

# 台灣數學教育學會第四屆第二次理監事會議

一、時間：中華民國 103 年 11 月 22 日下午 12 點

二、地點：國立新竹教育大學進修推廣大樓 9407 教室

三、出席人員姓名：

理事：吳昭容、李源順、林原宏、林素微、林碧珍、梁淑坤、陳明璋、陳彥廷、楊凱琳、鄭英豪、謝豐瑞、謝閨如(依筆劃順序)

監事：左台益、秦爾聰、袁媛、鍾靜(依筆劃順序)

四、請假人員姓名：

理事：姚如芬、陳界山、陳嘉皇

監事：劉柏宏

五、缺席人員：(理事不得委託，連續兩次無故缺席，視同辭職)

理事：

監事：

六、列席人員：

七、主席：李源順

記錄：許立偉

八、主席致詞：

感謝各位理；監事的協助，使本會愈來愈活躍。

九、來賓致詞：

十、報告事項：

本會目前永久會員 55 名，常年會員 28 名，團體會員 2 名，共 85 名。

十一、討論提案

案由一：蔡政樺、鍾恂恂、國立台灣師範大學數學系、張育萍申請入會案，提請討論。

提案者：李源順

說明：

1. 蔡政樺為國立彰化師範大學科教所博士班學生，申請永久會員案，已於 103 年 06 月 14 日經理事投票通過。
2. 鍾恂恂為國立中山大學教育研究所博士後研究員，申請常年會員案，已於 2014 年 09 月 17 日經理事投票通過。
3. 國立台灣師範大學數學系申請團體會員案，已於 2014 年 10 月 02 日經理事投票通過。
4. 張育萍為台灣師範大學數學系博士後研究員，申請永久會員案，已於 103 年 10 月 13 日經理事投票通過。

辦法：如獲理監事會議通過，依規定辦理入會手續。

決議：通過。

提案二：2015 年度工作計畫與收支預算表，提請確認。

提案者：李源順、鄭英豪

說明：

1. 依本會章程第卅二條，本會每年於會計年度開始前二個月由理事會編造年度工作計畫、收支預算表、員工待遇表，提會員大會通過(會員大會因故未能如期召開者，先提理監事聯席會議通過)，於會計年度開始前報主管機關核備。並於會計年度終了後二個月內由理事會編造年度工作報告、收支決算表、現金出納表、資產負債表、財產目錄及基金收支表，送監事會審核後，造具審核意見書送還理事會，提會員大會通過，報主管機關核備(會員大會未能如期召開者，先報主管機關。)
2. 2015 年度工作計畫與收支預算表，如附件一，提請討論。

辦法：如獲理監事會議通過，依規定於會計年度開始前報主管機關核備。

決議：通過。

案由三：本會對 12 年國教數學學習領域之主張，提請討論。

提案者：李源順

說明：

1. 本會已於 2014 年 11 月 08 日召開本會對 12 年國教數學學習領域主張之會前會，經與會人員充份討論。
2. 本會對 12 年國教數學學習領域之主張，如附件二。

辦法：如獲理監事會議通過，理事長將於 2014 年 12 月 07 日在台南成功大學舉行之 2014 年國際數學學術研討會暨中華民國數學會年會報告本會之主張。

依規定辦理入會手續。

決議：居於嚴謹且全面性的數學課程建言，需要更多時間、人力與物力的投入。在時間有限的情形下，決議將本建言以草案的方式呈現；等待本會投入更多時間、人力與物力，對數學課程內容進行嚴謹且全面性的討論與撰寫之後，再提出正式的建言。

十二、臨時動議

十三、選舉事項

無

十四、散會

**附件一**

## 台灣數學教育學會 2015 年工作計劃

### 一、

**活動名稱：**12 年國教數學學習領域課程綱要討論會暨論壇，以及總結論壇

**活動時間：**2015 年 10—12 月份

**活動內容：**

分北、中、南三地區，以及分小學年段、中學暨職校年段，接續舉辦「12 年國教數學學習領域課程綱要之討論會暨論壇」，以及年底舉辦「12 年國教數學學習領域課程綱要討論會之總結論壇」，共 4 場，提供 12 年國教數學領域課程制定的參考建議。

### 二、

**活動名稱：**國民小學以及國高中職前教師與在職教師數學教學演示競賽活動

**活動時間：**2015 年 3、4 月份

**活動內容：**

配合教師甄試與檢定時程，分北、中、南三地區接續舉辦國民小學，以及國高中職前教師與在職教師數學教學演示競賽活動，共 6 場，以提升教師專業知能。

### 三、

**活動名稱：**2015 年數學教學工作坊

**活動時間：**2015 年 5、6 月份

**活動內容：**

配合台中教育大學共同主辦之「2015 年第七屆國際科技與數學教育學術研討會」，接續舉辦數學教學工作坊，介紹優質的數學教學、教學資訊媒材，...等等，以提升教師專業知能。

### 四、

**活動名稱：**會員申請舉辦數學教育推廣工作坊

**活動時間：**2015 年 2、8 月份

**活動內容：**

為促進數學教育研究者將研究成果與教育現場的教學結合，本會訂有「台灣數學教育學會工作坊補助申請要點」，鼓勵會員申請舉辦數學教育推廣工作坊。

### 五、

**活動名稱：**辦理碩、博士生數學教育論文寫作工作坊

**活動時間：**2015 年 3 月份

**活動內容：**

為強化數學教育碩博士生撰寫中文期刊論文之能力。

### 六、

**活動名稱：**學會網站管理

**活動時間：**12 個月

**活動內容：**

運用自由軟體建置「期刊投稿審系統」以及「(國際)會議系統」，並持續管理與維護本會網站。

# 台灣數學教育學會

## 收支決算表

中華民國 103 年 1 月 1 日至 103 年 11 月 22 日止

共 1 頁第 1 頁

科目				本年度 決算數	本年度 預算數	決算與預算比較數		說明
款	項	目	名稱			增加	減少	
1			本期收入	79,914	152,000	140,268	-72,086	
	1		一般性收入	64,914	142,000	10,268	-77,086	
		1	入會費與會費	62,500	130,000		-67,500	新會員招收不如預期
		2	報名費	0	10,000		-10,000	首辦活動不收報名費
		3	出版品收入	0	0	0		
		4	存款孳息	2,414	2,000	414		
	2		捐贈與補助	15,000	10,000	5,000		
		1	捐贈	15,000	10,000	5,000		
		2	補助	0	0	0		
2			本期支出	73,565	185,000		-111,435	
	1		活動與會議	43,565	120,000		-76,435	
	2		庶務支出	0	5,000		-5,000	
	3		襄助工作費	30,000	60,000		-30,000	
	4		議決支出	0	0		0	
3			本期結餘	6,349	-33,000	39,349		

