綜合院校的人數之比約是 2.3:1，重點大學和普通大學的人數之比約為 1.1:1。438 名職前教師均是四年制本科在讀的高年級學生（大三、大四）。其中男生 172 人(39.27%)，女生 256 人(58.45%)，未填性別 10 人(2.28%)。

所有問卷的分發和回收都是請各被試院校的教師協助完成的。一共回收有效問卷 438 份。我們對問卷第一部分的結果，按照不同的學校進行了統計分析；對問卷的第二部分的結果，首先進行編碼，然後按照編碼進行分析。

① 985 工程是中國中央政府為建設若干所世界一流大學和一批國際知名的高水準研究型大學而實施的建設工程。1998 年 5 月 4 日，江澤民在慶祝北京大學建校一百周年大會上提出：“為了實現現代化，我國要有若干所具有世界先進水準的一流大學。”由此，中國教育部決定在實施《面向 21 世紀教育振興行動計畫》中，重點支援國內部分高校創建世界一流大學和高水準大學，並以江澤民在北京大學 100 周年校慶的講話時間（1998 年 5 月）命名為：“985 工程”。先後有 30 所大學以建設“國際知名大學”為目標加入該工程。

② 211 工程是中國中央政府在 1990 年代中開始策劃和實行的、針對中國高等教育的一項戰略性政策。“211”的含義是“21 世紀的 100 所重點大學”。211 工程的目的是在於將中國的高等學校系統化。隨著工程的實施，許多過去被國家其他部門管轄的高等院校被納入教育部的管轄範圍，許多高校被合併，從全中國各地挑選出的約 100 個高等學校被設立為重點高校，這些學校在資金中獲得優先對待。

表 2：參與研究的職前教師來源

院校	類別	人數
“985”大學		
A	師範院校	97 (大三 59, 大四 38)
B	師範院校	82 (大三)
“211”大學		
C	綜合院校	50 (大四)
普通大學		
D	綜合院校	34 (大三)
E	師範院校	48 (大三 29, 大四 19)
F	綜合院校	40 (大四)
G	師範院校	38 (大四)
H	師範院校	49 (大四)

二、研究工具與資料分析

本研究採用的調查問卷一共分成兩個部分。第一部分共 4 題，調查職前教師對於高中數學課程的瞭解程度 (KCC)、數學教學準備的自信心，以及對數學教學的看法。這些問題參考了 Li & Huang (2008) 的研究，他們聲稱這些問題選自 TIMSS 2003 (Trends in International Mathematics and Science Study) 的背景調查問卷。第二部分一共有 3 個與函數教學相關的數學問題，其中有的還包括 2-3 個子問題分別評價職前教師 MKT 的不同方面。這些問題主要參考了 Even (1990, 1993) 的研究。按照 MKT 對內容知識的分類，下面的測試題對應了其中的各個部分：5a 是瞭解職前教師對函數概念的掌握程度 (CCK)，5b 是瞭解他們對學生關於函數知識的掌握情況，看他們是否能認識到學生產生錯誤的原因 (KCS)。6a 是調查職前教師是否正確掌握函數和方程的聯繫 (HCK)，6b、7 兩個問題調查的是教師需要掌握的專門化知識 (SCK)。6c 是瞭解教師針對具體數學問題，設計教學過程的知識 (SCT)。問卷的測試題詳見附錄。

表三：數學教師的信念和知識問卷測試題的構成

數學教師的信念和知識		測試題
信念	教學準備的自信心	3
	對數學教學的看法	4
SMK	對函數概念的掌握 (CCK)	5a
	對函數和方程聯繫的掌握 (HCK)	6a
	對函數問題的解釋 (SCK)	6b、7
PCK	對高中數學課程的瞭解 (KCC)	1、2
	對學生錯誤原因的診斷 (KCS)	5b
	對函數與方程的教學設計 (SCT)	6c

伍、研究結果

一、職前中學數學教師的信念

(一)高中數學課程標準的理解

68.72%的職前教師自我評價他們對高中數學課程標準的理解是“有限”的，10.50%甚至選擇了“低”，只有 18.95%和 1.37%的人分別選擇了“高”和“精通”。

