

ISSN 1815-6355

台灣數學教師(電子)期刊

Taiwan Journal of Mathematics Teachers

第15期

台灣數學教育學會

2008年09月

台灣數學教師(電子)期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers
2008年09月出版
NO.15 2008

發行宗旨

發行人：林福來教授

主編：

楊德清 國立嘉義大學數學教育研究所

編輯委員

Editorial Panel

呂玉琴

國立台北教育大學數學教育研究所

李源順

台北市立教育大學數學資訊教育學系

林素微

國立東華大學數學系

金鈞

國立台灣師範大學數學系

梁淑坤

國立中山大學教育研究所

蔡文煥

國立新竹教育大學應用數學系

劉祥通

國立嘉義大學數學教育研究所

劉曼麗

國立屏東教育大學數理教育研究所

(依姓名筆劃順序排列)

封面設計：施乃文

出版者：台灣數學教育學會

地址：台北市 116 汀州路四段 88 號國立台灣師範大學數學系 M212

電話：02-29307151

電子郵件信箱：tame@math.ntnu.edu.tw

網址：

<http://www.math.ntnu.edu.tw/~tame/index.htm>

總編輯：楊德清 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

地址：嘉義縣民雄鄉文隆村 85 號

國立嘉義大學數學教育研究所

電話：05-2263411-1924

一、本刊為一實務性的數學教育刊物，出版目的如下：

1. 積極發揚台灣數學教育學會之成立宗旨：研究、發展、推廣數學教育，使台灣學生快樂學好數學。
2. 提升數學教師教學品質、數學教育研究品質及促進數學教學策略與方法之交流。
3. 探討數學教育的學術理論與實務現況，以促進理論與實務之結合，進一步提升數學教學之內涵。
4. 提供數學教育課程、教材與教法等實務經驗，包括數學遊戲、DIY 教具之分享，以供未來之教學與研究參考之用。
5. 針對多數學生特定迷思概念之教學引導，如學生易有的錯誤型態及如何釐清觀念等。
6. 介紹國內外數學教育現況。

二、本刊內容以充實高中、國中與小學數學教學、課程與教材為主，以提供所有關心數學教育人士之教學資源與參考依據。

三、本期刊以季刊方式（3 個月一期，一年共 4 期）發行，分別於每一年的 3、6、9、12 月發行。

四、本期刊採電子與紙本方式同時發行。

ISSN 1815-6355

台灣數學教師電子期刊 2008, 第十五期

台灣數學教師（電子）期刊
Taiwan Journal of Mathematics
Teachers

第 15 期

2008 年 09 月

台灣數學教師（電子）期刊

目錄

第 15 期

2008 年 09 月

序言.....	1
譚寧君	
評核標準，一隻影響數學理解隱形的「手」--一個案例 之速寫.....	2
孫旭花	
國小學童的空間能力之相關研究.....	18
曹雅玲、陳穎瑤、曾怡嘉	
實施探究教學對學生數學焦慮的影響.....	41
王雅玲、秦爾聰	
活動報馬仔	58

ISSN 1815-6355

序言

譚寧君

國立臺北教育大學 數學暨資訊教育學系兼任副教授

臺灣數學教師期刊自 2005 年創刊至今已三年有餘，期間也經歷臺灣數學教育最震盪的幾年，但在總編輯楊德清教授的艱苦努力下，得持續為臺灣數學教育界留下一塊可以溝通的平台，交換經驗與追求美好的希望園地。

數學的重要性無庸置疑，培養學生能思考、會解題、計算強、有自信的學童亦是有共識的，然而，如何達到目標卻可能有不同途徑，可以是學理引導實務，亦可能需要實務來反思理論，故持續的教學探索或實驗是不可或缺的。本期有三篇文章，第一篇孫旭花的「評核標準，一隻影響數學理解隱形的『手』」，透過一個開放的問題與 23 名學生的訪談，點出了制式化的解題模式可能成為禁錮學生思考的隱形殺手；第二篇曹雅玲、陳穎瑤、曾怡嘉的「國小學童的空間能力之相關研究」，從量化分析結果，研究提出教材應增加視覺化因素的建議，第三篇王雅玲、秦爾聰的「實施探究教學對學生數學焦慮的影響」發現探究式教學法是增加學生自信、減低焦慮的重要影響因素。研究的基本即是發現問題，進而尋求解決問題的歷程，研究的發現可能即是除病的藥方，儘管需要更縝密的臨床實驗，但每一位研究者的建議，的確為數學教育開了一扇窗。

忝為數學教育界的老兵，愧對這塊園地沒有具體貢獻即已卸下正式教職，其實，期望探索如何讓學生快樂學數學的心是沒有變的。讓我們大家手牽手、心連心，許臺灣數學教育一個美好的未來。

評核標準，一隻影響數學理解隱形的「手」¹

--一個案例之速寫

孫旭花

澳門大學教育學院

摘要

本文通過讓學生解一道關於租船的開放題，跟進訪談 23 名小學 5 年級小學生的數學理解，發現傳統評核標準，通過規定了學習的解題模式（列式），在一定的程度上，間接促進了僵化的數學觀形成，禁錮學生的數學思考，成了一隻影響理解隱形的「手」。

壹、研究背景和問題

美國數學教育改革，數學評核最為讓人注目，僅僅 5 年之內，美國政府及相應的機構便出版了一系列政策檔、指導性檔，推進評核改革在中小學推行。例如

- 1) 1990 年國家測試和公共政策委員會出版了《從守門到通道：美國測試的改變》（NCTP：National Commission on Testing and Public Policy）（NCTP，1990）。
- 2) 1991 年數學科學教育委員會（MSEB：Mathematical Sciences Education Board）出版了《學校數學評核標準》（MSEB，1991）。
- 3) 1993 年 NCTM 出版了《數學課堂評核》（*Assessment in the Mathematics Classroom*）（Webb，1993）。
- 4) 1993 年 MSEB (1993)進一步出版了《測量所算數的》（*Measuring What Counts*）。
- 5) 1995 年在美國數學教師議會(NCTM，1995)發表了《學校數學評核的標準》標誌著新的數學評核體系的初步形成。

眾所周知，華人地區的教育，是評核考試驅動的教育，然而華人地區的教育工作者對傳統數學評核教育改革力度遠遠不及美國教育部門，在《人人算數》

1 本研究是建立在黃毅英教授、林智中教授開放題研究基礎上的再發展。特別感謝導師對本文初期文稿的意見。

(Everybody Counts) 一份美國未來的數學教育報告中 (MSEB, 1989), 已詳盡總結了傳統數學評核所導致的教學實踐的問題, 而這些教學實踐的問題也無不是華人地區的教育評核體系當前存在的問題:

- 1、測試不能很好地評核教育目標, 教師常常以測試作為教學之目的, 而不是為課程和學生。
- 2、測試側重低水準的思維, 而不是高水準的思維, 強調對题目的及時反應而不是創造思維和表達。
- 3、某種特殊教學容易獲高的測試分數, 惡化了教育的不平等。
- 4、測試使數學成了僅有唯一答案科目, 數學觀念更加片面。
- 5、限時的測試因強調速度而阻止了許多“慢學生”的數學學習。
- 6、標準測試極大的“標準化”了數學的學習方式與速度, 忽視了學生學習個性的不同。
- 7、測試僅僅提供了學生在壓抑的環境下的成就的“速寫”而不能提供在支援環境下學生連續的成就“資訊”。
- 8、低的數學分數破壞了自我概念, 極大的壓抑了數學學習的自信心。

我們設想華人數學更受評核影響, 評核是否是影響學生的數學理解因素, 評核又究竟如何影響學生的數學理解, 理論與經驗型結論較多, 但實證方面相對空白, 也比較薄弱。

這裏我們以一個學生沒有學過, 也沒有現成方法, 也不用常規列算術式, 的一個稍難, 但仍在思維負荷以內的開放題, 深度地訪談, 深層瞭解學生解該題的解題思路受哪些因素影響, 核是否是影響學生的數學理解因素, 評核又究竟如何影響?

研究問題: 評核如何影響學生的數學理解?

貳、 研究方法

研究工具

開放題作為研究數學理解的研究工具

與具有唯一正確答案、甚至唯一正確問題解決方法的傳統問題(封閉題)相比，開放題不僅具有多種可能的(正確)解答，也可以具有多種可能的問題解決方法，開放題具有反映不同思維深度的優點，同樣利於解答者自主選擇展示自己水準的途徑與方式，因此這種開放題評核為數學過程考慮提供了得天獨厚的條件(鄭毓信，1993，2001)。其題目本身的特點，開放了學生在思維敏捷性、靈活性、獨創性、廣闊性等方面的發展。改變了學生在問題解決時，與頭腦中的“題庫”比較，確定類型，套用解法的思路。也改變了考試幾乎變成了記憶題目類型比賽的局面，數學開放題為思維方式和過程提供了更多空間，具有成為研究數學理解的研究工具得天獨厚的條件。

本文以一道要求數學理解的數學題及相關的學生訪談(共23名)作為分析基礎，這道放寬測試的時間，使那些「慢手」也能充分展示自己的才華的數學題是：

25 位同學一起去划船。大船每條可以坐 6 人，租金 10 元，小船每條只可以坐 4 人，租金 8 元。如果讓所有同學都上船，又要儘量省錢，應該怎樣租船才付最少的租金呢？要租多少條大船，多少條小船？租金又是多少呢？請詳細列出你的計算方法。(注意：基於安全理由，每條船載客限額必須嚴格遵守，不得超載。)

本題是以中學生熟悉的租船材料為背景，明確易懂，有利于學生上手，減少因為讀不懂問題的胡亂猜測。突出對數學的「核心能力」——思維能力的考查，思維能力不僅包括邏輯推理能力，還包括探索能力、直覺思維能力、合情推理能力、策略創造能力等，本題把對思維能力的考查放在主導地位，集中突出邏輯推理、合情推理，注重表述的條理性、嚴謹性，強調理性思維和直覺思維，而不能靠記憶和套公式解決，對於小學 5 年級的問題解決者必須按處境分析、推理大小船數、空位數、和需用金額的關係，而不能像平時列綜合算式或方程式般迅速奏效。該題目涉及人數、大小船數、空位數、和需用金額的四個變數的函數，學生

在綜合推理這四個變數的變化依賴關係，可找到各個水準的綜合策略。由於變數與變數關係複雜，所以區分度較大，量度學生數學理解的空間大，範圍廣，能夠讓學生的主體性和建構性充分調動起來。該題的設計在原則上層次分明的「臺階」，起點低、入口寬，難度大，區分度大，問題解決背景自然，這樣可以測試出學生問題解決所處的真正水準。

本題解決的關鍵環節：1、認識到大船每人計租金比小船省錢。2、節省空位是節省的途徑。

研究對象

23 名研究對象是 6 所不同的小學五年級學生。為研究學生的解題思路受那些因素影響，我們必須控制，學生套用現成解法與頭腦中的“題庫”比較，確定類型，而缺乏自己分析問題解決問題而建立數學理解的過程。為避免使用方法（常規的列方程）方法，而不選擇中學生。

研究手段

訪談作為研究數學理解的研究手段

從學生的解題，瞭解反映了學生無數次數學思考實踐活動中所總結的數學方法和思維習慣，及多種思維習慣一點一滴沉澱的思維品質，數學觀念，從這些思維品質，數學觀念的“格局”，來預知學生的數學學習。

“言為心聲”，語言是頭腦思維的外化形式，思維的“物質外殼”，是瞭解學生思路的物質載體。這種方式不僅可以保持原始資料的“原汁原味”獲得最“真實”數學思維的“即時”反應。學生的書寫練習本保留了學生思路的痕跡，是思路的“原形”，訪談則“趁熱打鐵”，在學生展開思路之時，趁機探索頭腦內部的解題框架。

數學思維是一個動態的決策過程，這一動態的決策過程的“偶然性和動態性”卻被以往是數學思維研究者忽略。而訪談以訪問者和學生互動的“對話”模式，呈現特定解題情景下，數學理解與解題的“活著”的模式，正在經歷的“經歷”。

訪談挖掘了學生思維“現實”,讓學生昭示自我已經內化的思維的全過程,相對明晰地凸現出思維“現實”的各個部分、各個層面和各種關係的“動態”畫面。

利用訪談這一傳遞思想的工具,學生思想現實、解構數學問題解決意義的全過程。理解在特定問題環境下,學生數學解題模式建構的主觀過程,從各個方向再現數學理解,數學解題的全部視角和方式。

研究步驟

選擇研究對象并瞭解其學習數學的背景,學生解開放題,可放寬測試的時間,以學生的草稿與草圖為介體逐個作深入訪談,同時錄音,作事後分析。以思路、策略為焦點,從而瞭解其背後的問題解決思維模式。按照下列步驟分析:

- 1) 自己先做本題一遍,找出問題解決的關鍵。
- 2) 通讀全部訪談記錄,寫下即時的初步印象備忘錄。
- 3) 記錄每個學生問題解決的主要思路、特點,內在的邏輯思路。
- 4) 找出所有不理解之處。如本土語言,口誤,令人費解的列式,從上下文理解問題解決的內在邏輯和理性²。
- 5) 停下來製定本題新的評核標準:理解題意程度、方法的有效程度、推理的合理程度、計算,核查全部學生訪談資料,製定本題新的評核標準。
- 6) 再次閱讀訪談記錄,核查一致程度。

數據分析時的注意事項:

準確理解學生語言背後的意義在訪談中是一個挑戰,加強研究的效度,數據分析時特別以下問題。

1 注意學生不可言喻的、下意識或潛意識的語言特定的意義。

例如“準確”在下列不足百字的訪談記錄中出現四次,他的“準確”有著特定的意義,是“省錢”之意。

² 23名同學來自香港6所小學

學生: 可以準確地計出多少只大船, 多少只小船。

研究員: 有沒有想過其它組合呢?