理事長：

財務組長：

製表：

# 台灣數學教育學會

103 年度收支明細表 (103/1/1~103/11/22)

編號	年	月	日	摘要	收入	支出	年度結餘	累計結餘	備註
0				102 年度累計結餘				759,684	
1	102	12	7	新入永久會員	10,000		10,000	769,684	劉曼麗(分年開據),陳界山
2	102	12	7	新入常年會員	6,000		16,000	775,684	鄭博文,魏士軒,陳中川 鄭章華,徐偉民,張淑怡
3	102	12	21	存款利息	1,205		17,205	776,889	
4	103	1	3	永久會費	4,500		21,705	781,389	陳東賢
5	103	1	22	新入常年會員	1,000		22,705	782,389	戴錦秀
6	103	3	26	教案競賽		43,565	-20,860	738,824	中教大林原宏主任
7	103	5	25	新入永久會員	15,000		-5,860	753,824	李睿紘、郭伯臣、陳金世逸
8	103	6	21	存款利息	1,209		-4,651	755,033	
9	103	6	24	新入永久會員	5,000		349	760,033	林聰明
10	103	6	26	新入永久會員	5,000		5,349	765,033	蔡政樺
11	103	6	25	103 上會務襄助工作費		30,000	-24,651	735,033	
12	103	8	10	2014ICM 捐贈	15,000		-9,651	750,033	廣天國際
13	103	8	15	103 常年會費	1,000		-8,651	751,033	鍾靜、張淑怡
14	103	10	27	103 常年會費	500		-8,151	751,533	徐偉民
15	103	10	28	新入團體會員	4,000		-4,151	755,533	師大數學系
16	103	10	29	永久會費	4,500		349	760,033	謝豐瑞
17	103	10	31	103 常年會費	500		849	760,533	鄭章華
18	103	11	5	新入永久會員	5,000		5,849	765,533	鍾恂恂
19	103	11	8	103 常年會費	500		6,349	766,033	鄭博文
20	103	11	12	永久會費	4,500		10,849	770,533	陳中川

理事長：

財務組長：

製表：

# 台灣數學教育學會

103 年度現金出納表 (103/1/1~102/11/22)

收 入		支 出	
科 目 名 稱	金 額	科 目 名 稱	金 額
上期結存	629,790	本期支出	52,374
本期收入	182,268	本期結存	129,894
合 計	812,058	合 計	182,268

理事長：

財務組長：

製表：

# 台灣數學教育學會

## 資產負債表

中華民國 103 年 1 月 1 日至 103 年 11 月 22 日止

共 1 頁第 1 頁

資 產		負 債 、 基 金 暨 餘 絀	
科 目 名 稱	金 額	科 目 名 稱	金 額
流動資產：郵局存款	129,894	流動負債	0
		本期餘絀	129,894
合 計	129,894	合 計	129,894

理事長：

財務組長：

製表：

# 台灣數學教育學會

## 財產目錄

中華民國 103 年 1 月 1 日至 103 年 11 月 22 日

本學會無財產

理事長：

財務組長：

製表：



# 台灣數學教育學會

## 基金收支表

中華民國 103 年 1 月 1 日至 103 年 11 月 22 日

收 入		支 出	
科 目 名 稱	金 額	科 目 名 稱	金 額
歷年累存	629,790	活動與會議	6,081
入會費與會費	39,000	庶務支出	11,293
存款孳息	13,268	襄助工作費	35,000
捐贈與補助	130,000	結餘	759,684

理事長：

財務組長：

製表：

# 台灣數學教育學會

## 收支預算表

中華民國 104 年 1 月 1 日至 104 年 12 月 31 日止共 1 頁第 1 頁

科目				預算數		上年度 預算數		本年度與上年度 預算比較數				說明
款	項	目	科目					增加		減少		
1			本 期 收 入	140,000		152,000				12,000		
	1		一般性收入	120,000		142,000				22,000		
		1	入會費與會費	108,000		130,000				22,000		
		2	報 名 費	10,000		10,000		0				研習會 40 人每人 250 元
		3	出版品收入	0		0		0				
		4	存 款 孳 息	2,000		2,000		0				
	2		捐贈與補助	20,000		10,000		10,000				
		1	捐 贈	20,000		10,000		10,000				
		2	補 助	0		0		0				
2			本 期 支 出	140,000		185,000				45,000		
	1		活動與會議	80,000		120,000				40,000		研習會與座談會 各 1 場次
	2		庶 務 支 出	0		5,000		0		5,000		
	3		襄助工作費	60,000		60,000		0				襄助期刊編輯 12 月每月 5000
	4		議 決 支 出	0		0		0				
3			本 期 結 餘	0		-33,000		33,000				

理事長：

財務組長：

製表：

# 對 12 年國教數學領域課程綱要的建言<sup>(草案)</sup>

台灣數學教育學會(2014.11.22 理、監事會議決議)<sup>1</sup>

## 摘要

本報告首先分享林福來教授主持的「十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究」之研究結果。再來提出台灣數學教育學會對 12 年國教數學領域課程綱要的建言。

本會建議之大致內容為：

1. 十二年國民基本教育強調學生是自發主動的學習者，學校教育應善誘學生的學習動機與熱情，因此數學課程綱要應重視學生數學學習的認知歷程。
2. 基於十二年國民基本教育課程以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」的願景，數學內容的本質，以及培養學生理性溝通、歸納推理與演繹推理的外延能力。數學課程綱要應明定奠基活動、課程脈絡、數學探究、數學素養的細目，並且強調於教科書、教/學、評量，應納入此四項重要內容。
3. 從特定年級(例如，小五)開始，每周一節課進行數學奠基活動、課程脈絡、數學探究、數學素養議題的教/學。同時奠基活動，應從小一開始，每月一節。
4. 基於科技知能進展神速，教學時數又有限制，且需給學生探究時間的前提，建議數學內容採取具涵蓋不同概念的廣度而非深度的課程安排，亦即，將數學重要內容，都讓學生有機會學習，而非聚焦少數內容且深入探討內涵的策略；同時善用科技產品於進行數學學習與探究。
5. 參考國外學制、數學本質的深度、國小教學與培育分流問題、以及一些研究發現不同科系的師培專業落差問題。建議國小高年級數學應採專業教學，同時應明訂教師每年定期進修的機制。