為了進一步瞭解職前教師對高中數學課程標準的瞭解程度，我們列舉了一些常見的課題，請他們判斷數學課程的設置狀況。從表 3 的資料來看，判斷正確人數超過 50%的只有三個課題。這表明職前教師對高中數學課程標準的瞭解程度還是很有限的，這與他們對課程瞭解程度的自我評價相一致

表 3：職前教師在課題上的判斷

課題	正確判斷的人數 (%) [*]
集合與函數概念	67.88
直線方程	16.73
冪函數	63.17
演算法初步	20.06
矩陣與變換	50.16
函數與一元二次方程	41.18
用文字和模型等多種方式來描述、解釋複合函數	16.66

^{*}判斷正確是指判斷結果與國家課程標準內容（教育部，2003）的設置相一致。

(二)職前準備的評價

從表 4 的資料可以看到，儘管許多職前教師對職前準備充滿信心，但是還是有不少職前教師感覺到在某些具體課題上，自身的教學準備還不夠。例如，近 31% 的人對“概率與統計”的教學準備沒有信心。有趣的是，當問及對代數教學是否作好了準備時，90% 以上的職前教師認為已經做好了準備或充分準備。但是，當對此問得更加具體一些的時候（比如“用不同的方式來表示、解釋基本初等函數概念”），認為做好準備的人數開始明顯下降。這也從側面反映了一部分職前教師的確對數學教學準備缺乏信心。

表 4：職前中學數學教師對教學準備的評價

課題	準備非常充分 (%)	有準備 (%)	沒有準備好 (%)
代數	37.22	54.79	7.76
代數 1	21.23	57.76	20.55
代數 2	24.66	54.11	21.00
代數 3	19.18	55.02	25.34
平面幾何	26.71	60.27	13.01
立體幾何	19.18	52.97	27.17
概率與統計	15.30	53.88	30.59

代數 1=用不同的方式來表示、解釋基本初等函數概念

代數 2=相關內容和概念之間的內在聯繫

代數 3=學生在理解一些重要代數概念時常見的錯誤

(三)對數學教學的看法

第 4 個測試題可以幫助我們瞭解職前教師對數學教學的不同看法：其中 (i)、(ii)、(iv)、(v) 和 (ix) 涉及數學教學觀；(iii)、(vii) 涉及數學學習觀；(vi)、(viii) 涉及教師的數學觀。絕大多數的職前教師持有以下積極的數學教學觀：(1) 在數學教學中應該使用不止一種的表達方法（如，圖、具體材料、符號等）；(2) 動手操作和使用教具可以幫助學生避免抽象的數學；(3) 在某個數學主題的教學中教師需要知道學生常見的錯誤觀念/困難；(4) 在數學教學中將現實問題模型化是一個基本的環節。他們也同時持有如下的數學觀：(1) 解決數學問題的過程經常包括假設、估算、試驗和修正結論的；(2) 大多數數學問題都可用不同方法來解。這些觀念與課程改革所提倡的保持一致。這表明，儘管他們對課程標準的具體設置知之甚少，但是職前教師已經基本接受了課程改革的理念，這對於他們今後從事教學實踐具有重要的意義。

另一方面，還是有不少的職前教師持有這樣的數學學習觀：（1）有近 40%的職前教師贊同在“把數學當成能夠包含所有可能的演算法或者規則來學”這個觀點。（2）近 20%的職前教師贊同“學習數學主要需要記憶”的觀點。同時近 30%的職前教師贊同在學習過程中“教師應當防止學生犯錯誤”。