學生: 有。

研究員: 全部坐大或全部坐小, 可以嗎?

學生: 可以, 有其中... 有4大船1只小船。

研究員: 你有沒有想過呢?

學生: 有。

研究員: 爲甚么不用這個方法呢?

學生: 因爲不是太準確, 我以爲不是太準確。

研究員: 準確是甚么意思呢?

學生: 題目說要慳多點錢。

研究員: 那么這一個是不是多慳點錢?

學生: 不是那么多, 4只也要40元, 1只小8元... 48元, 如果你這樣(自己的方法)便可以
準確一點

例如, 原文“坐唔晒”是坐不下的意思。“我覺得這個比較抵”, 是我覺得這個比較
“省錢”之意。“要儘量慳錢”是儘量省錢的意思。

2 注意從上下文理解其思路的內在邏輯。

準確理解學生語言背後思路的內在邏輯在訪談中是一個更大的挑戰。如研究員問: 可不可以又租大船, 又租小船呢? 學生二: $6+4=10$, 即是坐10個人... 即是3只大船, 2只小船。筆者一開始并不明白“坐10個人... 即是3只大船, 2只小船”的關係, 思考很久才發現其中間斷的邏輯環節“ $25/10=2$ 餘5”即2倍一個大船和一個小船, 餘5個人可搭一個大船, 即是3只大船, 2只小船。如“25除6除4”(3)是從上下文可以分析, 自己并不知道爲甚么要再除4, 在被追問其內在的數學理解的情形下, 只好交代“應該不用除4”, “好希望找條式”的語言, 透露想用上所有的數列式的內在邏輯和目的。

3 欲言又止背後的原因。

例如“但想一想，這(小船)可以坐 4 人，租金是 8 元，大船可以坐 6 人，但 10 元。之後 $6-4=2$ ，2 又不知怎樣...” (20)，學生欲言又止背後的原因，因頭腦中列式和數學理解并未“整合”到一起，被列式所深深苦惱和禁錮。

4 區分口誤.

如，寫出 $25/6=4$ 人，要多租一條小船讓餘下的一人，然後在 $25/6$ 旁寫 $\times 10$ ，但劃去，再計算 $4 \times 10 + 4 = 44$ 元。(13)。從上下文可看出 $25/6=4$ 條，他說 4 人是口誤，應是 4 條。

參、發現與討論

參與者的數學理解總體概況

整體上，參與研究學生的思路情況如下：只有一名學生當面對 $25 \div 6$ 餘 1 時，不知如何處理這個餘數。提醒下³，知道須為餘下的一個人租一條船。其餘學生均可以以現實情境處理題目。

共有 15 名學生的思路是把題目理解為「25 人能夠全部上船，無進一步的『省錢』理念」。例如 7 只小船，共 56 元，便是一個典型的思路。2 名學生以「一隻大船和一隻小船」為思維的邏輯起點，思路特別，從每次同時租一隻大船和一隻小船：「每次 10 人， $25 \div 10 = 2$ 餘 5 人，即 2 倍的一個大船和一個小船，再餘 5 人」。其中一個同學認為餘 5 人，使用一隻大船，答案為 3 只大船和 2 只小船。而另一個同學認為餘 5 人，使用 2 只小船，答案為 2 只大船和 4 只小船。儘管前者答案正確，但是邏輯上，從字面來開始推理，不合節省的「情」，方法缺乏比較，題目理解仍存在於「25 人能夠全部上船」的事實性內容和表述的淺層結構上，還未深入到問題內在的數學結構上。

8 名學生既「有 25 人能夠全部上船，又有進一步的『省錢』理念」，1 名學生雖然提出「一條大船比一條小船的租金貴，一開始只考慮用小船」的「盲點」，但

³因為題目和課本習題相差較大，本研究適當的提醒，讓學生理解題意，均沒有「教學介入」。

仍能考慮座位的利用率。共 5 名同學從大船入手，既兼顧了大船入手較便宜，又兼顧了位子的利用率兩個角度，理解處於組織化、系統化、綜合化的層面。

還有一名同學，思維過於現實化，認為學生獨自乘船很危險，需要加一名教師，以 26 人來分配船數，脫離題目原意。

下列訪談所得的資料，往往超越批改作業時較少瞭解學生數學思維資訊的限制，以訪問者和學生互動的「對話」模式，學生以最「真實」的數學思維「即時」反應，呈現特定「租船」問題解決情境下，數學理解與問題解決的「活著」模式，展示了通常被數學教育工作者和教師所忽略的關係。

發現一：評核的指標體系間接規定學生的解決問題的模式，規定了學習數學成功的方式、已經慢慢形成一種“型化”、“僵化”的數學觀念。

我們先看以下的例子。

(學生靜默 325 秒,期間學生首先寫下:要租大船 1 條,租小船 6 條,租金又要 58 元,然後列出 $(25\div 6)\div 4=1$ 條, $25\div 6=6$ 條, $6\times 8+10=48+10=58$ 元。)

訪談者：可否告訴我你是怎樣想這題數呢？

學生：大船坐 6 人，小船坐 4 人，25 位同學租船，又要儘量慳錢。

訪談者：為甚麼要用除法去計呢？你可否告訴我，你怎樣計呢？

學生：（指著 25 除以 6 除以 4）這個是大船幾多條，一條大船可以坐 6 人。

訪談者：為甚麼要再除以 4？

學生：小船可以坐 4 人，所以除 4。

訪談者：即是你將 25 人除大船可載人的數目，再除以小船的數目，但 25 除 6，為甚麼是 4 呢？

（靜默 11 秒）

學生：不知道。

訪談者：25 除 6 是多少呢？

學生：4 餘 1。

訪談者：除不盡，餘下的 1 怎樣呢？

學生：應該不用除 4。

訪談者：其實你看完題目後，清不清楚題目呢？

學生：一般。

訪談者：那些清楚，那些不清楚呢？

學生： 不知道如何列式。

訪談者： 你很希望列式，但找不到關係，是不是呢？

（學生點頭。）

學生： 好希望找條式？

（學生點頭。）

[分析]

我們可以清晰看到：學生頭腦中預先有一種“定勢”總是設法將已知條件的數字，用“加減乘除”符號連接，湊出答案的“固定的模式”。仔細分析，都是設法將已知條件的數字，用“加減乘除”符號連接，湊出答案的“固定模式”的“定勢”。

從學生「好希望找條式」的答話，道出學生思維背後潛在的數學觀念框架和障礙，即評核的指標，「列式和正確的答案」規定了數學成功的內涵、學習數學成功的方式、成功的尺度。我們也看到，評核標準中“套公式”、“湊答案”已經慢慢形成一種“型化”、“僵化”的數學觀念。這種數學觀念也一定程度上，束縛了學生對數學理解自然建構。

[討論]

事實上，「25 除以 6 除以 4」是從上下文可以分析，自己並不知道為甚麼要再除 4，在被追問其內在的數學理解情形下，只好交代「應該不用除以 4」，「好希望找條式」的語言，透露「他想用上所有數位元列式的目的」。因為這是我們傳統數學評核的指標。我們看到數學理解讓位於機械列式，評核「深層地」影響了學生的學習方式。這亦反映了評核的標準，間接促進了僵化的數學觀形成。小組的先前研究亦有類似發現（黃毅英，2002；Wong, Marton, Lam, & Wong, 2002）。當然課程、教材、教師、教法、同學的數學觀等同時參與塑造衍生這樣數學觀的「經驗空間」（lived space），而傳統的評核方式也自然是其中一個重要因素，於是學生迫于「迎合」這樣的評核方式，去調控自己的內在學習「機制」，評核成了教育體系一隻隱形的「手」，以其潛在的力量牽動、調節學生整個學習過程。

發現二：評核的“列式”要求，一定程度上束縛了學生對數學理解的自然建構。

以下訪談再現學生受“列式”評核如何束縛了學生對數學理解建構。

(靜默 103 秒，期間學生寫了 $6 \times 10 = 60$ 。)

學生：計不到。

訪談者：你也計了 $6 \times 10 \dots$ 。

學生：錯的。

訪談者：為甚麼錯呢？剛才你想些甚麼

學生： $6 \times 10 = 25 \dots$ 。

訪談者：怎樣呢？為甚麼用 6？6 代表些甚麼呢？

學生：大船可以坐 6 人，所以乘 10，租金是 10。但想一想，這（小船）可以坐 4 人，租金是 8 元，大船可以坐 6 人，但 10 元。之後 $6 - 4 = 2$ ，2 又不知怎樣...我覺得這個比較抵。

訪談者：怎樣 $6 - 4 = 2$ 又比較抵？是怎麼意思呢？

學生：因為 $6 - 4 = 2$ ，2 是增加 2 元，但可以坐 4 人...。

訪談者：即是？題目問些甚麼？

學生：不知道式怎樣計。

[分析]

學生從「大船可以坐 6 人，所以乘 10，租金是 10。但想一想，這（小船）以坐 4 人，租金是 8 元，大船可以坐 6 人，但 10 元。之後 $6 - 4 = 2$ ，2 又不知怎樣...」從訪談內容中，我們可以清楚看到，學生總是設法將已知條件的數字，用“加減乘除”符號連接，湊出答案，“2 又不知怎樣...”，欲言又止的背後，是被列式這個要求所深深困擾。從學生「不知道式怎樣計」的答話，道出學生思維背後潛在的數學觀念框架和障礙，即評核的指標—列式，評核如同一隻隱形的「手」，以其潛在的力量牽動、調節學生整個解題過程。

發現三：除去對列式要求，自然出現了“數學理解”。

學生被告知不用列式後，而迅速得出所求的「動態過程」⁴。

⁴值得說明的是，不是每個受訪學生若被告知不用列式後，其迅速解出來問題。表現，可能部分學生受以往評核

(靜默 69 秒, 期間寫了 $18 \times 10, 7 \times 8$ 。)

訪談者: 不一定要列式, 做到便行了。

學生: 我認為其中 18 位坐 6 元這條船...

訪談者: 坐 6 個人的船。

學生: 是, 其他 7 位就坐 8 元這條船。

訪談者: 為甚麼這樣是最便宜呢?

學生: 因為(大船)貴, 25 位其中 18 位坐 10 元(大船), 其他就坐(小船), 如果坐這個(大船), 會有剩下一些人, 所以比較貴。

訪談者: 即是 18 人坐 10 元一條的船, 7 個人就坐 8 元一條的船?

學生: 即是 7 個人坐, 大約 2 個人...2 條船。

訪談者: 這個呢?(大船)

學生: 3 條。

訪談者: 你怎樣想是 3 條大, 2 條小呢?

學生: 乘, 看看怎樣最多幾個人可以坐滿船, 然後剩下的人, 不要坐這個(大船), 而坐這個(小船), 小船少了少少, 所以最便宜。

訪談者: 為甚麼你不想 4 條大船, 1 條小船? 有沒有想過呢?

學生: 沒有。

訪談者: 為甚麼呢?

學生: 六四二十四, 如果坐這個(大船), 會多了一個人...

訪談者: 可以坐一條小船。

(靜默 5 秒)

學生: 我覺得多了錢, 不是最抵。

訪談者: 你感覺多了錢?

學生: 是。

[分析]

我們看到在「不一定要列式，做到便行了」的指導語之前與之後學生表現很鮮明的不同，之前，學生在頭腦列式和數學理解並未「整合」到一起。在學生看來，列式是他最希望的，但實際又有些困難，之後，一旦這個禁錮解除，學生的思路便恍然大悟、「柳暗花明」，數學理解脫殼而出，我們看到學生在「不一定要列式，做到便行了」的指導下，立即有了思想，也有了方法。

這裏，我們清楚地看到，學生依據評核標準去努力，設置方向和計畫，調節和執行學習。正如 Stenmark (1992) 也指出「我們所測試的，就是我們所得到的」(頁 175)。下列訪談也展示了，評核和理解“不能整合的兩張皮”，我們除去對列式要求的“禁錮”，“數學理解”迅速湧出的“動態過程”。

學生： 不懂。

訪談者： 不懂為甚麼呢？你知道題目問些甚麼嗎？

學生： 明白。

訪談者： 但困難在那裏呢？

學生： 如果要全部同學上船，又要儘量慳錢，應該怎樣租船呢？

訪談者： 你有沒有甚麼入手方法？

學生： 我最初想用大船載 25 位同學，但後來覺得有點不對。

訪談者： 為甚麼不對呢？

學生： 我在想 25 人，每條船可以載 6 人，我在計租金。

訪談者： 在計租金前，是不是要先計幾多條船呢？

學生： 是。

訪談者： 怎樣計呢？

(靜默 17 秒)

學生： 沒有回答。

訪談者： 我看見你計 $25 \div 6$ ，為甚麼又劃了它。

學生： 我覺得如果 $25 \div 6$ ，租金會比較貴，要十元。

訪談者： 怎樣知道會比較貴呢？

(靜默 8 秒)

學生： 直覺...。

(靜默 73 秒, 嘗試列式 $25 \div 6 \times 10$ 。)

學生: 我想問如果我計這一條式, 可不可以沒有數字?