---

<sup>1</sup>本會理、監事居於嚴謹且全面性的數學課程建言，需要更多時間、人力與物力的投入。在時間有限的情形下，決議將本建言以草案的方式呈現；等待本會投入更多時間、人力與物力，對數學課程內容進行嚴謹且全面性的討論與撰寫之後，再提出正式的建言。

# 壹、十二年國民基本教育數學領域綱要內容之前導研究

## 一、研究結果

### (一)、基本理念

數學是一種語言

數學是一種規律的科學(science of pattern)

### (二)、12 年國教數學課程的願景

達成 為所有的人（for all）為生活的品質（for healthy life）為大學和職業（for university and career）做準備。

### (三)、12 年國教數學課程架構圖



檢視我國和各國課程設計，發現除了「知道」與「能做」之外，都還內含認識（understanding）、辨識(sensibility)與見識的較高層次認知，甚至包括賞識(appreciation)等相信數學有益、認為數學美好、堅忍、勤奮等情意面向。

為了達成數學課程的願景，提出在知、識、行之中滾動，以涵養出轉換性與結果性的課程目標。

轉換性目標的意思是經由學習數學內容（知），培養學童概念理解、推理、連結、後設認知（識），使學生能進行演算、解題、推論及溝通（行）。

經由進行流暢的演算，探究、臆測、歸納、論證，以解決例行性與非例行性問題，以及理性溝通（行），使學生更加深刻體會數學概念、如何推理、如何連結等後設認知（識），體認數的美學、數學的感覺、喜歡數學（識），進而創造屬於學生的新數學知識（知）。

經由概念理解、理解推理歷程、連結相關知能等後設認知，以及對數學的感覺（識）的孕育，更清楚進行演算、解題、推論、溝通的道理，更能解決生活的問題、非例性的問題（行），進而創造新的數學內容（知）。

結果性目標就是達成我們設想的願景，使我們的 18 歲國民在往後的十年內培養出數學素養與知能，讓他能在學習、工作、生活領域上產出成果與價值。

#### (四)、數學領域的進程區分與主題呈現

建議以 4-6-2 的概念劃分 12 年國民教育的數學學習進程。

根本數學（1—4 年級）、核心數學（5—10 年級）、和分流數學（11、12 年級）的課程。

核心數學的六年，又可以類似英國的分段概念，再細分成 5、6 年級，7、8 年級，以及 9、10 年級三個小段落

內容主題分成「改變與關係」、「空間與形狀」、「數量」、「不確定性和資料」四大主題。

#### (五)、數學領域學習內容、組織與表述方式

依據我國各年級學生的學習習慣，國小教材的組織方式仍沿用螺旋式，國中、高中教材則沿用主題式來學習。

數學課程的內容表述方式，應該以提升學生數學素養的方式來表述，或者以提升學生數學知能、能力和素養的方式來表述。

#### (六)、學習進程與課程架構的權重

	根本	核心	分流(為需要數學的大學做準備)	分流(為就業或不需要數學的大學做準備)
知	50%	30%	30%	10%
行	20%	40%	40%	40%
識	30%	30%	30%	50%

#### (七)、課程內容的議題

1. 議題一：十二年國教數學課程中，四則運算的概念性理解與程序性熟練（純技術演算）的合理份量為何？

建議：讓學生能進行較小位數、較簡分數的四則運算的概念性理解。較大位數的程序性運算，允許學生使用計算機來計算，但是要能進行合理性的判斷。

2. 議題二：如何在十二年國教數學課程中適當安排「不確定性」概念與「數據處理」的教材？

建議：從國小開始發展不確定思維。機率與統計課程除了重視 data 和 big ideas 外，應考量 situations 面向、加入機率本質與非例的討論。讓學生體驗數據處理的過程。

3. 議題三：「論證」在十二年國教數學領域的地位與安排。  
建議：基於素養培養理念與國外經驗，論證在數學領域佔了重要的地位，從國小一年級即可安排學習活動。在學習形式證明之前，應讓學生在操作證明有充分的學習經驗。
4. 議題四：直角三角比的學習應在十二年國教國中課程佔有一席之地。  
建議：參考以往數學標準與其他國家的做法，可放入九年級教授，讓中學生有充分的時間學習三角函數的概念。
5. 議題五：空間概念中的視覺化、視覺推理與視覺溝通，如何在十二年的課程中得到有效而適切的發展？  
建議：空間概念宜逐年發展，在課程中形成一條清楚的脈絡。讓學生有機會發展視覺化，視覺溝通與視覺推理的能力。
6. 議題六：「轉移矩陣」、「信賴區間」、「插值多項式」、「空間向量的外積」、「用向量處理的幾何問題」等特殊課題是否應該留在 10-12 年級的必修課程中？  
建議：向量、矩陣教學宜有更明確的目標，可考慮刪除不直接相關的課題。考慮迴避信賴區間的技術性課題，或者確實發展連續型隨機變數與曲線下面積。
7. 議題七：是否該在普通高中課程中強化線性代數？它的關鍵概念有哪些？  
建議：在「線性代數」的大目標下，檢視向量與矩陣的教學目標。將傳統的線性聯立方程式，放在線性代數的脈絡中檢視，發展必要的核心觀念。
8. 議題八：是否該以多項式函數為限，提早學習微積分？如何切入？  
建議：十七世紀的微積分不難，難的是十九世紀的嚴格性。可以在多項式除法之後發展多項式導函數，並具體處理極限觀念與符號。