這也許是受到了他們自身的數學學習經歷和我國教學傳統的影響，而且在很大程度上取決於學校教授數學的方式。我國的數學教學傳統歷來強調記憶，認為牢固的記憶可以通向理解。有經驗的老師常常會借助口訣來幫助學生記憶數學公式或規則（李士錡，代欣，2009）。這一點又恰如其分地體現在數學“雙基”教學目標中，為了獲得運算的速度和準確程度，強調記住演算法，熟悉解題的套路，記住最基本的解題方法（張奠宙，李士錡，唐瑞芬，2005）。這些都會促使學習者形成強調記憶、把數學當作演算法和規則的態度。“防止學生犯錯誤”這也是中國傳統教學所關注的一點。比如，在講授新概念時，應當講深講透，目的之一就是防止學生產生片面或者錯誤的理解。這和《學記》上所說“禁於未發之謂豫，……，發然後禁，則地格而不勝”是一脈相承的。

二、中學職前數學教師教學需要的數學知識：函數

考慮到前面已經調查了職前教師在代數教學三個方面的自我評價。在問卷的第 2 部分，有意設計了：“用不同的方式來表示、解釋基本初等函數概念”（第 5a, 6b, 7 題），“相關內容和概念之間的內在聯繫”（第 6a 題），以及“學生在理解一些重要代數概念時常見的錯誤”（第 5b 題）這三個方面，來檢視學生的自我評價。下面利用 MKT 的框架，按照學科知識和學科教學知識分開呈現職前教師在這兩個方面的表現。

（一）職前教師的數學學科知識

（1）函數關係的表示方式

大部分職前教師對常見的函數表示方式可以作出正確的判斷（詳見圖 1），如在用圖像表示的函數關係(i)上的正確率為 82.42%，常函數(ii) 上的正確率為 78.08%，分段函數(iv) 上的正確率為 81.96%，以及在(v) 上的正確率為 82.42%。但是在(iii)和(vi)上，相當多的職前教師判斷出現了錯誤，錯誤率分別是 34.93%、55.02%。從職前教師給出的理由來看，對於(iii)，他們混淆了“對應”與“映射”的概念。對於(vi)，他們只把它看成是一個集合，沒有認識到函數的“關係說”定義（張奠宙，張廣祥，2006）。

在 6b 中，請職前教師判斷是否所有的函數都可以用代數運算式或公式表示，並要求具體說明。其中作出正確判斷的有 71.69%，但是進行合理解釋的只有 18.95%。儘管

有比較多的職前教師認為並非所有的函數都可以由代數運算式或公式來表示，但是 40.41% 的人在具體解釋說明時出現了錯誤。比如，例舉日常生活中沒有變化規律的現象：“1998 年某月內每天的最高溫度不能用代數式表示，因為沒有規律。” 比如，指出有限集合之間的映射未必可以用公式表示： $A=\{1,2,3,4\}$ ， $B=\{3,2,7,8\}$ ，從 A 到 B 的對應法則 $f:1\rightarrow3, 2\rightarrow2, 3\rightarrow7, 4\rightarrow2$ 。事實上，定義在有限集合之間的離散型函數，都可以利用插值多項式表示出來。其餘的人一般通過具體的例子，做出合理解釋。比如舉出正確的反例——狄利克雷 (Dirichlet) 函數，黎曼 (Riemann) 函數等。比如畫出表示函數關係的無規律的連續曲線——某天的氣溫變化圖，某天的股指漲幅圖。

(2) 二次函數的表示

第 7 題考查職前教師對二次函數解析式 $y = ax^2 + bx + c$ 中係數 a 、 b 、 c 意義的解釋。從表 5 的統計資料來看，只有 16.21% 的職前教師指出 a 的絕對值大小確定對應拋物線開口大小的數學意義。其餘 a 、 b 、 c 的數學意義也有一半左右的人給出瞭解釋。

表 5：職前教師對二次函數係數的解釋

二次函數係數	數學意義	人數 (%)
a	符號確定拋物線的開口方向	53.20
	絕對值確定拋物線的開口大小	16.21
b	與 a 共同決定拋物線的對稱軸	48.63
c	拋物線在 y 軸上的截距	52.28