訪談者: 隨你喜歡用你想的方法。

(靜默 92 秒, 寫下 $25 \div (6 \times 3) \times 10 + 4 \times 2 \times 8$, 但劃掉了。)

學生: 始終也不懂。

訪談者: 你剛才劃了 $25 \div (6 \times 3) \times 10 + 4 \times 2 \times 8$, 是甚麼意思?

(學生沒有回答。)

訪談者: $25 \div (6 \times 3)$ 是甚麼意思呢?

(學生沒有回答。)

訪談者: 3 是甚麼意思呢?

學生: 我想用 6 來除 25, 但我不想像 6 除全部 25。我在想如果 18, 剩下 7 人, 再坐小船, 如果這樣乘起來...我覺得會比較便宜。

訪談者: 你現在是不是在想幾多人坐大船, 幾多人坐小船呢?

學生: 是。

訪談者: 怎樣分呢? 有沒有策略呢?

學生: 如果剩下 7 人, 用小船來載他們, 只需要 2 條...雖然還剩下一個空位。

訪談者: 即是用 2 條小船來載剩下的 7 人?

學生: 是。

訪談者: 即是幾多人上了大船?

學生: 18 人。

訪談者: 為甚麼要用 18 人坐大船。

學生: 因為 18 上大船, 剩下 7 人, 如果用 2 條小船來載這 7 人會差不多載了全部人。

訪談者: 你是用直覺想 18 人坐大船? 還是有其他方法下決定呢?

學生: 沒有。

訪談者: 直覺?

學生: 也不是完全直覺。

訪談者: 你當我是另一個小朋友, 我想不到 18, 希望你解給我聽怎樣想呢。為甚麼要 18? 12 可以嗎?

(靜默 28 秒)

學生: 沒有特別想法。

訪談者: 18 人即是多少條大船呢?

(靜默 4 秒)

學生: 三條。

(寫下 3 艘大船。)

訪談者：你先寫下，幾多條小船？

(寫下 2 艘小船)

訪談者：題目問租金是多少，你想到嗎？

(寫下 30、16)

訪談者：所以共需多少錢呢？

(寫下 46 元。)

[分析]

由以上我們看到，「我想用 6 來除 25，但我不想像 6 除全部 25」，說明「學生思路很矛盾。分析上下文，可發現矛盾在於學生想通過列式湊出『18』」這個答案。而列式 $25 \div 6 \times 10$, $25 \div (6 \times 3) \times 10 + 4 \times 2 \times 8$, $25 \div (6 \times 3)$ 亦令人費解，列式思路不暢。當訪談者問怎樣計時，學生沒有回答。我們看到學生的無語，某種意義上，這正是評核和理解“不能整合的兩張皮”，分道揚鑣的尷尬局面的縮影。

這一學生問「列式可不可以沒有數字」，說明學生受了「列式不可以沒有數字」這「經驗空間」的局限，潛意識中評核的指標是「帶有數位的式子」。與上面的個案一樣，但研究者告知「隨你喜歡用你想的方法」時，我們看到學生迅速得出答案。

肆、討論與啟示

以上數據，使我們看到，部分學生被平日評核要求列式所深深困擾和禁錮。我們看到學生在腦中列式和數學理解并未「接合」在一起，當評核的列式和學生的理解不一致時，學生「屈服」於列式所導致的結果——為列式而列式。學生為迎合評核而列式，這時已不能幫助理解，評核的標準在一定程度上「規定了學習的問題解決模式，亦禁錮了學生的數學理解」，當然“對列式的需要”對數學學習和思維發展，也不完全是負面，Cai (1998) 對中美數學教學比較也說明瞭這一點。

通過以上我們看到“評核的標準通過規定了學習的解題模式禁錮學生的數學理解，數學思考，恰恰違背了數學最重要、最根本的思想”。千百年來，作為人類精神的產物——數學，因去掉減法、除法、開方的限制，引進了負數、分數、無理數，

使各運算無限制的進行，思考的絕對自由建立了數系。其最重要最根本的思想是“數學在於思考的充分自由”（米山國藏，1986），

綜上所述：由以上我們發現了數學學習研究中最平凡、最微弱、最普通、但同時也是最有代表性的聲音，看到外部評核對數學理解，數學學習的負面影響，找到“鮮活的”外部評核制約數學理解的特質：評核的標準間接規定了學生的問題解決模式，被評核的指標體系影響了學習的發生方式，而且也看到評核的標準加劇僵化數學觀的塑造，和先前研究結果相一致（黃和孫 2002；黃毅英，2002；Wong, Marton, Lam, & Wong，2002）。

評核的指標，「列式」間接規定學生的問題解決模式，規定了數學成功的內涵、學習數學成功的方式、已經慢慢形成一種“型化”、“僵化”的數學觀念，而這種數學觀念，束縛了學生對數學理解的建構。正如 Stenmark（1992）所指出「我們所測試的，就是我們所得到的」（頁 175）——因為，學生依據你的評核標準去努力，設置方向和計畫，調節和執行學習。學生迫于「迎合」這樣的評核方式，去調控自己的內在學習「機制」，評核一定程度上成了教育體系一隻隱形的「手」，以其潛在的力量牽動、調節學生整個學習過程。

誠然，外部評核的列表徵是數學的基本表徵之一，基本要求之一，我們的教材、課程內容要求學生更多以嚴謹、演繹的數學邏輯體系的表徵要求，但是兒童的數學理解更可能有“距離”，但我們的數學教學，如何兼顧外部評核與數學理解，兩者的平衡，一方面，評核應該允許兒童的有自己的語言解題，表達解題方法，評核應該允許不用列式的解題模式，另一方面，習題設計方面，也應該包含不靠列式的數學理解題目，或許幫助形成正確的數學觀念，是未來教學與評核可能的發展方向。

參考文獻

- 米山國藏著，毛正中、吳素華譯（1986）。《數學的精神思想和方法》。四川：四川教育出版社。
- 黃毅英（2002）。數學觀研究綜述。《數學教育學報》11卷1期，1-8。
- 鄭毓信（1993）。《問題解決與數學教育》。南京：江蘇教育出版社。
- 鄭毓信（2001）。開放題與開放式教學。《中學數學教學參考》3期，1-3。
- 黃毅英和孫旭花（2002）。學生數學觀的個案刻畫。《基礎教育學報》2期，頁15-34。
- Cai, J. (1998). An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 10(1), 37-50.
- Mathematics Sciences Education Board. (1989). *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Mathematical Sciences Education Board. (1991). *For Good Measure: Principles and Goals for Mathematics Assessment, Report of the National Summit on Mathematics Assessment*. Washington, DC: National Research Council.
- Mathematical Sciences Education Board. (1993). *Measuring What Counts*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Commission on Testing and Public Policy. (1990). *From Gatekeeper to Gateway: Transforming Testing in America*. Chestnut Hill, MA: Boston College Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematics beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics education*, 20(4), 338-355.
- Stenmark, J. K. (1992). *Mathematics Assessment Myths, Model, Good questions, and Practical Suggestions*. Reston, VA: Author.
- Webb, N.L. (1993). *Assessment in the Mathematics Classroom* (1993 Yearbook). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wong, N. Y., Marton, F., Wong, K. M., & Lam, C. C. (2002). The lived space of mathematics learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 25-47.

國小學童的空間能力之相關研究

曹雅玲¹、陳穎瑤²、曾怡嘉²

美國明尼蘇達州立大學數學暨統計系助理教授¹

台北市立教育大學數學資訊教育研究所研究生²

摘要

空間能力是學習歷程中不可或缺的能力，在國民小學課程中，各國紛紛重視數學課程中的空間能力部分。本研究旨在了解國小學童幾何部分中空間概念能力之表現，希望研究結果能為幾何教學中的空間能力，以及數學相關能力提供適當的參考資料。在研究者設計的問卷當中，將空間概念能力分兩大因素；比較不同年級、性別之國小學童在空間概念能力測驗上表現之差異性，以及兩大因素間的關聯性。依照不同年級學生來看，越高年級對於空間能力的表現上越好；在不同性別上，不論是整體或是依不同年級來看，男生與女生在空間能力測驗成績上，皆沒有顯著差異；兩大因素中的空間因素與視覺化因素，兩者間具有高度相關，以空間因素部分的試題表現較好，視覺化因素表現較差，若能在空間能力的教材當中，適度增加視覺化部分，相信一定能提升學童的學習能力。

關鍵字：空間概念能力、空間因素、視覺化因素

壹、緒論

一、研究動機

在數學的學習上，老師在教學時會運用到不同的教具來輔助教學，而在使用教具時，從最先開始的具體物操作、半具體物操作，再到符號操作的使用順序來進行教學，在這學習過程中，學生經常需要在腦海中建構及操作相關的心像，而這種心智活動的能力會影響學生數學的學習（Bishop, 1989; Lean & Clements, 1981）。梁勇能（2000）描述這種建構和操作心像的能力，可視為一種空間能力（spatial ability）。在數學學習上，常常會提到計算能力、估算能力、解題能力，但是往往忽略了空間能力也是一個學習數學不可或缺的能力（詹勳國、李震甌、

莊蕙元、鄭政吉、侯美玲，2000/2004) 提到，如果孩子在求學初期沒有將空間技能和概念學好的話，他在這方面所發生的問題將一直延續到往後的學習生涯。而數學學習上除了小學階段外，國、高中甚至大學，這種心像的操作和轉換的空間能力，都是我們在學習數學上不可或缺的能力，因此本研究以立體方塊針對國小二、三、四年級學童，依不同特質（年級、性別），探討分析小學學童的空間概念能力，了解學童在空間概念能力測驗中的表現差異，進一步對幾何教學，以及數學相關的能力，提供適當的參考資料。

二、 研究問題

- (一) 了解國小學童在空間概念能力測驗之整體表現為何？
- (二) 了解國小二、三、四年級學童在空間概念能力測驗中有何差異？
- (三) 了解空間概念能力測驗中，國小學童在空間因素與視覺化因素的表現有何關連？
- (四) 探究國小學童男生、女生和空間能力測驗表現有何差異？

貳、 理論背景

Linn and Petersen (1985) 認為空間能力是一種關於空間的知覺、概念、表徵及推理的能力，它包含了空間視覺化、空間定位、心理旋轉及空間知覺等能力。至於國內學者部分認為空間能力是一種「轉換」的能力，也就是將二度空間中的平面圖形或者是三度空間中的立體圖像，經由感官、記憶、和邏輯思考等方式，在腦海中做想像性地旋轉、移動及改變方向和位置或實際組合拆解，並能以另一新的心像來呈現的能力（蔣家唐，1995；李琛玫，1996；林明錚，1999；簡慶郎，2001；陳鎮濤，2003；林佳蓉，2004；吳明郁，2004）。

Lohman(1984)則認為空間能力是具有上下架構關係之不同能力所組成，強調空間能力架構可歸納為移動及組合轉換，並指出個人視覺暫存器處理心像時重製(regeneration)與轉換(transformation)過程的差異，即會導致空間能力有所差異。

Bishop 在 1980 年提出兩種在數學學習中特別適合的空間能力：解讀圖像資訊的能力 (interpreting figural information, IFI)：『這個能力牽涉到視覺化和轉換抽象關係及非圖像的資訊成視覺的項目(terms)。它也包含操作和轉換視覺的表徵和視覺的心像。這是一種處理的能力且和刺激物呈現的形式沒有關連。』視覺處

理的能力(visual processing, VP)。『這個能力牽涉到瞭解視覺的表徵和被使用在幾何作業,各種的圖形、圖表中的空間字彙。數學中大量存在著這類的資訊,而IFI 關係到此類資訊的閱讀、瞭解和解讀。它是種內容(content)的能力,脈絡(context)的能力,而且特別關係到刺激物質的形式』(Bishop,1983;p.184)

Liben(1981)認為空間表徵可以有三種型態:

1. 空間成品(spatial product):只將內在空間意像表達出來的外在成品。
2. 空間思考(spatial thought):指學習者在使用空間關係解決空間問題時,所反應操縱的能力。
3. 空間儲存(spatial storage):將存於腦中空間訊息以某種方式呈現。

由梁勇能(2000)翻譯,R.Guttman, Epstein ,Amir 和 L. Guttman(1990)在探討空間能力的結構理論時,針對以往空間能力的因素分析,作了一番的整理。如下表 1:

空間能力的因素分析研究 (譯自 Guttman et al.,1990, p.218-219)