## 二、本會觀點

贊同。

## 貳、本會建言

### 一、數學領域課程分流問題

#### (一)、說明

目前的學制，除了國中、小學之外，高中主要成普通高中、綜合高中、單一型高中、職業學校。

1. 普通高中高一、二必修 16 學分，在高三分流，分為甲、乙分別為 8 和 6 學分。

- 職業學校在分成 A, B, C, S 四種課程(A: 未來工作領域；B: 商業專業及資訊應用領域；C: 工程專業及資訊應用領域；S: 表現藝術之動、靜化相關物理及資訊應用領域)。數學 A 學分數：8(2/2/2/2)。數學 B 學分數：12(3/3/3/3)。數學 C 學分數：16(4/4/4/4)。數學 S(專供藝術群科使用)學分數：4(2/2)～6(3/3)。A, B, C 於高一、二修讀；S 於高一修讀。
  - 建議開課學期：第一學年第一、二學期
  - 綜合高中必修 8 學分，開設於一年級。
- 前導研究建議：高二開始分流。

2014/09/25 聯合報 ( [http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f\\_ART\\_ID=537123](http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f_ART_ID=537123))  
登教育部規劃：數學部分，目前高中二年級下學期才進行分組，未來會提前在高一下進行分組。

## (二)、建議

統一於高一下開始分流。

## 二、教學時數問題

### (一)、說明

現況

- 國中和小學方面，如下表，但教育部於 92 年 12 月 05 日發函（台國字第 0920176439 號）通知各國民中小學實施數學領域教學時，其領域學習節數儘量以上限（15%）來安排，並於「彈性學習節數」安排數學補強教學活動。

年級	1	2	3	4	5	6	7	8	9
現行實際教學節數	3+	3+	3+	3+	4+	4+	4+	4+	4+
12 年國教草案節數	4	4	4	4	4	4	4	4	4
本會主張節數	4	4	4	4	5	5	5	5	5

- 普通高中高一、二必修 16 學分，在高三分流，分為甲、乙分別為 8 和 6 學分。
- 職業學校在分成 A, B, C, S 四種課程(A: 未來工作領域；B: 商業專業及資訊應用領域；C: 工程專業及資訊應用領域；S: 表現藝術之動、靜化相關物理及資訊應用領域)。數學 A 學分數：8(2/2/2/2)。數學 B 學分數：12(3/3/3/3)。數學 C 學分數：16(4/4/4/4)。數學 S(專供藝術群科使用)學分數：4(2/2)～6(3/3)。A, B, C 於高一、二修讀；S 於高一修讀。
- 建議開課學期：第一學年第一、二學期
- 綜合高中必修 8 學分，開設於一年級。

十二年國民基本教育課程綱要總綱（草案）建議

- 國小到國中每學年 4 學分。

2. 普通高中高一和高二上學期共 12 學分，並說明數學部定必修及選修至少須修習 16 學分。
3. 技術型高中 4-8 學分，並說明各校可依群科屬性、學生生涯發展、學校發展特色彈性調減至 4 學分，合計為 4-8 學分。
4. 綜合高中 8 學分；單科型高中 8 學分，於高一和高二上學期。

2014/09/25 聯合報([http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f\\_ART\\_ID=537123](http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f_ART_ID=537123))刊登，新草案恢復成必修加上必選，一共要十六個學分；社會組數學包括八個必修學分、八個適性必選學分。自然組的數學時數分配，仍有兩派意見，未達共識，一派堅持十六個學分都列必修，另一派主張十二個必修、加四個適性必選，將投票表決。

## (二)、建議

國中之前，至少和以前的實際教學時數相同(加上老師自行外加的時數)。

年級	1	2	3	4	5	6	7	8	9
本會主張節數	4	4	4	4	5	5	5	5	5

## 三、課程問題

### (一)、重視學生認知歷程

#### 1、說明

十二年國民基本教育之課程發展本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」及「共好」為理念，強調學生是自發主動的學習者，學校教育應善誘學生的學習動機與熱情。再者，在全民教育的年代，每一位學生應該都有公平的學習機會，同時學生的學習有其時間差與路徑差，因此，課程綱要應重視學生數學學習的認知歷程以及 knowing，再從他的認知歷程和 knowing 中，引導學生學習正確的數學知識與能力。

#### 2、建議

課程綱要應重視學生數學學習的認知歷程。這部份的課綱撰寫方式，可以參考英格蘭國家的課程目標，參見附錄一。

### (二)、強調數學奠基活動

#### 1、說明

若學生在學習數學概念前，先進行具體的活動，將使學生更有意義、更有感覺的學習數學。這種具體活動指是對所有學生的思維而言是具體而非抽象，因此對國中學



生而言，可能是圖像的學習活動。奠基活動一則在發展數學內容的具象經驗，再則因是遊戲式的活動，可提升學習興趣，以及知、識、行中的識與行。

## 2、建議

課程綱要在小學、國中時期，應明定提供所有學生發展數學概念，數學性質的奠基活動。這部份內容的撰寫可參考日本的課程綱要，參見附錄二。

### (三)、強調數學素養

#### 1、說明

我們時常被問：數學有什麼用？現在教學時數的爭論主要有些教授不覺數學對他們有用。

雖然我們相信數學好的人，邏輯推理能力強，但是證據呢？數學好的人，在各職業相對較優，證據呢？數學好的人，做事有條理，證據呢？

數學素養強調「在不同情境脈絡中，個人能辨識、做及運用數學的能力，以及藉由描述、建模、解釋與預測不同現象，來瞭解數學在世界上所扮演的角色之能力。數學素養是連續的，即數學素養愈高的人，愈能善用數學工具做出有根據的判斷，這也正是具建設性、投入性及反思能力的公民所需具備的」(臺灣 PISA 國家研究中心，2011，p. 3)。數學素養可以讓學生感受數學的有用性，了解數學應用於日常生活中的優勢與劣勢，以及知、識、行中的識與行。

## 2、建議

從小學高年級開始，融入數學素養的教學，讓學生了解數學的有用性。

學者應持續探究各行業中使用數學，探究數學有用性的證據。

### (四)、強調課程脈絡的後設認知

#### 1、說明

研究發現，學生沒有留意課程內容發展的脈絡，對所學的數學沒有感覺。學生都在計算，沒有去思考課程的整體脈絡，例如一個數學概念，它有什麼運算，它有什麼的性質。討論圓形時，不會主動聯想它和已學的直線有什麼關係可以了解，沒有去思考用圓和直線的什麼屬性來看它們的關係。沒有去思考為什麼我們主要在學習三角形的性質。