(3) 函數與方程的聯繫

在第 6a 中在描述聯繫的時候，64.41% 職前教師給出了許多關於函數與方程區別與聯繫的不同描述，詳見表 6。其中，方程可以看成是（或可以寫成）函數的形式，或者把函數看成是（或可以寫成）方程的形式，這些觀點都是不正確的。比如，上面提到的狄利克雷函數，黎曼函數就不好用方程來表示；同樣圓方程、橢圓方程也不好表示一個函數關係。只有 13.27% 的職前教師認識到了函數圖像與方程之間的聯繫。例如，G19（表示 G 大學編號為 19 的職前教師）寫道：

函數與方程是相互聯繫的，在一定條件下，它們之間可以互相轉化。如解方程法 $f(x)=0$ 就是求函數 $y=f(x)$ 圖像的零點，方程 $f(x)=g(x)$ 的解就是函數 $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 的圖像的交點橫坐標的值相等。函數在於揭示問題的變量的動態研究，方程是研究等量關係。

還有 24.09%的職前教師僅僅描述了函數或者方程的特點，未能把兩者聯繫起來：方程表示相等（2.65%），方程含有未知數（7.44%），函數表示對應（5.49%），函數含有變量（4.25%），函數有定義域和值域（0.53%），以及其他的說法（3.72%）。

表 6：職前教師關於函數與方程關係的描述

函數與方程的聯繫	人數 (%)
1、方程是特殊的函數。	13.81
2、函數 $f(x)$ 圖像與 x 軸的交點對應方程 $f(x)=0$ 的解。	13.27
3、函數可以由方程來表示。	12.21
4、方程和函數可以相互轉化。	4.60
5、方程和函數都是刻畫現實世界的數學模型。	3.89
6、函數都可以由方程來表示，但反之不然。	3.72
7、函數的變量、應變量與方程的一組解一一對應。	3.01
8、在一定情況下，方程和函數可以相互轉化。	2.12
9、函數表示對應唯一，而方程不要求。	1.59
10、函數和方程是動態和靜態的，整體和局部的關係。	1.59
11、函數不一定是方程。	1.42
12、方程都可以寫成函數的形式，反之則不然。	1.06
13、函數中的兩個未知量地位不同，方程中的兩個未知量地位相同。	0.88
14、方程不一定是函數，函數也不一定是方程。	0.71
15、方程不一定是函數。	0.53

調查的結果顯示，儘管職前教師在大學期間已經學習了許多高等數學課程和初等數學研究的課程，但是並沒有像大家想像得那樣，他們都能“居高臨下”地準確理解和合理地解釋中學數學知識。這和最近另一項研究的結果也是相一致（黃興豐，李士錡，龔玲梅，湯炳興，2009）。這對於職前教師培訓的課程改革是一個重要的資訊。職前數學教師所學習的高等數學課程應當有別於其他專業的數學課程，應當強調高等數學知識與初等數學知識的銜接，應當關注通過高等數學知識的學習，加深職前教師對初等數學知識的理解。

(二)職前教師的學科教學知識

(1) 設計教學活動，考察學生理解“函數與方程的關係”

在本研究的 438 名職前教師中，只有 59 人（13.47%）給出了符合測試題（6c）要求的回答。他們設計的活動大體可以分成 5 種：①利用函數圖像解方程（16 人）。比如，

讓學生在同一坐標系內畫出 $f(x)=x^2-2x$ 和 $g(x)=x$ 的圖像，讓他們根據圖像求出 $x^2-3x=0$ 的根 (E48)。②求函數的零點 (31 人)。比如，求 $y=3x^2+7x+2$ 與 x 軸的交點 (A9)。③給定函數值，求對應的 x 值 (7 人)。比如，令 $y=x^2+x+1$ 中的 y 等於 8，求方程的解 (C47)。④使用二分法求方程近似解 (4 人)。比如，求方程 $2\ln x=x$ 的近似解 (F39)。⑤一元二次方程根的分佈 (1 人)。若方程 $ax^2+2x+3=0$ 在 $[-1,1]$ 上有兩個不相等的根，求 a 的取值範圍 (G9)。而且她還說明瞭設計的意圖：此題主要是將其轉化為函數 $y=ax^2+2x+3$ 的兩個零點在 $[-1,1]$ 上，然後再用二次函數 ($a \neq 0$) 的性質來進行判斷。