表 1 空間能力的因素分析表

研究者	空間因素名稱	定義
Kelly(1928)	子因素(sub-factor)1	對幾何形式的認知與記憶。
	子因素(Sub-factor)2	在心理操作形狀的才能。
El-Khoussy(1935)	K因素	獲得和流暢地使用空間圖像的能力。
Guilford & Lacey (1947)	空間關係 (Spatial relation)	將不同的空間安置之刺激物與反應關聯起來。
	視覺化(Visualization)	想像物體的旋轉,平面模型的摺合或展開,及物體在空間中或機器運轉時,相對位置的改變的能力。
Thurstone(1950)	S1	能夠辨識一個物體從不同角度觀察的相同性和想像一個固定形狀移到不同位置的能力。
	S2	能夠想像一個形狀的成份有移動或是被取代。
	S3	

		能夠想到觀察者的身體方位也是問題的一個要素。
French(1951)	空間 (Space) 空間方位 (Spatial orientation) V1	能夠正確地察覺空間的模型(patterns)並彼此互相比較的能力。 對於一個空間模型被改變方位之後,依然可以保持不被混淆的能力。 能夠理解三度空間中的心像移動或是在想像中操作物件的能力。
Zimmerman(1954)	在複雜連續(continuum 上的知覺速度, 空間關係, 視覺化和推理的因素	
Michael et al.(1957)	空間關係及定位 (SR-O) 視覺化(Visualization) 動覺的心像(Kinesthetic imagery)	以受試者本身為參考軸,來瞭解視覺刺激物內部元素安排的本質。 心理操作一個高度複雜的刺激模型。 能有同感地(vicariously)將整個圖形轉向或是向左(右)扭轉的一個移動。
French et al.(1963)	空間方位 (SO) 視覺化(visualization)	察覺空間中物體的位置和形狀(以觀察者當作是參考點)。 操作刺激物和改變其心像的能力。
Smith(1964)	SR-O Vz	操作相同圖形的能力。 察覺, 保留和確認整個圖形的能力(ie,在形狀間作區分)。
McGee(1979) (Visualization)	空間因素 (S) 視覺化因素	對視覺刺激形式內部安排的理解,即不受方位改變的混淆能力。 能在心理操作、旋轉或扭轉以視覺呈現的刺激物的能力。
Ekstrom et	圖形的流利度	牽涉到理解一個視覺刺激模型內部成分

al.(1979)	(Figural Fluency) 視覺記憶(Visual Memory) 完成的速度 (Speed of Closure)	的排列,以及改變方位之後仍不會混淆的才能。 辨認先前看到的非規則形狀的能力。 結合一個表面看來不同的知覺畫面(field)成一個單一完形(gestalt)
-----------	---	---

國內學者林麗娟(1994)、廖焜熙(1999)、左益台和梁勇能(2001)指出,空間能力是學習各種知識必備的基本能力。戴文雄(1992)和吳煥昌(2001)認為空間能力高的人在學習能力、科學推理能力及創造上均表現的較為傑出,在學習行為的態度上也比較積極、主動且自我挑戰性高。

由此可知,若能在空間能力教學上,更深入的研究,應該能提昇學習能力,在近幾年來各國的數學教材也紛紛重視空間能力,下列引自莊月嬌(2005)九年一貫課程小學幾何教材內容與份量之分析而來,整理成表格後呈現:

表 2 各國數學幾何教材分析

美國	NCTM (2000) 的數學課程中,將幾何區分成四大項目: (一) 分析二維、三維幾何形體的特徵與性質及發展有關幾何關係的數學論證。 (二) 使用坐標幾何及其他表徵系統來確定位置與描述空間的關係。 (三) 應用變換以及使用對稱性來分析數學情境。 (四) 使用視覺化、空間推理以及幾何模式化來解題。
荷蘭	教育部提出的小學數學「關鍵目標 (Key Goals)」(Van den Heuvel-Panhuizen, 2000),在幾何學方面為: (一) 學生能利用幾何方法組織和描述空間的基本概念。 (二) 學生能利用建築物、平面圖、地圖、圖畫以及有關位置、方向、距離和刻度進行幾何推理。 (三) 學生能說明影子的像,能合成形體,也能設計和辨識規則物件的網路。
英國	數學課程標準中的「形體、空間與測量」範疇 (Department for education, 1995) 之內容目標為: 1.理解並使用圖形的樣式與性質。2.理解並使用方位。
我國	八十二年國民小學課程標準中列有「圖形與空間」之項目 (課程標準, 1993)。九年一貫課程綱要數學學習領域中「幾何」為五大主題之一 (教育

部, 2003) 並且認為圖形與空間的了解可分為知覺性的了解、操弄性的了解、構圖性的了解、論述性的了解。
--

各個國家近幾年紛紛將空間能力教材納入數學教材中, 就美國對「幾何」的課程成理念來說, 美國 NCTM2000 提到, 幾何的模式化與空間推理提供了詮釋與描述自然環境的方法, 而且在問題解決上會是重要的工具, 這說明空間能力是一種不可或缺的能力。

探討國內各版本和空間能力有關單元教學重點, 宋嘉恩 (2007) 將各版本和空間能力有關單元的教學重點整理成表格, 研究者擷取二年級至四年級和立體方塊相關部分呈現如下:

二年級:

學到和立體方塊相關的部分是: 1. 透過積木的分類認識「長方體和正方體」; 2. 能分辨與說出長方體和正方體的相同與相異的地方; 3. 使用標準名稱描述立體形體 (長方體、正方體、圓柱體)。

三年級:

學到和立體方塊相關的部分是: 1. 比較兩物體體積大小; 2. 經驗體積保留概念; 3. 簡單形體進行無空隙的立體堆疊, 並數出數量。

四年級:

學到和立體方塊相關的部分是: 1. 透過實體, 了解長方體、正方體的組成要素、要素間的關係、性質、異同; 2. 長方體、正方體的展開圖和透視圖; 3. 堆疊積木進行體積的間接比較。

研究者為了更進一步了解國小學童的空間能力, 在閱讀上述相關文獻後, 根據上述學者對於空間能力的定義, 以立體方塊來說, 將之分為空間因素與視覺化因素; 空間因素又分為空間關係與空間操作; 使用上述分類筆者設計出適合國小二、三、四年級學生的空間能力測驗, 來了解國小二、三、四年級學生的空間能力。

參、 研究方法

一、 研究流程

首先蒐集相關文獻, 確定初步研究方向, 進行相關文獻、資料的整理, 主要

針對台北縣市國小二、三、四年級學生，各挑選三個班，共挑選九個班進行「空間概念能力測驗」，然後依照不同特質學生答題成就來探討與空間概念能力測驗的關係。接著將學生所測驗之「空間概念能力測驗」表現結果統計分析，看學生在空間因素與視覺化因素表現的如何，是否哪一個因素對他們而言比較困難。藉著了解空間因素與視覺化因素答題的表現探討兩個因素間的關連性。最後藉由不同特質學生成績表現來探討與「空間概念能力測驗」表現上是否有相關連。

二、 研究對象

本研究採先前預試及正式施測方式進行。取樣的方式是以就近可取得的來源，選取學校班級作為受試樣本。共取得在台北縣市 3 所學校 9 個班級，扣除資料不全或是未完成全部測驗者，共 83 位國小二年級學生、91 位國小三年級學生、84 位國小四年級學生，其中男生 138 位，女生 120 位，共 258 位學生，皆來自常態的班級。

三、 研究工具

了解學生在空間能力上中的空間關係、方位移動、排列轉換、旋轉等能力。參考國內外文獻後，國外文獻使用空間能力測驗取得不易，再加上國內文獻中大多是屬於較高年級使用之性向測驗，因此研究者以立方體來自編測驗作為本研究中評量空間能力的工具，再請師院教授及國小教師修改試題內容。為考驗其信度，乃採 Cronbachn 所發展的 α 係數，估量其內部一致性，總量表所獲得的 α 值為 .9044，因此研究工具具有不錯的信度與效度。

研究者將空間能力分為空間因素和視覺化因素，題目編制之空間概念能力細目表參考前述之參考文獻，測驗初稿完成後，請多位資深教授、教師審查修訂，刪除不適當題目後，經過兩次預試後，形成正式施測的題目，題目編制之空間概念能力細目表如下表 3：

表 3 空間概念能力細目表

概念項目	概念內容		題目類型			題號	題數	
一、 空間因素	(一) 空間關係	能夠正確地察覺空間的模型，並了解空間模型內部元素安排的本質。	無隱藏			- (一) 1	1	
			有隱藏	看的出來	2 層以上	- (一) 2	1	
				看不出來	2 層	- (一) 3	1	
					2 層以上	- (一) 4	1	
	(二) 空間操作	對於空間模型方位的移動，以及排列模式轉換能清楚的掌握和比較的能力。	(1) 排列模式轉換	相同基底模型	無隱藏	無堆疊	- (二)(1)1	1
					有堆疊	- (二)(1)2	1	
				有隱藏	看的出來	- (二)(1)3	1	
					看不出來	- (二)(1)4	1	
			不相同基底模型	無隱藏	無堆疊	- (二)(1)5	1	
				有堆疊	- (二)(1)6	1		
				有隱藏	看的出來	- (二)(1)7	1	

					藏	看不出來	- (二)(1)8	1
			(2) 方位 移動	無隱藏	無堆疊		- (二)(2)1	1
					有堆疊		- (二)(2)2	1
				有隱藏	看的出來		- (二)(2)3	1
					看不出來		- (二)(2)4	1
二、 視覺化 因素	能在心理操作、旋轉或扭轉空間模型，具備改變其心像的能力。	旋轉	無隱藏	無堆疊	規則		二 1	1
					不規則		二 2	1
				有堆疊	2 層		二 3	1
					2 層以上		二 4	1
			有隱藏	部分隱藏	2 層		二 5	1
					2 層以上		二 6	1
				完全隱藏	2 層		二 7	1
					2 層以上		二 8	1

第二次預試之難易度與鑑別度如下表，表 4：

表 4 難易度和鑑別度分析表

	高分組答對率	低分組答對率	鑑別度	難度
1(-)1	1.00	0.96	0.04	0.98
1(-)2	1.00	0.80	0.20	0.90
1(-)3	0.98	0.85	0.13	0.92
1(-)4	0.96	0.53	0.43	0.74
1(-)5	0.92	0.29	0.63	0.61
1(二)(1)1	1.00	0.56	0.44	0.78
1(二)(1)2	1.00	0.49	0.51	0.75
1(二)(1)3	1.00	0.44	0.56	0.72

1(二) (1) 4	1.00	0.38	0.62	0.69
1(二) (1) 5	1.00	0.55	0.46	0.77
1(二) (1) 6	1.00	0.64	0.36	0.82
1(二) (1) 7	0.98	0.42	0.56	0.70
1(二) (1) 8	0.98	0.27	0.71	0.63
1(二) (2) 1	1.00	0.64	0.36	0.82
1(二) (2) 2	1.00	0.66	0.35	0.83
1(二) (2) 3	0.65	0.20	0.45	0.42
1(二) (2) 4	0.75	0.26	0.49	0.50
二 1	1.00	0.60	0.40	0.80
二 2	1.00	0.71	0.29	0.85
二 3	1.00	0.64	0.36	0.82
二 4	0.96	0.58	0.38	0.77
二 5	0.90	0.31	0.59	0.60
二 6	0.98	0.47	0.51	0.73
二 7	0.96	0.49	0.47	0.73
二 8	0.58	0.15	0.44	0.36

四、 資料蒐集與分析

試題回收後，進行試卷的批改，答對給1分，答錯給0分，總分24分，批改完後進行資料的統整，將學生答題表現輸入電腦，利用統計軟體SPSS11.5進行分析，以了解國小二、三、四年級學童空間概念能力之現況。

(1) 針對研究問題二、了解國小二、三、四年級學童在空間概念能力測驗

中有何差異？比較三個不同年級的學生在「空間概念能力測驗」上是否會因為年級不同，而有顯著差異。研究者採用獨立樣本之單因子變異數分析進行考驗分析，二、三、四年級學童人數差異不大，又由於是非成對的比較，所以使用Scheffe法的事後比較，進一步檢視其相互之間的關係。

(2) 針對研究問題三、了解空間概念能力測驗中，國小學童在空間因素與

視覺化因素的表現有何關聯？透過「空間概念能力測驗」中，學生在空間因素與視覺化因素兩個因素的表現得分是否有關聯。研究者採用積差相關探討在空間因素與視覺化因素部分學生答題的關聯性。

- (3) 針對研究問題四、探究國小學童男生、女生和空間能力測驗表現有何差異？透過「空間概念能力測驗」中，探討國小學童男生、女生和空間能力是否有顯著差異。研究者採用獨立樣本的t檢定進行考驗。

肆、 研究結果與討論

一、 二至四年級學童在空間概念能力測驗的整體表現

本研究回收的有效問卷為 258 份，問卷滿分為 24 分，學童得分如下：最高分 24 分，最低分 3 分，平均分數為 17.8 分，標準差為 5.25；其中人數分佈最多的是分數 18.75 至 21.25 之間的人，有 97 人；次多的是分數 21.25 至 23.75，有 50 人；大部分的學生分數都在平均分數 17.8 之上，只有少部分學生分佈在兩極端，人數分配圖如圖 1 所示：