思考課程內容的發展脈絡可以讓學生了解數學在學什麼東西，用什麼方法學的，它有什麼用。

## 2、建議

在中年級以上的課程中放入課程發展脈絡的問題，讓學生對所學的數學有後設認知，有數學感。

## (五)、強調數學探究議題

### 1、說明

教育改革強調以學生為中心，強調讓學生有機會動手做與培養學生推理、解題、連結、溝通、表徵等能力。探究數學相關議題可以培養學生思的習慣，培養學生推理、解題、連結、溝通、表徵等能力，以及知、識、行中的識與行。

數學探究的議題層相當廣，可以是數學內涵的探究，可以是課程脈絡的探究，可以是數學素養議題的探究。

例如，有關  $0.9\cdots$ （循環） $=1$  的問題。有學生說： $0.9\cdots=1$ ，是一個哲學問題，有學生反問： $1/3=0.3\cdots$ ？

數學上說：兩點間有無限多個點。但學生說：no,  $0.9\cdots$  在 1 的旁邊

### 2、建議

從小學高年級開始，融入數學探究的議題，培養學生的數學能力，讓學生了解數學的有用性。

## (六)、強調內容的廣度

### 1、說明

我們所教的數學廣度愈來愈少，教師的教學似乎注重內容的深度，去解一些有難度的數學問題。

現今科技愈來愈進步，知識量愈來愈多，數學的相關發現愈來愈多。我們是否讓學生快速站在我們現有的基礎上，讓他們從宏觀的學習脈絡中，有機會再創造新的數學內涵？

例如，我們只學線對稱圖形，不學點對稱圖形，但生活中有點對稱圖形。若簡單介紹兩者，讓學生能從實例中，區分那些圖形是線對稱圖形或者點對稱圖形，對學生的認知會更全面性，更有感覺。至於線對稱圖形的應用，可以找尋數學素養的相關問題來填補。

### 2、建議

強調數學內容的廣度，讓學生對課程體整的發展脈絡有數學感，學生在將來的職業上，有廣泛的數學知識可以提供思考方向。數學內涵深度的部份，可以利用數學素養問題來填補。

## (七)、列入計算機或者科技產品的使用

### 1、說明

科技發達，使用計算機或者科技產品的使用已不可避免，同時許多國家都已將計算機或者科技產品的使用列入教材。數學學習過程中，許多複雜的計算都交給電腦處理，國中和高中的計算也不會太過複雜；若因為複雜的計算導致學生不喜歡學數學，也非數學界所願。此外，科技產品適度使用於數學探究活動，更有利學生對數學內容的發現或發明，更有利於學生對數學產生興趣。

### 2、建議

我們同意基本計算技能的重要性，但是概念的了解以及應用，比計算能力來得更重要。在有限的教學時間下，建議當學生已了解概念性知識，已熟練基本事實，能合理驗證答案是否正確的前提下，列入計算機或者科技產品的使用。

建議考量於正式評量中使用簡易型計算機或者科技產品；或者不同特色評量中，允許使用計算機；或者將試分兩部份，一部份不允許使用計算機或者科技產品，另一份允許使用計算機或者科技產品。

陳界山主任建議應有人從事「使用計算機的數學試題評量如何設計」的相關研究，依研究結果再來提出建言。今年三月 Prof. Weigand 在師大數學系的演講提供了可行的思考方式。

## 四、教科書融入之議題

### (一)、說明

學校老師反應，課綱不納入數學素養的議題，教科書不編入數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整的問題，老師就不會教。在有考試壓力的前提下，會教也不敢教。

### (二)、建議

課綱中要求教科書在每個單元之中融入數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整的相關議題，至少一種。

## 五、教師教學

### (一)、說明

部份學校老師是被動在進行教學，認為課綱不納入數學素養的議題，教科書不編入數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整的問題，老師就不會教。在有考試壓力的前提下，會教也不敢教。

## (二)、建議

可以考慮從小一始，配合每個單元一次進行數學奠基活動；中年級開始配合每個單元加入奠基活動或者課程脈絡討論的問題。

從國小高年級開始，向教育部爭取，每周一節的數學奠基活動、數學探究課程、討論課程脈絡的問題、探究數學相關內容、探究數學素養問題，使學生有機會從現有的數學知能中，再創新與創造。同時，可以因應學生的需求彈性調整，例如，文組學生，可以強調數學素養在文組領域的應用。

## 六、差異化與補救教學問題

### (一)、說明

現今是全民教育的年代，每一個國民應該有公平的數學學習機會；同時為了因應學生學習路徑差與時間差的問題，課綱要適度強調差異化教學與補救教學之內涵。

差異化教學涉及的層面非常廣，宏觀而言，課綱是否因應不同需求的學生而有不同課程內容廣度與深度的設計，微觀而言，教師在班級之中如何因應學生的學習差異，而有差異性的教學策略。

為使學習落後的學生有機會把數學學好，尤其是原住民、新住民學童的學習，課綱應有因應的措施。

### (二)、建議

課綱要適度強調差異化教學與補救教學之內涵，必要時，為不同學習需求的學生，分列不同的課程內容。

## 七、評量

### (一)、說明

學校老師反應，課綱不納入數學素養的議題，教科書不編入數學素養的問題，老師不會教。在有考試壓力的前提下，會教也不敢教。

### (二)、建議

從國小高年級開始，每次的學校正式評量或者跨校的正式評量，至少放入一題數學探究的問題、數學素養問題、脈絡統整問題。

## 八、師資培育與教育

### (一)、說明

#### 1、師資培育

我國小學的教師教學制度至今沒有變異過，都是屬於包班政策。1987 年之後師資培育政策卻更弦易轍，九所師範專科學校紛紛改制成師範學院、大學，這時候開始，

我國的師資培育政策採分科培育。至今 26 年來，我國的師資培育與教學制度，都處於分離的狀態。

1994 年「師資培育法」通過，所有的大學生只要修滿四十學分的教育學程，便取得小學合格教師的資格。2005 年之後改變為需要通過教師檢定考試，才能取得合格教師證書。因為師資培育多元化，加上少子化的問題，職前教師的素質下降。據台北市立大學招生組的內部統計資料，教育大學的入學學生大約是全國考生素質的 50%。同時四十學分教育學程，以數學教育課程為例，「最多」只有四學分（普通數學和數學科教材教法）。因此文組的職前教師沒足夠的理科教學知能，理組的職前教師沒有足夠的文科教學知能來教育我國的學生。