(2) 分析學生錯誤判斷函數關係的原因

在測試題 6b 中，只有 25.75% 的職前教師對學生錯誤判斷函數關係的原因作了具體的解釋。他們認為學生出錯的具體原因主要有以下各類：認為函數只能一一對應 (36 人)；缺乏對分段函數和常數函數的認識 (33 人)；沒有理解函數概念中的關鍵字，如“任意”、“唯一”等 (28 人)；認為函數圖像一定是連續的 (20 人)；不理解函數和圖像的關係 (12 人)；不理解函數的定義域和值域 (12 人)；認為函數一定要有解析式 (8 人)，認為函數解析式一定要帶有變量 x (7 人)。另外 52.91% 的職前教師只是很籠統地解釋說“沒有理解函數的概念”或者是“函數概念太抽象”。

這些資料表明，絕大多數職前教師對學科教學知識很陌生，他們既不知道如何設計教學活動，也不瞭解學生是如何理解 (誤解) 具體數學概念的。這是當前職前教師培訓者必須認真思考和亟待解決的問題：需要採取哪些改革措施？採取什麼教學方式？可利用的途徑有哪些？這些都是職前教師培訓者和決策者面臨的嚴峻挑戰。

陸、總結與討論

在本研究中，我們調查了來自全國 8 所院校的 438 名職前中學數學教師，研究發現職前中學數學教師的信念和知識呈現了比較複雜的狀況。首先，職前教師對高中數學課程標準的內容設置瞭解不多，這和他們的自我評價是相吻合的。儘管如此，他們已經基本接受了課程標準所提倡的教學理念，這對他們今後從事教學實踐具有重要的現實意義。其次，我們也看到似乎職前教師，並沒有大家想像得那樣能“居高臨下”地理解和解釋中學數學知識。特別是，他們的學科教學知識相當匱乏。

事實上，數學教師既要掌握學科知識，還要掌握學科教學知識，必須有能力將自己所理解的知識轉化為與學生的能力、興趣和經驗相關的知識形態，從而以一種最有利於

學生學習的方式開展教學。這種能力取決於諸多方面：對學科的認識和理解、對學科的態度和信心、教與學的知識，以及自身的學習經驗、學習目的和風格（Allebone & Davies, 2000）。

那麼，哪些途徑可以有效促進教師知識的發展呢？範良火（2003）來自美國的研究表明：數學教師的教學知識，主要是通過自身的教學經歷和反思、和同行日常交流以及職後的培訓獲得的，和職前教育的關係相對不大。這從一個側面說明瞭美國職前教師教育所存在的不足和問題。本研究的結果直接表明了我國當前師範教育類似的狀況，教師的職前教育似乎也沒有給予他們即將從事教學的充分準備。黃榮金和李業平（2008）的研究也間接地揭示了這一點。在他們的研究中，所有受訪者都不滿意當前的師範教育，認為所學的高等數學知識與初等數學知識之間缺乏聯繫，教育理論與實踐嚴重脫節，無論是學科知識還是教學法知識的準備都是不充分的，同時所有受訪者都強調了中學實習和觀摩在師範教育中的重要性。

為了改變這種現狀，調整職前教師的課程設置和教學方式應該是當務之急。如何把高等數學和初等數學知識相互聯繫起來，讓高等數學的知識真正起到居高臨下的作用？如何在培養方案中把教育教學理論和中小學實踐緊密聯繫起來，真正把理論與實踐相結合？這些都是職前教師教育中面對一直尚未解決的老問題。