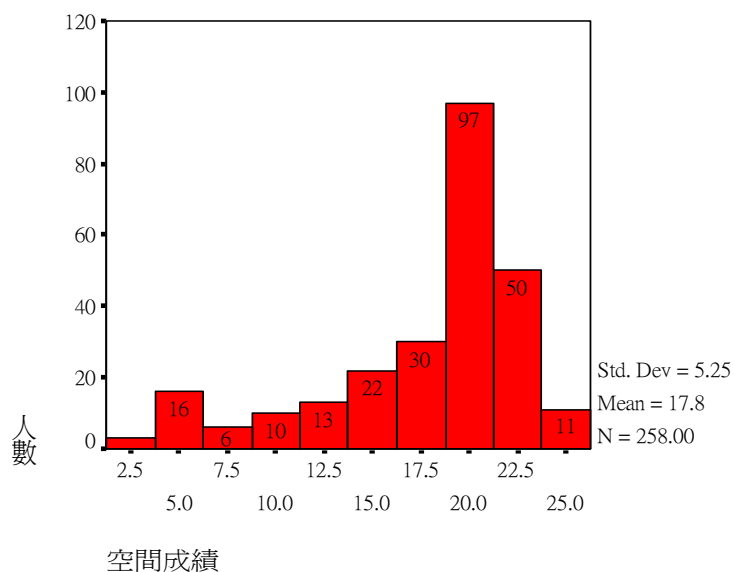


圖 1 國小二年級至四年級學童在空間能力測驗得分次數分配圖

問卷當中研究者將空間能力分為空間因素與視覺化因素，一共 24 題，其中空間因素又細分為空間關係與空間操作，空間因素中的空間操作答對率是最高的，為 84.3%；而視覺化因素答對率卻是最底的，為 70.0%；如表 5 所示。

表 5 空間能力測驗整體答對率

概念項目	概念內容	題量	平均數	答對率
空間因素	空間關係	4	3.37	84.3%
	空間操作	12	8.81	73.0%
視覺化因素		8	5.60	70.0%

綜合前述，在這份空間能力測驗當中，以空間因素和視覺化因素來說，不論是二年級或三、四年級，還是女生和男生，空間化因素的部分是比較容易去掌握的，而視覺化因素則是需要再多加強的部分。視覺化是種能心理操作、旋轉或扭轉空間模型，具備改變其心像的能力，Presmeg(1985)發現心像的使用在數學推理中極具普遍性，之後 Brown 與 Presmeg(1993)更進一步發現，對數學有較佳的关系理解者 (relational understanding) 者，較常且較多地使用動態且抽象的心像，並且其方法較具效率；反之關係理解力較弱者，傾向使用具體且靜態的心像，然而並非認為具體、靜態的心像對數學的關係性理解沒有貢獻，抽象、動態的心像需經由具體、靜態的心像而來，所以不論是屬於靜態心像的空間關係還是屬於動態心像視覺化因素都很重要。二年級和三、四年級在答對率上則是有一段差距，明顯看出不論是空間因素、視覺化因素，甚至整體的答對率來說，三年級高出二年級 16%，四年級高出二年級 22%，我們由接下來的第二節來探討不同年級在空間能力測驗有差異的原因。

二、不同年級的學童在空間概念能力中表現的差異

二年級平均得分為 14.64；三年級平均得分為 18.62；四年級平均得分為 19.98；平均得分最高的是四年級，最低的為二年級，由下圖，圖 2 可以看出二年級的平均得分相較於三四年級低。

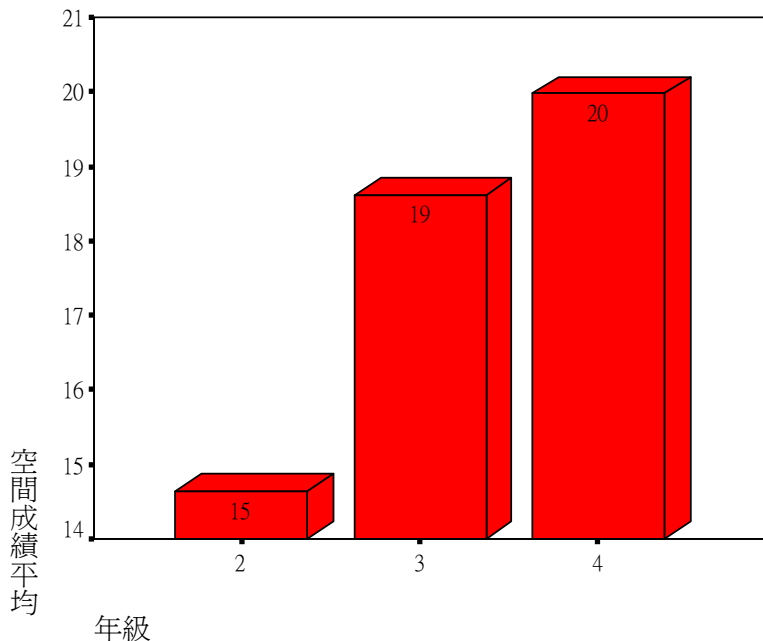


圖 2 國小二年級至四年級學童在空間能力測驗平均得分長條圖

二年級最低分為 3 分最高分為 23 分；三年級最低分為 4 分最高分為 24 分；四年級最低分為 3 分最高分為 24 分；如表 6 所示。

表 6 空間能力測驗不同年級成績

年級	人數	平均得分	標準差	最小值	最大值
二年級	83	14.64	6.104	3	23
三年級	91	18.62	3.768	4	24
四年級	84	19.98	4.183	3	24
Total	258	17.78	5.246	3	24

為更進一步了解二至四年級在空間能力測驗上表現的差異，因此進行單因子變異數分析，由單因子變異數分析得知， $P < .05$ ，因而拒絕虛無假設，即拒絕 H_0 ：國小二、三、四年級學童在空間概念能力測驗中無顯著差異，由下表，表 7 可知，國小二、三、四年級學童在空間概念能力測驗中是有差異的。

表 7 二至四年級學童空間能力測驗得分單因子變異數分析表

	平方和	自由度	平均平方和	F 檢定	顯著性
組間	1287.76	2	643.88	28.384	.000*

空間成績	組內	5784.647	255	22.685
	總和	7072.407	257	

由表 8 事後比較考驗顯示：在空間能力測驗中，三、四年級學童的得分高於二年級學童，且具有顯著性的差異；但是三、四年級學童的得分卻沒有顯著性差異。

表 8 二至四年級學童空間能力測驗 Scheffe 事後比較考驗法

(I) 年級	(J) 年級	平均差異 (I-J)	標準誤	顯著性	95% 信賴區間	
					下界	上界
2	3	-3.98(*)	.723	.000	-5.76	-2.20
	4	-5.34(*)	.737	.000	-7.15	-3.52
3	2	3.98(*)	.723	.000	2.2	5.76
	4	-1.36	.721	.170	-3.14	.41
4	2	5.34(*)	.737	.000	3.52	7.15
	3	1.36	.721	.170	-.41	3.14

* 在.05的水準上的平均差異顯著

綜合前述，二年級在空間能力測驗的表現差異性較大，可能因為落差較大的關係，所以平均分數會比三、四年級差較多；就各年級教科書和空間能力有關單元來看，二年級學到和立體方塊的部分在於認識和分辨立體形體；三年級則是在於操作立體形體；四年級除了操作立體形體外，還增加了展開和透視；所以就不同年級的課程來看，二年級學童學到的空間能力僅止於立體形體的認識及分辨，三年級學童雖然有操作部分，但是只有靜態心像部分，四年級學童學到的空間能力部分已經由靜態的心像到動態的心像，所以在研究者設計的這份問卷中，四年級的得分會較高。

三、空間能力測驗空間因素與視覺化因素表現的關聯性

欲了解國小學童對空間能力測驗問卷各因素之相關情形，本研究採 Pearson 積差相關係數（雙尾檢定）加以分析，以檢驗相關性是否達顯著水準。

如表 9 所示，國小學童對空間能力測驗各因素之 Pearson 積差相關係數 r 值

如下：在「空間因素」方面，與「視覺化因素」間的相關值 $r=.651^{**}$ ($p<.01$)；空間能力測驗成績與「空間因素」間的相關值 $r=.942^{**}$ ($p<.01$)；空間能力測驗成績與「視覺化因素」間的相關值 $r=.868^{**}$ ($p<.01$)；此研究結果顯示，國小二至四年級學童空間能力測驗中，「空間因素」與「視覺化因素」，以及空間能力測驗成績與「空間因素」和「視覺化因素」之間皆呈現正相關，且達顯著水準，亦即個別因素的得分越高時，其它因素的得分也越高。

表 9 空間能力測驗各因素得分之 Pearson 積差相關考驗摘要表

		空間成績	空間因素	視覺化因素
空間成績	Pearson 相關	1	.942 **	.868 **
	顯著性 (雙尾)	.	.000	.000
	個數	258	258	258
空間因素	Pearson 相關	.942**	1	.651 **
	顯著性 (雙尾)	.000	.	.000
	個數	258	258	258
視覺化因素	Pearson 相關	.868 **	.651 **	1
	顯著性 (雙尾)	.000	.000	.
	個數	258	258	258

**在顯著水準為.01時 (雙尾)，相關顯著。

綜合前述，在這份空間能力測驗中，學童在空間因素與視覺化因素的題型中，皆是比較能夠掌握無隱藏的題型；而根據根據 Pearson 積差相關考驗，我們也可以很清楚知道，空間能力測驗的成績和空間因素、視覺化因素皆是呈現高正相關。空間因素在心像中是屬於具體且靜態的心像，視覺化因素在心像中則是屬於抽象且動態的心像，我們在第一節裡也有談到抽象、動態的心像需經由具體、靜態的心像而來，所以當一個學童在空間因素這部分表現不好時，他在視覺化因素部分的表現也是相同的，由此可知在空間能力中，空間因素和視覺化因素有著密不可分的關係。

四、不同性別的國小學童空間能力測驗表現差異情形

以不同性別空間能力測驗平均得分來看，女生的平均分數 17.8，男生的平均

分數 17.7，女生的分數略高於男生的平均分數。

男女生空間能力測驗得分的情形如表 10 所示。男生測驗總分平均數為 17.746，女生測驗總分平均數為 17.817。女生的平均分數高於男生的平均分數。

表 10 不同性別學童測驗得分表

	平均數	人數	標準差
女生	17.817	120	4.75
男生	17.746	138	5.66
Total	17.779	258	5.25

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F 值考驗結果，F 值等於 2.011， $p=.157>.05$ ，未達.05 的顯著水準，應接受虛無假設，所以看「假設變異數相等」這一行，第一列之 t 值等於-.107、自由度為 256、 $p=.915>.05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的空間能力成績沒有顯著性差異存在，如表 11 所示。

表 11 不同性別學童測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	2.011	.157	-.107	256	.915
不假設變異數相等			-.108	255.710	.914

但是以不同年級不同性別空間能力測驗平均得分來看，二年級女生平均分數高於男生；三年級女生平均分數低於男生；四年級女生平均分數低於男生，如圖 3 所示。

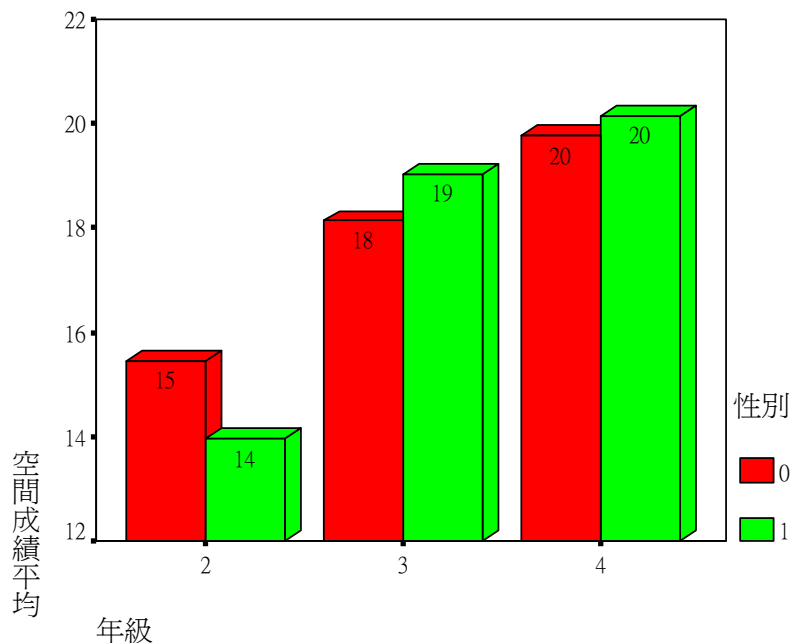


圖 3 不同年級不同性別的學童在空間能力測驗平均得分長條圖

以下分別針對各年級來看男生跟女生之間是否有差異：

1. 二年級

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F 值考驗結果，F 值等於 10.94， $p = .001 < .05$ ，達 .05 的顯著水準，應拒絕虛無假設，所以看「不假設變異數相等」這一行，第二列之 t 值等於 -1.145、自由度為 78.608、 $p = .256 > .05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的空間能力成績沒有顯著性差異存在，如表 12 所示。

表 12 二年級不同性別學童測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	10.94	.001	-1.111	81	.270
不假設變異數相等			-1.145	78.608	.256