雖說今年（103 年）的小學合格教師甄試要考數學，但為了顧及體育老師能考及格，不得不把數學的難度降低。要不然，體育專長的老師無法過合格教師甄試的門檻。通過門檻的體育老師不見得會教體育，反而是會考試的。試問，為了讓體育專長的老師考上合格教師，把數學難度降低，是國家之福嗎？試問，數學考得好的體育老師，體育一定教得好嗎？為何不讓真正體育專長的老師教體育？為何不讓英文專長的老師只教英文？不讓數學專長的老師教數學呢？

現在教育部在思考國小教師加註專長。但是國語和數學卻在名單之中。事實上，語文專長的老師，因為在數學教育上的培育不足，面對數學教學，有時會面有難色。事實上，數學教學也是一門專業的學問，也應該列入加註專長的名單。

再者，美國有一學制是從五年級開始進行教師專業教學。大陸更從一年級開始，已實施數學專業教學。

TEDS-M 等研究發現，不同科系學生的數學專業知能有落差，且理工背景學生進入職場的人數驟降，對小學生的培育將產生不良影響。

## 2、師資教育

研究指出，教師的專業發展是終身學習的歷程。同時，教育現場是變的，需要與時俱進。例如，以前比較不強調數學素養與數學探究活動，現在較為強調數學素養與數學探究活動。因此，教師需要隨時進修，以強化教學知能。

數學專業，應該要有認證制度。李秀妃教授曾看過二位教 10 多年的老師，他們強調高深的數學知識，喜愛數學之美是事實，但其他人，學生無法共鳴，強調解題（舊思維，很會解題，尤其國中老師，但無法體會數學不好的人的想法與需要的鷹架…）。

在國外，不是當上老師，就鐵飯碗，他們每隔一段時間，就需要再進行專業認證。

### (二)、建議

#### 1、國小五、六年級採班群方式，數學教學由數學專業老師來任教。理由

- (1) 班群教學一個老師一年內把課程教過三遍，印象會更深刻，會教得更好，學生會更受惠。現行包班制度，一個老師一年只教一次，兩年才回來教一次，對學科內涵體會不深。因此分科教學可以使教師的學科專業知能成長，教得更好。

- (2) 班群教學有三個老師帶三個班，一位老師有事或者要在職進修，其他老師可以協助照顧他的學生。專科的在職進修對教師而言很有意義，比較不會像現在時常看到的景象，教師在進修場合一直在批改作業而不在進修。
- (3) 它可以是小學包班制度到中學分科制度的過渡，使小學生能更適應從小學進入中學環境。
- (4) 若老師要找時間做補救教學，時間上比較好協調。

2、建議數學教師每隔一定年限就需要重新認證，或者推行教師專業分級制度。

3、應該建立各級教師定期再深度進修的制度，每年應有一定的進修時數，例如，合格教師五年內，每年 36 小時的數學教育進修；其他可以放寬為每年 18 小時的數學教育進修。

## 九、大學問題

### (一)、說明

下表為教育部統計處資料，歷年數學相關科系與統計相關科系的大學生、碩士生、博一生人數表。大學相關科系的學生數日漸萎縮。這表示數學在大學不重要嗎？

年度	全部	數學相關	統計相關	數統合計	比例
102	1345973	10950	5062	16012	0.01190
97	1337455	12540	5942	18482	0.01382
92	1270194	12679	8619	21298	0.01677
87	915921	10081	15597	25678	0.02804

大家都知道，大學數學系是很難唸的科系，認為數學只能是程度好的人來唸。甚至認為唸數學的人，不食人間煙火。

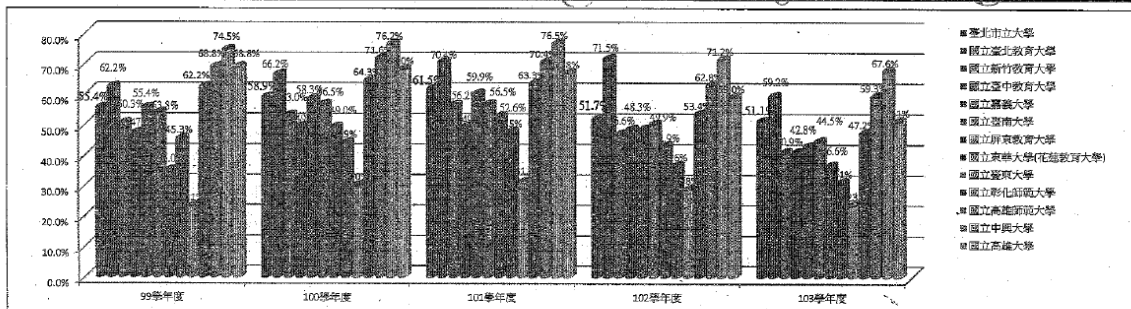
現今有些數學相關科系的學生素質不佳。如下圖。

### (二)、建議

優質大學仍可以走現在的路，某些大學的數學相關科系應強調數學科學的普及，讓社會大眾有機會了解數學的美與有用性，且強調更實務的應用，以及開發數學素養的內容，做為課程改革的後盾。