參考文獻

- 陳向明 (2003)。實踐性知識：教師專業發展的知識基礎。《北京大學教育評論》，1(1)，104-112。
- 陳向明 (2009)。教師實踐性知識研究的知識論基礎。《教育學報》，5(2)，47-55。
- 範良火 (2003)。《教師教學知識發展研究》。上海：華東師範大學出版社。
- 黃榮金、李業平 (2008)。中國在職數學教師專業發展的挑戰與機遇。《數學教育學報》，17(3)，32-40。
- 黃興豐、李士錡 (2006)。數學課堂：教師的觀念與實踐。《數學教育學報》，15, 3, 38-40。
- 黃興豐、李士錡、龔玲梅、湯炳興 (2009)。職前中學教師學科知識的調查研究，《數學通報》，增刊，124-131。
- 教育部 (2001)。《全日制義務教育數學課程標準 (實驗稿)》。北京：北京師範大學出版社。
- 教育部 (2003)。《普通高中數學課程標準 (實驗)》。北京：人民教育出版社。
- 課程教材研究所 (2001)。《20世紀中國中小學課程標準、教學大綱彙編 (數學卷)》。北京：人民教育出版社。
- 李士錡 (2001)。PME：數學教育心理。上海：華東師範大學出版社。
- 李士錡、代欣 (2009)。中國傳統文化與數學教育，載于王建盤 (主編)。《中國數學教育：傳統與現實》(pp. 1-29)。南京：江蘇教育出版社。
- 李業平、黃榮金 (2009)。從國際比較研究的視角來看中國職前數學教師教育。《浙江教育學院學報》，1，37-44。
- 申繼亮、李瓊 (2001)。小學數學教師的教學專長：對教師職業知識特點的研究。《教育研究》，7，61-65。
- 袁貴仁 (2002)。高等師範院校要把基礎教育課程改革納入教育科學研究內容。《西南大學學報 (人文社會科學版)》，28(6)，5。
- 濮安山、史寧中 (2009)。新課程背景下的高等師範院校數學教育類課程的變革。《黑龍江高教研究》，185(9)，177-179。
- 張奠宙 (1999)。高師數學系改革的若干設想。《數學教育學報》，8(1)，1-2。
- 張奠宙、李士錡、唐瑞芬 (2005)。中國大陸的“雙基”數學教學。載於範良火、黃毅英、蔡金法、李士錡 (主編)，《華人如何學習數學》(pp. 153-169)。南京：江蘇教

育出版社。

張奠宙、張廣祥 (2006)。《中學代數研究》。北京：高等教育出版社。

- Allebone, B., & Davies, D. (2000). Developing subject knowledge, In S. Herne, J. Jessel, & J. Griffiths (Eds), *Study to Teach: A Guide to Studying in Teacher Education* (pp. 56-69). London: Routledge. Hobson.
- Ball, D. L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Ball, D. L. (2011). What do math teachers need to know? Retrieved from <http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/index.html>.
- Birman, B. F., Desimone, L., Portel, A. C., & Garet, M. S. (2000). Designing professional development that works. *Educational Leadership*, 57(8), 28-33.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 73-88). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., and King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: an integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), 263-272.
- Cooney, T., & Wiegel, H. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. In A. J. Bishop; M. A. Clements; C. Keitel; J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 795-828). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6): 521-544.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2): 94-116.
- Hill, H. C. Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- Kilpartrick, J. (1992). America is likewise bestirring herself: A century of mathematics

- education as viewed from the United States. In I. Wirszup and R. Streit (Ed.), *Developments in School Mathematics Education around the World* (Vol. 3, pp. 133-145), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lapointe, A. E., Mead, N. A., & Askew, J. M. (1992). *Learning mathematics*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Leung, F.K.S. (2001). In search of an East Asian identity in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics* 60, 199–215.
- Leung, F.K.S. (2005). Some Characteristics of East Asian Mathematics Classrooms Based on Data from the TIMSS 1999 Video Study, *Educational Studies in Mathematics* 47, 35–51.
- Leung, F.K.S., & Park, K.M. (2002). Competent students, competent teachers? *International Journal of Educational Research* 37, 113–129.
- Li, Y., & Huang, R. (2008). Chinese elementary mathematics teachers' knowledge in mathematics and pedagogy for teaching: the case of fraction division, *ZDM-the international journal on mathematics education*, 40, 845-859.
- Li, Y., & Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of pre-service mathematics teachers: the case of fraction division, *ZDM-the international journal on mathematics education*, 40, 833-843.
- Li, Y., Zhao, D., Huang, R., & Ma, Y. (2008). Mathematical preparation of elementary teachers in China: Changes and issues. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 417-430.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- OECD (2003). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2000*. Paris: organization for economic co-operation and development.
- RAND Mathematics Study Panel. (2003). *Mathematical proficiency for all students: Towards a strategic development program in mathematics education*. Santa Monica, CA: RAND Corporation MR-1643.0-OERI.
- Sajka, M. (2003). A secondary school student's understanding of the concept of function-A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 229-254.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard*