2. 三年級

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F

值考驗結果，F 值等於 3.619， $p=.060>.05$ ，未達.05 的顯著水準，應接受虛無假設，所以看「假設變異數相等」這一行，第一列之 t 值等於 1.142、自由度為 89、 $p=.790>.05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的空間能力成績沒有顯著性差異存在，如表 13 所示。

表 13 三年級不同性別學童測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	3.619	.060	1.142	89	.790
不假設變異數相等			1.125	77.388	.802

3. 四年級

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F 值考驗結果，F 值等於.003， $p=.960>.05$ ，未達.05 的顯著水準，應接受虛無假設，所以看「假設變異數相等」這一行，第一列之 t 值等於.420、自由度為 82、 $p=.676 >.05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的空間能力成績沒有顯著性差異存在，如表 14 所示。

表 14 四年級不同性別學童測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	.003	.960	.420	82	.676
不假設變異數相等			.420	80.570	.675

4. 空間因素

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F 值考驗結果，F 值等於.722， $p=.396>.05$ ，未達.05 的顯著水準，應接受虛無假設，所以看「假設變異數相等」這一行，第一列之 t 值等於-.422、自由度為 256、 $p=.673 >.05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的空間因素成績沒有顯著性差異存在，如表 15 所示。

表 15 不同性別學童空間因素測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	.722	.396	-.422	256	.673
不假設變異數相等			-.425	255.856	.671

5. 視覺化因素

以「變異數相等的 Levene 檢定」來考驗變異數是否相等，經 Levene 法的 F 值考驗結果，F 值等於 1.339， $p = .248 > .05$ ，未達 .05 的顯著水準，應接受虛無假設，所以看「假設變異數相等」這一行，第一列之 t 值等於 .380、自由度為 256、 $p = .704 > .05$ ，未達顯著水準，表示男生女生的視覺化因素成績沒有顯著性差異存在，如表 16 所示。

表 16 不同性別學童視覺化因素測驗得分的 T 檢定摘要表

	變異數相等的 Levene 檢定		平均數相等的 T 檢定		
	F 檢定	顯著性	T 值	自由度	顯著性 (雙尾)
假設變異數相等	1.339	.248	.380	256	.704
不假設變異數相等			.383	255.407	.702

綜合前述，以這份空間能力測驗整體的男生、女生來看，他們的分數是沒有顯著差異性的，若以不同年級的男生、女生來看：二年級、三年級、四年級，皆是沒有顯著差異。

若針對不同因素來看，曾有學者對於不同性別在空間能力上的表現提出看法，Linn 和 Petersen(1985)利用後設分析的方法去探討在空間能力的性別差異問題，發現在某些測驗上有性別差異，某些則沒有，較大的性別差異是在測量心理旋轉上，在空間知覺的測驗上，則是有較小的性別差異。而在本研究中，從 Linn 和 Petersen 的看法來看空間因素和視覺化因素，不同性別在視覺化因素的表現應該會有所差異，但是從本研究的結果得知不同性別在空間因素以及視覺化因素的得分表現來看是沒有顯著性的差異的。

伍、 結論與建議

一、 結論

1. 二至四年級學童在空間概念能力測驗的整體表現

根據本研究結果發現，一半以上的學生分數是介在 18.75 與 21.25 以上，所以就這份空間能力測驗來說，表示大部分學生的空間能力皆有一定的標準。以空間因素與視覺化因素來看，空間因素中的空間關係答對率最高，代表學童能夠正確的察覺空間的模型，並了解空間模型內部元素安排的本質；視覺化因素的答對率最低，代表學童對於心理操作、旋轉或扭轉空間模型，具備改變其心像的能力比較差。

2. 不同年級的學童在空間概念能力中表現的差異

根據本研究結果發現，年級越高的國小學童在空間能力測驗上的表現越好，依得分高低，排序為：四年級>三年級>二年級。不同年級的國小學童在空間能力測驗的表現上，會因年級的不同而有顯著差異：

(1) 四年級在空間能力測驗的表現上，顯著高於二年級。

(2) 三年級在空間能力測驗的表現上，顯著高於二年級。

3. 空間能力測驗空間因素與視覺化因素表現的關聯性

學童在空間能力測驗中的空間因素與視覺化因素得分有顯著的正相關，當空間因素得分越高時，視覺化因素的得分也會越高；反之當視覺化因素得分越高時，空間因素的得分也會越高；所以若一個學生當他在空間因素沒有辦法勝任時，他的視覺化因素得分可能也不高。

4. 不同性別的國小學童空間能力測驗表現差異情形

根據本研究結果發現，國小學童在空間能力測驗表現上，雖然整體來說女生成績略高於男生，將不同性別空間能力測驗的分數做獨立樣本 T 考驗，其結果不會因為不同性別而有顯著差異；但是依不同年級來看，二年級女生成績高於二年級男生、三年級女生成績低於三年級男生、四年級女生成績低於四年級男生，若將不同年齡不同性別空間能力測驗的分數做獨立樣本 T 考驗，其結果也不會因為不同性別而有顯著差異。

在本研究中發現，國小學童在視覺化因素這部分的能力表現較弱，比較沒有辦法掌握沒辦法實際操作的物體，所以研究者認為可以將資訊融入課程當中，將

空間中圖形藉由資訊軟體的呈現、操作，配合課程讓學生有更具體的概念了解空間關係、空間操作與旋轉，讓學生可以由此實際體驗空間概念，慢慢建立屬於自己的心像，進而培養空間能力。

二、 建議

從許多文獻以及本研究當中可以清楚的知道，空間能力是在學習過程當中一種不可或缺的能力，而空間能力中學童在視覺化因素表現的較差，所以研究者建議可以在數學幾何教材當中能多增加空間能力的部分，特別是視覺化因素的部分，因為教育的本質除了豐富知識之外，最重要的是能夠活用知識，而視覺化因素牽涉較多和心智思考有關的心像部分，若能提升和心智思考有關的視覺化因素部分，我想應該對學習能力的提升有較大的幫助。

陸、 參考文獻

- 左台益、梁勇能(2001)。國二學生空間能力與 Van Hiele 幾何思考層次相關性研究。師大學報:科學教育類，46 期，頁 1-19。
- 李琛玫 (1996)。資優生空間能力之相關研究。資優教育季刊，59，21-24。
- 宋嘉恩 (2007)。台北縣國小學童空間能力與推理能力相關因素研究。台北市立教育大學自然科學系研究所碩士論文。
- 林明錚 (1999)。認知型態對國小學生在資訊擷取能力、空間能力影響之探索研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 林佳蓉 (2004)。國小二年級學童空間能力學習之研究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 林麗娟(1994)：互動式教育環境與科學性知識的學習。教學科技與媒體月刊，16 期，頁 3-13。
- 吳明郁 (2004)。國小四年級學童空間能力學習的研究：以立體幾何展開圖為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 莊月嬌 (2005)。九年一貫課程小學幾何教材內容分析研究。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 陳鎮濂 (2003)。高工製圖科學生學習立體圖與提昇空間能力相關之相關研究。國立彰化師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，彰化。

- 教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 教育部 (1993)。國民中小學課程標準。台北：教育部。
- 廖焜熙(1999)。有機立體化學成就影響因素及解題模式之研究。國立臺灣師範大學科學教育研究所博碩士論文。
- 蔣家唐 (1995)。資優生視覺空間認知能力研究 (II)。台北:國科會專題研究計畫成果報告 NSC 84-2511-S-018-004。
- 簡慶郎 (2001)。學習正投影對提升高工學生空間能力之研究。國立台灣師範大學工業教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 戴文雄(1992)。高工學生認知型認態與空間觀念對機械製圖學習成效與態度之研究。高雄市:復文書局。
- 詹勳國，李震甌等 (譯)(2004)。數學的學習與教學：六歲到十八歲。(原作者：Maryilyn Nickson ,2000)。台北：心理出版社。
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education---A review. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 257-269.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(1)*,7-16.
- Brown, D. L., & Presmeg, N. C. (1993). Types of imagery used by elementary and secondary school students in mathematical reasoning. *Proceedings of the 17th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. II, pp. 137-144), Tsukuba, Japan.
- Department for Education (1995). *Mathematics in the national curriculum*. London: HMSO.
- Leam, G. A., & Clements, M. A.(1981), 'Spatial abilities, visual imagery and mathematics performance' .*Educational studies in Mathematics, 12(1)*,1-33.
- Liben,L.S. (1981). *Spatial representation and reanalysis of the correlation literature*. Stanford ,CA: Stanford university.
- Linn, M.C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex in spatial ability:A meta-analysis. *Child Development, 56*, 1479-1498.
- Lohman, D. F., & Kyllonen, P. C. (1984). *Individual differences in solution*

strategy on spatial and change. New York: McGraw Hill.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Presmeg, N. C. (1985). The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation. *Unpublished doctoral dissertation*. University of Cambridge, Cambridge, England.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.

實施探究教學對學生數學焦慮的影響

王雅玲¹、秦爾聰²

嘉義縣立竹崎高中¹

國立彰化師範大學科學教育研究所²

摘要

本研究是透過行動研究探討實施探究教學對學生數學焦慮的影響，研究者以自己任教的二個國中一年級班級作為研究對象，兩班人數分別是 32 人與 34 人。本研究採用行動研究法，透過三個階段的循環，呈現實施探究教學的歷程。蒐集資料的類型包含質性與量化資料兩種類型，質性資料以教學錄影、教學日誌來記錄教學活動的進行以及教學心得與反思，此外也收集學生的學習單與訪談資料。量化資料則以 SPSS12.0 進行「數學焦慮量表」之前、中、後測資料的重複量數分析。

研究發現與結論：(一) 探究教學能提昇學生學習數學的信心。從「數學焦慮量表」與晤談的資料可發現，多數學生在實施探究教學後，認為自己有信心學好數學。(二) 探究教學能減輕學生的數學焦慮。數學焦慮的前測資料分析顯示，學生存在中等程度的數學焦慮，但中測資料已呈現整體焦慮下降的情況。再將數學焦慮之前、中、後測資料進行重複量數分析，發現達到顯著差異，顯示探究教學確實降低了學生的數學焦慮。(三) 探究教學需要長時間的嘗試、修正與精鍊。

關鍵字：探究教學、數學焦慮

壹、研究動機

上一世紀的中、小學數學教育似乎偏重精英教育，課程設計旨在培養少數的學生使其成為科學家或專業科技人才，但隨著現代化、科技化的腳步，科學、數學在知識社會愈發重要，中、小學數學教育目標亦隨而調整（周玉秀，2006）。依據數學課程的特色，可以將國小數學課程劃分為四個階段：64年版的課程透過教具操作，強調概念抽象化的歷程；82年版的課程強調學生為本的知識建構觀；九年一貫數學學習領域暫行綱要強調數學的內外部連結以培養學生的各項能力；九年一貫數學學習領域綱要強調數學為科學工具性的特性，著重演算能力的熟練（楊美伶，2007）。然而課程的內容與教師的教學都可能讓學生產生數學焦慮，因此不同階段所強調的課程重點，亦可能對學生造成不同程度的數學焦慮。

數學焦慮一直是國內外學者關注的議題，不管經歷了多少次的教育改革，數學焦慮仍存在於不同的課程改革中。國內學者研究的對象雖然遍及國小、國中以及高中職，然而，有關探究教學對數學焦慮的影響，卻尚未有學者進行研究。本研究的研究對象經歷了暫行綱要與正式綱要兩個時期的課程，因此研究者對實施探究教學對學生數學焦慮的影響感到相當有興趣。

此外，研究者亦發現探究教學有別於其他教學，當教師進行探究為基礎的活動時，學生集中注意力在觀察並進行合作團隊的互動，教師則是在各小組之間巡視並且提供有用的協助或是提問（Baker, Lang & Lawson, 2002）。而美國的 National Research Council [NRC](1996)亦指出學生於探究教學進行中可以與同儕互相討論、辯論，也可以去測試他們的想法、去嘗試錯誤、去重新實驗以及去反思。他們還能與小組互動，並在全班的討論中分享想法，他們可以選擇和他人一起合作或獨自面對多樣的任務，包括閱讀、實驗、反思、寫作以及討論。由此可知探究教學的優點是：學生可以依自己認知的情況選擇單獨面對問題，或是與團隊合作，並從與同儕或與老師的討論中澄清觀念。

因此研究者希望改變以往的教學方式，藉由實際實施探究教學來了解其對

數學焦慮的影響。基於上述目的，本研究的待答問題為：

- 一、實施探究教學的歷程為何？
- 二、實施探究教學對學生數學焦慮的影響？

貳、文獻探討

一、探究教學

西諺有云：「告訴我然後我會忘記，做給我看我會記得，讓我參與則我會理解。(Tell me and I forget, show me and I remember, involve me and I understand.)」這正說明了探究的精神，讓學生參與自己的學習，學生才能學到解題的技巧，學到終身有用的知識。

Siegel, Borasi 和 Fonzi (1998)的假設可呈現探究架構的簡明特色：

- (一)、知識是透過探究的過程反思後建立的，而且是受模糊、不規則而且矛盾的情況刺激，並由社群來實施。
- (二)、學習是一種產生意義的過程，並且需要同時有社會互動以及個人來建構。
- (三)、教學是建立在探究的豐富環境中，並且要建立支持學習社群的情況。