99-103 學年度校系最低錄取分數推估百分等級比較彙整表

校名	學系	99學年度 指定考試科目及科目方法	100學年度 指定考試科目及科目方法	101學年度 指定考試科目及科目方法	102學年度 指定考試科目及科目方法	103學年度 指定考試科目及科目方法
臺北城市大學	數學系	55.4%	58.9%	61.5%	51.7%	51.1%
國立臺北教育大學	數學資訊教育學系	62.2%	66.2%	70.4%	71.5%	59.2%
國立新竹教育大學	應用數學系	50.3%	53.0%	56.2%	46.6%	40.9%
國立臺北教育大學	數學教育學系	47.0%	49.3%	49.2%	48.3%	42.8%
國立嘉義大學	應用數學系	55.4%	58.3%	59.9%	48.3%	40.9%
國立臺南大學	應用數學系	53.8%	56.5%	56.5%	49.5%	44.5%
國立屏東教育大學	應用數學系	35.0%	49.0%	52.6%	42.9%	36.6%
國立東華大學花蓮應用科學系數學應用組		45.3%	43.9%	47.5%	36.6%	31.1%
國立臺東大學	數學系	23.1%	30.0%	31.0%	28.8%	23.6%
國立彰化師範大學	數學系	62.2%	64.3%	61.3%	53.4%	47.2%
國立高雄師範大學	數學系應用數學系	68.8%	71.6%	70.6%	62.8%	59.3%
國立中興大學	應用數學系	74.5%	76.2%	76.5%	71.2%	67.6%
國立高雄大學	應用數學系	68.8%	68.6%	66.8%	59.0%	51.1%



99-103學年度 數學相關學系 大學指考最低錄取分數百分等級(推估)彙整圖

### 參、附錄一 英格蘭國家數學課程

英格蘭（Department for Education，2013a，2013b）新的國家數學課程規畫研究<sup>2</sup>於2013年九月公布key stages<sup>3</sup> 1-3（即1-9年級；5-14歲）的數學新課程內容。整個規劃研究意圖藉由高品質的數學教育，提供方法讓學生認識世界（如日常生活、科學評析、科技與工程、財金素養及大多數的職業相關議題）、利用數學進行推理、欣賞數學的美與能量、對數學能有愉悅感與好奇心。因此國家數學課程的目標設定在保證所有的學生能：

- 流暢地處理主要數學內容，包含一再透過各式(varied)且頻繁(frequent)的練習複雜問題，讓學生能發展概念性瞭解(conceptual understanding)並能夠快速且準確的想起(recall)及應用(apply)知識的能力。

<sup>2</sup> 全面適用於 2014 年 9 月開始的 Key stages 1-3 學生。

<sup>3</sup> 英格蘭主要將學校義務教育區分為四個關鍵階段 (key stages) : **Key stage 1:** years 1–2; 5–7 歲 ; **Key stage 2:** years 3–6 (lower key stage 2: years 3–4; upper key stage 2: years 5–6); 7–11 歲 ; **Key stage 3:** years 7–9; 11–14 歲 ; **Key stage 4:** years 10–11; 14–16 歲

- 藉由一序列的 (a line of) 探查(enquiry)、臆測關係(conjecturing relationships)與歸納(generalizations)，並用數學語言發展出一個論點(argument)、辯證(justification)或證明(proof)的數學化推理過程(reason mathematically)。
- 藉由將學過的數學應用到一系列例行性(routine)與非例行性(non-routine)且複雜度提升的問題上以進行解題(to solve problems)，包含將問題拆解成一系列簡單步驟的問題以及持續地尋找解答。

簡單的來說，新的國家數學課程目標架設在大多數學生能流暢地穿梭於以不同表徵形式存在的數學想法間。雖然數學是獨立學科，但是學生要能從在為各種數學想法建立豐富連結(包含不同學科領域的情境下)的過程中去發展他們解逐漸複雜化問題(increasingly sophisticated problems)的流暢性(fluency)、數學推理(mathematical reasoning)與能力(competence)。且每個階段都必須是在確認學生已瞭解(understanding)與準備(readiness)好了的情況下才可前進到下一階段。

此外，電算器(calculator)在課程中不該被使用來替代書面計算或心算，僅能在近 key stage 2 的後期介紹給學生，來輔助他們概念性瞭解與探索更複雜的數字問題，而且必須是在學生書面計算與心算都沒問題的前提下。在小學與國高中階段，老師應該自己判斷決定 ICT (Information and communication technology)工具何時該被使用。而語言(spoken language)方面，學生所聽到或說的數學語言的品質(quality)與多樣性(variety)，對學生發展數學語彙或是進行數學辯證、論證、或證明是很關鍵的因素。這些語言也必須能幫助學生以及其他能清晰地思考。老師必須確保學生在建立穩固的討論基礎中能去偵測(probe)及補救(remedy)他們的迷思(misconceptions)。

在key stage 1 和 2 的課程中，規劃的課程是逐年被設定的。雖然如此，但學校只要在每個key stage的尾聲教完相關課程即可<sup>4</sup>。學校在每個key stage過程中保有對課程的彈性配置，也就是說可以早教或是晚教整個key stage範圍的課程。關於成就指標(achievement targets)，則是期望學生能知道(know)，應用(apply)且瞭解(understand)規劃課程中切題的內容(the matters)、技巧(skills)、及進程(processes)。

如前所述，在 key stages 1 & 2 中，國家數學課程明確地依各年級指出該年度應學的數學內容與數學能力，而 key stage 3 則是以整個階段來討論規畫應學的數學內容與數學能力，為能橋接上未來 key stage 4 的數學課程做準備。整體而言，英國數學課程指出各內容主題(及其分支)學生該學的重要數學概念或數學能力，以及(非強制規定的)主題的相對應指引供參考。例如，一年級的數(number)主題，其分支：乘與除，指出學生必須要學會讀(read)、寫(write)、詮釋(interpret)有加、減與等號符號的數學陳述(statement)；要能陳述與使用在 20 以內的加法(number bonds/addition facts)與減法(subtraction facts)運算。

以下針對英格蘭學生該學的數學主題內容，依年級整理成下表。

<sup>4</sup> 牽涉到每個 key stage 最後一年學生必須參加國家性測驗檢測學習狀況。



年級階段 (year)		內容主題 (subject content)						
		數	比與比例	代數	測量	幾何	統計	機率
Key Stage 1	1	X			X	X		
	2	X			X	X	X	
Lower key stage 2	3	X			X	X	X	
	4	X			X	X	X	
Upper key stage 2	5	X			X	X	X	
	6	X	X	X	X	X	X	
Key stage 3	7	X	+ 比率變換	X	X	X	X	X
	8	X	+ 比率變換	X	X	X	X	X
	9	X	+ 比率變換	X	X	X	X	X