Educational Review, 57, 1–22.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. B. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). New York: Macmillan.

U.S. Department of Education. (2000). *Before it's too late: A report to the nation from the national commission on mathematics and science teaching for the 21st century*. Washington, DC:Author.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 356-366.

附錄

職前中學數學教師數學知識調查問卷

(本調查中的國家數學課程標準，是指九年制義務教育和高中數學課程標準)

1. 您如何評價自己對國家數學課程標準理解的程度? ()
(a) 精通 (b) 高 (c) 有限 (d) 低

2. 下面列舉了一些中學數學中常見的課題，請選擇以下能夠最好描述中學生是否學習該課題的選項，並填到相應課題的括弧內。
 - (a) 主要在高一年級之前講授
 - (b) 主要在高一年級講授
 - (c) 在高一年級沒有教或者只是在高一年級介紹
 - (d) 國家數學課程標準中沒有
 - (e) 不確定

() 集合與函數概念
() 直線方程
() 冪函數
() 演算法初步
() 矩陣與變換
() 函數與一元二次方程
() 用文字和模型等多種方式來描述、解釋複合函數

3. 基於您在數學和教學上的經歷和所受的訓練，您認為自己在什麼程度上為教中學數學及下列一些特定課題已準備就緒？
 - (a) 準備非常充分 (b) 有準備 (c) 沒有準備好

() 代數 () 平面幾何 () 立體幾何 () 概率與統計
() 代數 – 用不同的方式來表示、解釋基本初等函數概念
() 代數 – 相關內容和概念之間的內在聯繫
() 代數 – 學生在理解一些重要代數概念時常見的錯誤

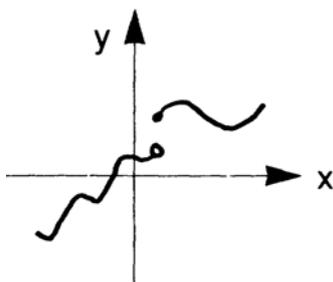
4. 您在多大程度上同意或者不同意下面的陳述？
 - (a) 非常同意 (b) 同意 (c) 不同意 (d) 非常不同意

(i) () 在數學教學中應該使用不止一種的表達方法(如，圖、具體材料、符號等)
(ii) () 動手操作和使用教具可以幫助學生避免抽象的數學
(iii) () 應該把數學當成能夠包含所有可能的演算法或者規則來學
(iv) () 在某個數學主題的教學中教師需要知道學生常見的錯誤觀念/困難
(v) () 在學生學習數學的過程中，教師應當防止學生犯錯誤

- (vi) () 解決數學問題的過程經常包括假設、估算、試驗和修正結論的
- (vii) () 學習數學主要需要記憶
- (viii) () 大多數數學問題都可用不同方法來解
- (ix) () 在數學教學中將現實問題模型化是一個基本的環節

5. 一位學生認為下列六種關係表示的都是非函數關係 (R 是實數集, N 是自然數集).

(i)



(ii) $f: R \rightarrow R, f(x) = 4$

(iii) $g: N \rightarrow R$

(iv) 一種對應關係使得所有正數對應 1, 所有負數對應 -1, 而 0 對應 3.

(v) 當 x 是有理數時, $g(x) = x$, 當 x 是無理數時, $g(x) = 0$.