此外，NRC (1989)指出探究是數學的中心；現今數學教育包含的不只是算術和演算法則，它包含了數據、測量、以及辨識型與規律的多元訓練。探究為基礎的學習，強調的是學生主動的參與學習活動，而不只是被動的接受知識而已。NRC (2000)亦說明探究是多方面的活動，包含了觀察；提問；檢查書本和其他資訊來源以了解什麼是已知的；規劃調查；根據實驗證據重新檢查已知條件；使用工具去蒐集、分析以及詮釋資料；提出解答、解釋、並且預測和溝通結果。

Bell, Smetana 和 Binns (2005)提出四個層次的探究模式(表 1)，說明探究為基礎的活動，可以由教師高度主導調整到由學生高度主導的情況，其關鍵乃在於「要給學生多少資訊？」。如果教師提供的資訊愈多，則愈偏向於教師主導的教

學，也就是探究的第一個層次，如果教師提供的資訊愈少，則愈偏向於學生主導的學習。探究的第一個層次為驗證性的探究 (Confirmation)，也就是讓學生透過活動去驗證已經知道的原理原則；第二個層次為結構性的探究 (Structured inquiry)，學生按照教師的指示進行探究；第三個層次為引導性的探究 (Guided inquiry)，學生自行設計 (或選擇) 程序去探究教師所給的問題；而第四個層次則為開放性的探究 (Opened inquiry)，學生自行設計 (或選擇) 程序去探究相關的問題。

表 1 探究的四個層次

探究的層次	是否提供問題	是否提供方法	是否提供解答
1	✓	✓	✓
2	✓	✓	
3	✓		
4			

探究為基礎的活動可以發展學生的批判性思考以及解題技巧，同時也讓學生對科學概念有寬廣的了解 (AAAS, 1990; NRC, 2000)。此外，Jarrett (1997) 認為探究教學的優點有：1. 改善學生的學習態度和學習成就。2. 促進學生的了解。3. 促進數學的發現。Flick (1995)則主張探究是一種重要的工具，教師可以用來幫助學生促進學業表現、批判思考以及問題解決能力。

有關探究的教學策略，學習環被視為是可以有效促進學生進行探究的一種教學模式 (Beisenherz & Dantonio, 1996; Jarrett, 1997)。學習環發展於 1960 年代，當時只有三階段，分別是探索(exploration)、發明(invention)和發現(discovery)，然後再演變成五個階段，分別是參與 (engagement)、探索 (exploration)、解釋 (explanation)、精緻化(elaboration)和評鑑 (evaluation)，即所謂的 5E 學習環。5E 學習環經長期發展愈趨完整，國內外亦有相當多的實徵研究證實 5E 學習環是一種有效的學習方法 (e.g. 張靜儀, 2005; 盧秀琴、黃麗燕, 2007; Wilder &

Shuttleworth, 2005), 因此本研究在設計探究教學活動時亦擬透過融入 5E 學習環的模式, 來進行數學探究教學。

二、數學焦慮

張春興(1992)指出, 焦慮乃是由緊張、不安、焦急、憂慮、擔心和恐懼等感受交織而成的複雜情緒狀態。而數學焦慮是個體對數學的一種緊張、不安的情緒狀態, 也是個體在運用數字、解決數學問題、處在數學學習與應用的情境中所產生的恐懼或無能的心理感受(魏麗敏, 1996)。數學焦慮亦指個人在處理數字、使用數學概念、學習數學或參加數學考試時所產生的不安、緊張、畏懼等焦慮狀態(吳明隆, 1996)。涂金堂(1996)則指出數學焦慮是指個人在學習或接觸數學時, 所引起關於身心兩方面, 緊張、憂慮的一種情緒狀態。

若以數學焦慮的成因來看, 數學焦慮係來自於個人對數學無能(inability)的一種反應, 學習者由於自己認為沒辦法獲得數學成功, 因此會自我貶抑、或逃避數學, 並進而對數學形成「認知干擾」(魏麗敏, 1996)。數學焦慮的產生主要基於在數學內容的數學學習過程中有挫折, 或是在學習過程無法插手, 落入旁觀者角色以致無法積極投入學習活動, 或是自己認為學習沒有價值(甯自強, 1983)。數學焦慮除了受個人因素的影響之外, 還受其他外在因素的影響, 尤其是教師在教導數學學習時, 使用「說明—練習—記憶」的教學方式, 忽略了學生的理解、推理及問題解決過程, 使學生對數學產生錯誤的概念, 或是教學時過於嚴厲, 造成學生對數學產生害怕, 形成壓力的感覺, 而影響學生對數學的態度(古明峰, 1997)。

茲舉一些數學焦慮的研究來說明台灣學生目前數學學習焦慮的情況: 盧熾玲(2006)以雲林縣某國中生為研究對象, 發現國民中學數學焦慮與學業成就呈現負相關。涂金堂(1996)亦發現數學焦慮與數學成就呈現負相關的情形。而魏麗敏的研究(1991; 1996)發現, 數學焦慮較高者其數學成就顯著低於數學焦慮較低者。

參、研究設計

一、研究對象

本研究所選定的對象是研究者任教的二個國中一年級的班級，共有 66 人，學生的年紀約為 12、13 歲。這兩班學生的學業表現大多屬於中低成就，其中又以低成就占大多數，有些學生對數學毫無興趣，基本上是排斥學習數學的。

二、研究設計與研究流程

本研究根據行動研究的模式，以規劃、行動、觀察、反省及修正的循環來進行研究，並搭配「5E 學習環」模式設計探究活動，探討探究教學對學生的數學焦慮之影響，以下分三階段敘述研究流程。

(一)、第一階段 (2006 年 9 月~2007 年 1 月)

研究者廣泛蒐集資料並閱讀相關文獻，確立研究方向，先讓國一新生習慣合作學習的模式，然後進行探究教學嘗試，並與數學教師專業成長團體的數學教師分享彼此的教學經驗，再調整自己的教案與教學方式，使其更符合探究教學模式。同時修改「數學焦慮量表」，並進行量表的預測，確定量表的信、效度。

(二)、第二階段 (2007 年 2 月~2007 年 11 月)

此階段正式實施探究教學，並展開行動研究的三個循環，分別是：摸索期、調整期以及適應期。研究者於 2007 年 2 月先進行「數學焦慮量表」的前測，並配合課程設計探究教學教案及學習單。

(三)、第三階段 (2007 年 12 月~2008 年 3 月)

第三階段則進行最後的數學焦慮後測、資料整理與分析並撰寫研究報告。研究者將數學焦慮量表的資料以及教學過程中所蒐集到的資料加以整理、轉錄，並透過研究者所參與之教師專業成長團體 (包括一位數教學者、一位博士班研究生與 15 位中學數學教師) 中的成員以及同校之三位數學教師協助比對研究者之分析結果，以減少因研究者個人因素而影響資料之解讀。

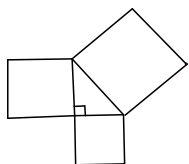
三、研究工具

本研究乃為探討實施探究教學對數學焦慮影響的行動研究，因此資料的蒐集包含量化資料與質性資料。所採用的研究工具有：學習單、教學日誌、晤談、教學錄影與數學焦慮量表。

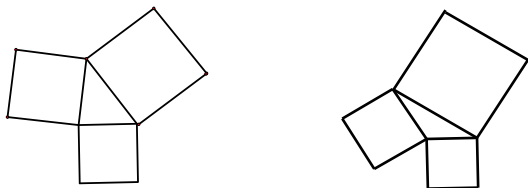
有關探究教學的內容，茲舉「畢氏定理」之部分學習單之內容（如下所示）進行說明。此單元的設計重點是讓學生有實際操作的機會，題1利用拼圖的活動讓學生透過實際動手操作去發現兩個小正方形的面積和會等於大正形的面積；題2則以計算面積的方式讓學生發現兩個小正方形的面積和不一定等於大正方形的面積；題3則是引導學生去思考不同的三角形各邊所接正方形面積的關係，最後再引入畢氏定理的問題，讓學生可以馬上把所學的新知識加以應用。

「畢氏定理」學習單之部分內容：

1. 由「活動一」拼圖的活動中，你發現了什麼？請把它寫下來。



2. 由「活動二」計算面積的活動中，你發現了什麼？請把它寫下來。



3. 比較「活動一」和「活動二」，你有什麼發現？

此外，研究者考量魏麗敏編製的數學焦慮量表較能呈現學生數學焦慮的狀況，而且用字遣詞適合國中、小學生的認知，因此在徵得魏麗敏老師的同意後，

修改其編製的數學焦慮量表來進行研究。原數學焦慮量表之內部一致性信度之 Cronbach α 係數為 0.89, 修改後的焦慮量表以本校一年級的其他各班學生共 191 人進行預試, 所得到全量表的內部一致性 Cronbach α 係數為 0.93。

研究者亦針對不同來源之資料 (學習單、教學日誌、晤談、教學錄影、數學焦慮量表) 進行交互比對、分析, 以使研究結果更客觀。

肆、研究結果

本研究主要是以行動研究的模式探討實施探究教學對學生數學焦慮的影響。以下將對應本研究之兩個待答問題, 分別針對「探究教學的歷程」和「數學焦慮的改變」進行闡述。

一、探究教學的歷程

(一)、摸索期 (2007 年 2 月至 4 月中旬)

在正式實施探究教學前, 於 2007 年 2 月先行對研究班級的 66 位學生進行「數學焦慮」之前測, 以了解未實施探究教學時, 學生的焦慮情況。並設計「代入與加減消去法」、「比與比值」之探究教學教案與學習單。

此一時期, 研究者本身經驗不足, 對探究教學的實施尚無法得心應手, 學生亦未能馬上適應不同的教學方法, 因此仍有下列困難需要克服: 1. 教學時間不足。2. 學習單的設計不夠探究。3. 探究活動太冗長, 學生無法掌握重點。4. 自由分組造成少數學生落單。

為了改善上述困難, 研究者採取下列對策以為因應。1. 讓學生觀看自己上課的影片, 藉此讓學生反省自己上課的行為是否適當, 也利於往後探究教學的進行。2. 改良學習單的設計。安排較具探究的議題讓學生進行討論, 儘量設計讓學生產生矛盾、衝突的問題。3. 切割大的探究活動, 使成為主題明確的數個較小的探究活動再分段實施。4. 調整分組方式。先讓學生自行分組, 教師再部分干預, 幫尚未找到組別的學生尋找組別。

(二)、調整期 (2007 年 4 月中旬至 6 月底)

在第一階段的探究教學結束後，進行「數學焦慮量表」之中測，以了解實施探究教學對學生的數學焦慮之影響，並設計「直角坐標平面」、「不等式」之探究教學教案與學習單。由於先前的學習單較無法讓學生有足夠探究的機會，因此在設計教學活動時，改以較開放性的題目讓學生有較多發揮的空間。

雖然實施探究教學已一段時間，不過此一時期仍有一些困難需要克服：1. 分組座位造成學生分心。2. 教師未能完全掌握學生的學習軌道。學生討論時，常有不同的想法，甚或超出研究者原先所設想的，以致於無法於第一時間回應學生的想法。

針對上述缺失，研究者採取下列方式進行改善：1. 取消分組座位。讓學生依原本班級座位就坐，討論時才聚在一起，如此可使學生能有自己思考的空間，也能在需要他人意見時與同學溝通彼此的想法。2. 教師專業成長。教師需提昇自己的學科教學知識。

(三)、成熟期 (2007 年 9 月至 2007 年 11 月)

於第二階段之探究教學結束時，再對學生進行最後的「數學焦慮」之後測，以了解持續實施探究教學對數學焦慮之影響。設計「畢氏定理」之探究教學的教案與學習單，此次教學活動之設計雖屬逐步引導的型式，藉由拼圖、計算面積來讓學生探討畢氏定理的性質，但每個小題都能引發探究的活動，例如：探討拼圖的方法、思考面積的計算方式，以及比較上述兩個活動的差異...等等，學生大多維持很高的學習意願，能夠主動探索（如圖 1 與圖 2）。

插入圖 1

插入圖 2

圖 1 學生於探究課室中討論的情形(1) 圖 2 學生於探究課室中討論的情形(2)

晤談學生哪些因素會影響考試（原案一），有些學生表示因為緊張，反而忘了如何解題；也有學生怕時間不夠；還有學生認為老師、父母、同學以及自己都曾給自己壓力而影響考試成績。不過從此次的晤談亦可發現，在實施探究教學一段時間後，學生已較不會感到緊張了。

原案一（2008/03/20 晤談）

T：能不能回想一下，寫數學題目（考數學）時，哪一些因素曾影響你作答？

SA02：很緊張，怕考不好。

SA07：以前會很緊張，因為看到考卷就忘光了。現在就還好。

SA05：以前怕時間不夠，現在不會。

SB02：有壓力，會緊張，有時會不知如何作答。

SB07：以前會緊張，現在做題目比較有信心。

SB19：以前很緊張，有壓力（老師、父母、同學和自己）。現在比較不緊張了，壓力較少，只剩下父母的壓力。

再晤談學生是否喜歡探究教學進行的方式（原案二），可以發現只有少數幾個學生不太喜歡，不過大多數的學生是喜歡上數學課的，他們喜歡討論、發表自己的想法，喜歡動手操作的活動，喜歡上課快樂的氣氛。