## 肆、附錄二 日本國家數學課程—活動數學

日本國家數學課程 (Takahashi、Watanabe、Yoshida, 2008) 分成「目標」(objectives) 與「內容」(content) 敘寫，小學與國中階段都有提出總目標，接著分年敘寫課程目標、課程內容以及教學應放入的數學活動建議，不過，課程內容沒有寫到九年一貫課程的分年細目那麼詳細。值得注意的是，日本的課程文件特別提出與目標和內容並列的一章來說明課程轉化，告訴教師教學計畫制定和每個年級的內容教學應注意的事項。整體來說，日本的數學課程是「活動數學」，數學活動為其主軸/特色，以下分別說明小學與中學階段的課程目標和內容。

### 一、小學階段(2011 年 4 月 1 日開始實施)

- (一) 課程目標：經由數學活動，學生將 1.習得基本與基礎的數、量與形的知識與技巧；2.培養從日常生活的現象提出與組織邏輯思考步驟以及表徵現象的能力；3.欣賞數學活動的趣味性與數學操作的優點；4.增進於日常生活與日常學習中使用數學的意願。
- (二) 課程內容：數與計算(numbers and calculations)、量與測量(quantities and measurements)、幾何圖形(geometric figures)、量化關係(quantitative relations)。

## 二、國中階段(2012 年 4 月 1 日開始實施<sup>5</sup>)

- (一) 課程目標：經由數學活動，學生將 1.深化他們對於數、量與形的原理和規則的理解；2.發展數學表徵與程序的流暢性；3.在推理與做判斷時，傾向去使用數學理解、表徵與程序。
- (二) 課程內容：數與式(numbers and mathematical expressions)、幾何圖形(geometric figures)、函數(functions)、資料處理(data handling)。

表1 日本數學課程授課時數安排

年級	年齡	一整年數學課總節數	一整年總節數	每年上課週數	一節課的時間
1	6	136(每週四節)	850	超過 34 週	45 分鐘
2	7	175(每週五節)	910	超過 35 週	45 分鐘
3	8	175(每週五節)	945	超過 35 週	45 分鐘
4	9	175(每週五節)	980	超過 35 週	45 分鐘
5	10	175(每週五節)	980	超過 35 週	45 分鐘
6	11	175(每週五節)	980	超過 35 週	45 分鐘
7	12	140(每週四節)	1015	超過 35 週	50 分鐘
8	13	105(每週三節)	1015	超過 35 週	50 分鐘
9	14	140(每週四節)	1015	超過 35 週	50 分鐘

## 伍、附錄三 計算機的補充資料

- 1 文中提及「科技發達，使用計算機已不可避免，同時許多國家都已將計算機的使用列入教材。」一事，其計算機應該是屬於“圖形式”計算機，綜觀世界各國數學教育的計算機使用情形，其推廣的都是使用圖形計算機，簡易型計算機(或稱科學計算機)一直以來並非國際間數學教育的主流使用之產品，其原因如下：
- (1) 計算機的發明本就是為了解決人類的計算問題，並非是為了數學教育而開發出來的；直到 1985 年第一台圖形化計算機問世，並因當時電腦科技並不進步且相當昂貴，故此在 1986 年俄亥俄州大學的 Prof. Bert Waits 和 Franklin Demana 認為此對於數學教育有相當的幫助後，要求德州儀器公司開發適合數學教育的圖形計算機，所以第一台「為了數學教育為目的」的圖形計算機問世，並逐漸演變至今。
- (2) 以計算機的發展歷史而言，簡易型計算機本就不是以數學教育為目的開發，故此一直以來無法受到國際數學教育界的認同；反觀圖形計算機，其開發

<sup>5</sup> 高中課程於 2013 年 4 月 1 日開始實施

過程中，是以千位以上各國數學老師建議為基礎開發出來，故此其較能符合數學教育的需求與期待，這也是世界各國數學教育設備上，大多採用圖形計算機為主因，而非簡易型計算機。

## 2 國際間使用圖形計算機的情形如下：

- (1) 從 1990 年七月開始，美國全面採用圖形計算機到數學教育以來，現今美國大學聯考 SAT，大學先修課程 AP、數學專業認證課程 ACT，以及歐洲大學入學考試(IB)等都允許並建議圖形計算機帶入考場，故此在西方先進國家之中，圖形計算機科技應用於數學教育已是常態，並經過多年的實證與研究證實其對於學生數理程度提升有顯著之幫助，在此非本文之重點，就不贅述。
- (2) 以亞洲國家為例，新加坡於 2007 年開始也以教育部規定開始全面採用圖形計算機進入到中學數學學習之中。
- (3) 澳大利亞與紐西蘭等國家，更是從小學四年級開始就讓學生開始使用圖形計算機，並以開發數以萬計的相關教案，。
- (4) 以對岸中國大陸而言，從 2010 年開始在「全國裝備目錄」中明文規定在高中每個學校須備有 50 台以上”圖形”計算機供學生上課使用，以及老師配有六台圖形計算機，現今已成為各省高中設備購置的範本。

## 3 電腦科技與圖形計算機

- (1) 一直以來電腦科技的發展也不是為了「數學教育」此單一目的發展的，故此在許多功能上是無法具備圖形計算機此產品的單純性，故此未被先進國家政府的教育政策中大量採用，舉例如下：
  - i. 電腦的無線與聯網技術是無法阻斷，故此一直以來無法成為公平且適用於評量的工具，且學生在電腦教室學習上也無法專心於數學學習，會做上網聊天等活動，以致分心。
  - ii. 電腦教室的建置成本高於圖形計算機，且無法普及到每個學生隨身都有一台，故此無法做到立即學習的優勢。
  - iii. 基於前項，如老師僅使用電腦軟體在課堂上教學，則無法做到與學生互動的教學模式，仍停留在過往單向式教學的方式。

我國一直以科技島自居，在邁入先進國家的行列之際，對於計算機的討論上，是否應著重於圖形計算機的討論，並適度地應用於評量之中，讓學生透過科技設備來提升學習的優勢，一直以來是我們的夢想，在此也引用之前來台灣訪問的墨爾本大學教授 Kaye Stacey 教授一句話，當很多老師詢問他為何要使用圖形計算機在教學上的時候，她總是這樣回覆：「給學生多一點機會學習吧！」，

因此用此句話作結，懇請各位老師給中學老師一個全面導入科技的機會，以及讓台灣的學生有接觸此學習科技的機會，謝謝！