(vi) $\{(1, 4), (2, 5), (3, 9)\}$

a) 對上述每種關係判斷學生回答的正確性, 並給出理由。

- (i) 正確/錯誤, 因為:
- (ii) 正確/錯誤, 因為:
- (iii) 正確/錯誤, 因為:
- (iv) 正確/錯誤, 因為:
- (v) 正確/錯誤, 因為:
- (vi) 正確/錯誤, 因為:

b) 對那些學生判斷錯誤的關係, 請分析解釋學生可能的錯誤原因。

c) 許多學生認為 (vi) 不過是一些點的集合, 不是函數。也有學生認為它不是函數, 因為如果是函數的話, 3 應該對應 6。你認為學生的這些觀點是否正確? 為什麼?

6. a) 函數與方程有什麼聯繫? 請具體說明。

b) 是否所有的函數都可以用代數運算式或公式來表示? 請解釋或舉例說明。

c) 描述一項可用來檢驗學生是否真正理解函數與方程之間關係的活動。

7. 對線性函數 $y = kx + m$ 來說, 我們知道 k 是斜率, 而 m 是截距。當你教學二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 時, 如果一學生問係數 a, b 和 c 有何意義, 你如何解答學生的疑問?

稿 約

一、本刊徵選之數學教育刊物為：

- (一) 本刊以徵選實務性的數學教育刊物為主，舉凡任何數學創新教學之方法或策略、數學教學實務經驗、數學課程設計與實踐之心得分享等皆為本刊之首要選擇標的；
- (二) 研究文章（包括以實驗、個案、調查或歷史等研究法所得之結果，和文獻評論、理論分析等）；
- (三) 短文（包括研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判等）；以及
- (四) 其他符合本刊宗旨之文章。

二、本刊所刊之文章，需為報導原創性教學或研究成果之正式文章，且未曾於其他刊物或書籍發表者（在本刊發表之文章未經台灣數學教育學會同意，不得再於他處發表）。

(一) 來稿請注意下列事項：

1. 來稿請以中文撰寫，力求通俗易讀，須為電腦打字，每篇以不超過 6000 字為原則（特約稿不在此限），以電子郵件傳送。
2. 來稿請附中英文篇名、作者

姓名及服務機關，作者姓名中英文並列，若有一位以上者，請在作者姓名及服務機關處加註(1)、(2)、(3)等對應符號，以便識別，服務機關請寫正式名稱。

3. 來稿請附中英文摘要，並於摘要後列明關鍵詞彙（key words），依筆劃順序排序（以不超過五個為原則），英文關鍵詞彙則須與中文關鍵詞彙相對應。
4. 文稿若為譯文，請附原文影本及原作者同意函，並請註明原文出處、原作者姓名及出版年月。
5. 凡人名、專有名詞等若為外語者，第一次使用時，謂用（）加註原文。外國人名若未有約定成俗之譯名，請逕用原文。
6. 附圖與附釋請於文後，並編列號碼，並在正文中註明位置。
7. 文末參考文獻依作者姓氏分別編號排序：中、日文依筆劃多寡排列；西文（英、法、德...等）依字母順序排列；若中、日、西文並列時，則先中、日文後西文。至於參

考文獻之寫法如下：

- (1) 期刊論文，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、論文篇名、期刊名稱、卷期、頁數。

例：張湘君（1993）。讀者反應理論及其對兒童文學教育的啟示。*東師語文學刊*，6，285-307。

- (2) 圖書單行本，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、書名、版次、出版地、出版社、頁數。

例：張春興（1996）。*教育心理學*。台北：東華。頁64-104。

8. 稿件順序為：首頁資料（題目、作者真實姓名及服務機關、通訊地址及電話；若需以筆名發表，請註明）、中文摘要、正文（包括參考文獻或註釋）、末頁資料（以英文書明題目、作者姓名及服務機關、並附英文摘要）及圖表（編號須與正文中之編號一致）。

(二) 本刊對來稿有權刪改，不同意者請在稿件上註明。

(三) 來稿刊出，版權為台灣數學教育學會所有。

(四) 作者見解，文責自負，不代表本學會之意見。

(五) 來稿請 e-mail 至：

dcyang@mail.ncyu.edu.tw