原案二（2008/06/03 晤談）

T：你喜歡上數學課嗎？為什麼？（例如：上課的氣氛、上課的活動、數學老師的教學等）

SA06：我喜歡上數學課；因為老師的教法和其他的刻板教學是不樣的，老師會讓我們「實際」的操作或分組討論，在討論中可以發表自己的想法和了解別人在疑問中的解題方式，可達到上課學習最 best 的效

果。

SA03：不會很喜歡，也不會很討厭。有時候很累，但上課的氣氛不錯。

SA28：不喜歡，因為一大早就又要上課了，真煩。

SA33：我喜歡上數學課，因為數學老師教的方法比較會吸引我。

SA16：喜歡，因為喜歡上課的氣氛、活動，可以很快樂的上數學課，也可以常在數學課上和同學互動，像討論...等。

SA29：喜歡，因為分組讓同學能把自己的想法說出來，跟同學也有互動。

回顧行動研究的三個時期，研究者在「摸索期」時，教材的設計是較封閉的也較少有探究的議題，學生只能依照老師安排的內容進行學習，他們較少有自我發揮的機會。研究者在教學時也較拘泥，回應學生問題時，比較無法掌握讓他們自己探索的訣竅。「調整期」的教材已較為開放，題目的設計刻意出現較多瑕疵與矛盾，讓學生有比較多探討的議題。此時期的教學進行方式已較得心應手，當各組在黑板上寫下解法時，研究者會鼓勵學生說明是否認同，抑或能提出不同的看法加以反駁。「成熟期」的教材設計是以動手操作為主軸，學生藉由拼圖與計算面積的方式發現畢氏定理，亦使中、低學習成就的學生重拾學習數學的信心。在此階段研究者更能駕輕就熟地安排探究的活動，例如：讓學生討論後，再發表平行四邊形的特色。研究者不直告訴學生平行四邊形的特色為何，反而讓學生自己去發現，然後寫在黑板，各組同學再判斷是否正確，並提出其論證。

因此，研究者認為合適的探究教學方式可融入 5E 學習環與合作學習。首先教師先安排能引起學生的好奇心與學習興趣的問題或活動；學生則先進行讀題，了解問題，並且針對問題發問或和同儕進行對話（參與）；當學生進行思考並分析所蒐集到的資訊時，教師應巡視各組，評估學生的了解情況，並適時以提問的方式，刺激學生發現問題的重心（探索）；然後讓學生發表他們的想法，說明解題方法，並解釋他們的解題策略，教師則視需要採取提問的方式，幫助學生解釋他們的想法（解釋），再讓學生嘗試將他們新學的知識應用到新的情境中（精緻）；

最後再進行評鑑，以了解學生整體的學習成果。

二、數學焦慮的改變

(一)、摸索期 (2007 年 2 月至 4 月中旬)

數學焦慮總量表的焦慮平均值為 3.09，並未達到顯著，表示學生的焦慮程度和 3 相比，並沒有差異。

(二)、調整期 (2007 年 4 月中旬至 6 月底)

經過一個學期的探究教學之後，再對學生進行「數學焦慮」之中測，並將數學焦慮之前、中測進行成對樣本 t 檢定，以了解實施探究教學後，學生的數學焦慮是否降低。

由表 2 可發現，實施探究教學前總量表的焦慮平均值為 3.09，但經過一學期的探究教學後，其平均值降為 2.86，已達到統計上的顯著水準，顯示實施一學期的探究教學後，學生的整體的數學焦慮已有降低。

(三)、成熟期 (2007 年 9 月至 2007 年 11 月)

於 11 月底又對學生做「數學焦慮」之後測，表 2 呈現前、中、後測焦慮的平均值與標準差，可發現焦慮的平均值有下降的趨勢，因此再將「數學焦慮」之前、中、後測資料進行重複量數分析以得 F 值，並以 $\alpha=0.01$ 判別其顯著情形，再以最小顯著差異法 (LSD) 進行事後比較，以了解學生的數學焦慮變化的情形。

由表 2 可發現，數學焦慮總量表的前、中、後測之 F 值為 11.15 已達顯著水準，表示不同的測量時段下，學生對數學焦慮的整體感受是有差異的。而事後比較的結果亦發現，前測和中測以及前測和後測均達顯著水準 (p 值均小於 0.05)，顯示探究教學確實能減輕學生學習數學所產生的焦慮。

表 2 數學焦慮總量表之前、中、後測資料

最小值	最大值	平均	標準差	F 值
-----	-----	----	-----	-----

前測	1.20	4.40	3.09	.72	
中測	1.00	4.66	2.86	.61	11.15**
後測	1.06	4.16	2.81	.67	

** p<0.01

伍、研究發現與結論

以下從實施探究教學的行動研究中，針對所得到的結果與發現不足之處，提出下列幾點看法。

一、探究教學能提昇學生學習數學的信心

藉由「數學焦慮量表」的分析與訪談可發現，實施探究教學後，學生大多認為自己有信心能學好數學，亦發現學生多數肯定探究過程中和同學討論、辯論和發表想法的機會，他們認為同學的意見能幫助他們理解。

二、探究教學能減輕學生的數學焦慮

未實施探究教學的前測資料分析顯示，學生存在中等程度的數學焦慮。但「調整期」的數學焦慮中測，已能看出整體焦慮下降的情況，並且達到統計上的顯著水準。再將數學焦慮之前、中、後測資料進行重複量數分析，發現均達顯著水準，顯示探究教學確實降低了學生的數學焦慮。

三、探究教學需要長時間的嘗試、修正與精鍊

探究教學開始實施時，研究者與學生均在適應不同於以往的教學方式，常常耗費較多時間，但效果不彰。但隨著探究教學的實施，研究者不斷嘗試把理論與教學實務做結合，逐步地累積教學經驗，亦不斷進行調整。而學生在長時間的探究教學影響下，持續維持高度的學習興趣，能夠個別思考或與小組成員討論彼此的想法，樂於挑戰不同的題目，他們對數學學習也愈來愈有自信，亦得到較高的學習成就。由此可知，長時間實施探究教學，將更突顯出探究教學的優點。

參考文獻

- 古明峰 (1997)。孩子為什麼害怕數學—談數學焦慮。 **國教世紀**, 175, 29-33。
- 吳明隆 (1996)。國民中小學學生社會心理環境變因與其數學信念及數學焦慮關係之研究。 **教育學刊**, 12, 287-327。
- 周玉秀 (2006)。從 PISA 看數學素養與中小學數學教育。 **科學教育月刊**, 293, 2-21。
- 涂金堂 (1996)。中學生數學焦慮的預防與輔導。 **菁莪**, 8(2), 24-29。
- 張春興 (1992)。 **張氏心理學辭典**。台北市：東華書局。
- 張靜儀 (2005)。國小自然科教學個案研究—以 ARCS 動機模式解析。 **科學教育學刊**, 13 (2), 191-216。
- 甯自強 (1983)。數學恐懼症的治療與預防。 **教育資料文摘**, 65, 119-127。
- 楊美伶 (2003)。 **教師如何因應數學課程的變革**。2008 年 1 月 22 日。取自：
http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2/edu/articles/article_03_10_07.htm。
- 盧秀琴、黃麗燕 (2007)。國中「細胞課程」概念改變教學之發展研究。 **科學教育學刊**, 15 (3), 295-316。
- 盧嫻玲 (2006)。 **國民中學學生數學焦慮與學業成就關係之研究**，雲林科技大學技術及職業教育研究所碩士論文，未出版，雲林縣。
- 魏麗敏 (1991)：中小學生一般焦慮、數學焦慮及數學態度之比較研究。 **臺中師院學報**, 5, 129-154。
- 魏麗敏 (1996)：國小學生學習動機、數學焦慮與數學成就之研究。 **國民教育研究集刊**, 4, 133-155。
- American Association for the Advancement of Science. (1990). *Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.
- Baker, W. P, Lang, M., & Lawson, A. E. (2002). Classroom management for successful student inquiry. *The Clear House*, 75(5), 248-252.

- Beisenherz, P., & Dantonio, M. (1996). *Using the learning cycle to teach physical science: A hands-on approach for the middle grades*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Bell, R. L., Smetana, L., & Binns, I. (2005). Simplifying inquiry instruction. *The Science Teacher*, 72(7), 30-33.
- Flick, L. (1995). *Complex instruction in complex classrooms: A synthesis of research on inquiry teaching methods and explicit teaching strategies*. Paper presented at the meeting of the National Association for Research in Science Teaching, San Francisco, CA.
- Jarrett, D. (1997). *Inquiry strategies for science and mathematics learning*. Oregon: Northwest Regional Educational Laboratory.
- National Research Council (NRC). (2000). *Inquiry and the national science education standards*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Research Council. (1989). *Everybody counts*. Washington, DC: National Academy of Science.
- National Research Council. (1996). *National science education standards*. Washington, DC: National Academy of Science.
- Siegel, M., Borasi, R., & Fonzi, J. (1998). Supporting students' mathematical inquiries through reading. *Journal for Research in Mathematics*, 29(4), 378-413.
- Wilder, M., & Shuttleworth, P. (2005). Cell inquiry: A 5E learning cycle lesson. *Science Activities*, 41(4), 37-43.



圖 1 學生於探究課室中討論的情形(1)
(2)

圖 2 學生於探究課室中討論的情形

活動報馬仔

一、 2008/09/16(二)~2008/09/20(三)

The 3rd IEA International Research Conference

地點：TAIPEI, CHINESE TAIPEI

二、 2008/11/22(六)

「數學教學與課程發展之探討」數學教育學術研討會

地點：嘉義大學民雄校區科學館一樓階梯教室

參考網站：http://ncvu3w.ncvu.edu.tw/gsmc/itemize.aspx?itemize_sn=7099

三、 2008/12/12(四)~2008/12/20(六)

第二十四屆科學教育學術研討會

地點：國立彰化師範大學進德校區（彰化市進德路一號）

參考網站：<http://24thse.sciedu.ncue.edu.tw>

四、 2009/04/22(三)~2009/04/25(六)

NCTM 2009 Annual Meeting and Exposition

地點：Washington, D.C.

參考網站：<http://www.nctm.org/annual.aspx>

稿 約

一、本刊徵選之數學教育刊物為：

- (一) 本刊以徵選實務性的數學教育刊物為主，舉凡任何數學創新教學之方法或策略、數學教學實務經驗、數學課程設計與實踐之心得分享等皆為本刊之首要選擇標的；
- (二) 研究文章（包括以實驗、個案、調查或歷史等研究法所得之結果，和文獻評論、理論分析等）；
- (三) 短文（包括研究問題評析、數學教育之構想、書評、論文批判等）；以及
- (四) 其他符合本刊宗旨之文章。

二、本刊所刊之文章，需為報導原創性教學或研究成果之正式文章，且未曾於其他刊物或書籍發表者（在本刊發表之文章未經台灣數學教育學會同意，不得再於他處發表）。

(一) 來稿請注意下列事項：

1. 來稿請以中文撰寫，力求通俗易讀，須為電腦打字，每篇以不超過 6000 字為原則（特約稿不在此限），以電子郵件傳送。
2. 來稿請附中英文篇名、作者

姓名及服務機關，作者姓名中英文並列，若有一位以上者，請在作者姓名及服務機關處加註(1)、(2)、(3)等對應符號，以便識別，服務機關請寫正式名稱。

3. 來稿請附中英文摘要，並於摘要後列明關鍵詞彙（key words），依筆劃順序排序（以不超過五個為原則），英文關鍵詞彙則須與中文關鍵詞彙相對應。
4. 文稿若為譯文，請附原文影本及原作者同意函，並請註明原文出處、原作者姓名及出版年月。
5. 凡人名、專有名詞等若為外語者，第一次使用時，謂用（）加註原文。外國人名若未有約定成俗之譯名，請選用原文。
6. 附圖與附釋請於文後，並編列號碼，並在正文中註明位置。
7. 文末參考文獻依作者姓氏分別編號排序：中、日文依筆劃多寡排列；西文（英、法、德...等）依字母順序排列；若中、日、西文並列時，則先中、日文後西文。至於參

考文獻之寫法如下：

- (1) 期刊論文，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、論文篇名、期刊名稱、卷期、頁數。

例：張湘君（1993）。讀者反應理論及其對兒童文學教育的啟示。《東師語文學刊》，6，285-307。

- (2) 圖書單行本，請依下列順序書寫：作者、出版年（西元）、書名、版次、出版地、出版社、頁數。

例：張春興（1996）。《教育心理學》。台北：東華。頁64-104。

8. 稿件順序為：首頁資料（題目、作者真實姓名及服務機關、通訊地址及電話；若需以筆名發表，請註明）、中文摘要、正文（包括參考文獻或註釋）、末頁資料（以英文書明題目、作者姓名及服務機關、並附英文摘要）及圖表（編號須與正文中之編號一致）。

- (二) 本刊對來稿有權刪改，不同意者請在稿件上註明。

- (三) 來稿刊出，版權為台灣數學教育學會所有。

- (四) 作者見解，文責自負，不代表本學會之意見。

- (五) 來稿請e-mail至：

dcyang@mail.ncyu.edu.tw