

劉宣谷 (2015)。
數學創造力的文獻回顧與探究。
臺灣數學教育期刊，2 (1)，23-40。
doi: 10.6278/tjme.2050313.002

數學創造力的文獻回顧與探究

劉宣谷

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系

數學創造力的描述至今尚未明確，本文將從四個不同的觀點回顧數學創造力。數學創造產出的新穎與一般創造力無中生有的新穎性不同，且數學創造力的「新穎」並非全然的無中生有而是將重點放在舊知識的「再結合」。使用創造力量表測量學童的創造力可能窄化了創造力的豐富內涵，部分學者改以「多元解題」的方法分析數學上的創造力指標。從創造力階段理論學童在數學創造的醞釀過程中藉由重組過去的知識與比對題目的條件，在反覆的組合和比對的過程中對學童對於舊知識產生新的認識。創造力的貢獻分為歷史上和心理上的貢獻，學校層次的研究焦點在國小孩童是否具備「心理上的數學創造力」。數學知識與數學創造力同等重要，提供學童發散性思考和連結舊經驗的環境有助於提升學童的數學創造力。

關鍵詞：創造力指標、創造力階段理論、創造貢獻、數學創造力

通訊作者：劉宣谷，e-mail：hkliu.ntue@gmail.com

收稿：2014年8月8日；

接受刊登：2015年3月13日。

Liu, H. K. (2015).

A survey and discussion of mathematical creativity.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 2(1), 23-40.

doi: 10.6278/tjme.20150313.002

Survey and Discussion of Mathematical Creativity

Hsuan-Ku Liu

Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

Specific descriptions of mathematical creativity have not been proposed. This article reviews mathematical creativity from four aspects: products, indicators, processes, and contributions. A description of novelty in mathematical creativity is different from that of original creativity; novelty focuses on the recombination of “old” knowledge in mathematical creativity. The use of creativity tests for measuring creativity indicators may lead the field into a narrow and limited conception of creativity. Recently, scholars have begun to use the multiple-solution task to analyze indicators of mathematical creativity. Regarding creative processes, students recombine mathematical knowledge and compare the recombinations by using the requirements of problems during the incubation period. Through these recombination processes, students obtain new understanding regarding the old knowledge. Creative contributions exist in two forms: historical creativity and psychological creativity. At the school level, the concept of psychological creativity has been adapted for researching the mathematical creativity of elementary school students. Mathematical knowledge and mathematical creativity are both critical. Fostering an environment that encourages divergent thinking and connects to related mathematical knowledge assists in nurturing a student’s mathematical creativity abilities.

Keywords: creative indicator, creative process, creative contribution, mathematical creativity

Corresponding author : Hsuan-Ku Liu · e-mail : hkliu.ntue@gmail.com

Received : 8 August 2014;

Accepted : 13 March 2015.

壹、前言

創造力的論述約略可分為幾個大的面向：(1) 從產出 (product) 的方向發展，認為產出必須具備新穎性 (novelty) 和意義性 (meaningful) (Jackson & Messick, 1965; Romey, 1970)；(2) 或者從創造貢獻的角度認為創造產出可分為尋常的創造 (ordinary creativity) 或非尋常的創造 (extraordinary creativity) (Kaufman & Beghetto, 2009)，尋常和非尋常最大的差異在創造者對於領域版圖的變化是否顯著 (significant)；(3) 也有學者從過程 (process) 的角度討論，認為創造過程包含四個階段—準備期、醞釀期、頓悟期和驗證期 (Wallas, 1926)；(4) 從創造力指標的方向認為創造者須具備流暢性 (fluency)、變通性 (flexibility)、原創性 (originality) 和精緻性 (elaboration) 等四個指標 (Guilford, 1950; Torrance, 1962)。至今對於創造力的定義仍不存在一體適用的看法。

反思數學是什麼，早期多數的學者認為數學的定義可以分為三個型式：邏輯論者 (logicist)、直觀論者 (intuitionist) 和形式論者 (formalist)，邏輯論者使用符號邏輯證明數學的概念、敘述和原理；直觀論者主張數學是建構數學物件的心智活動；形式論者認為數學是形式系統的科學 (science of formal system)，其中形式系統是如何由符號 (symbol) 和記號 (token) 組成公式或規則 (rules) 所形成的集合。近年來多數的學者開始從樣式 (pattern) 的角度思考數學，樣式是具有重複性與延伸性的物件，多數的數學家同意數學是探究樣式的科學 (science of pattern)，也就是數學家尋找樣式並使用樣式形成新的概念或假說，近年來樣式覺察已是數學教育的重要目標之一。從數學的意涵我們或許可以概略的說提出新 (new) 的符號或利用已知的樣式組成新的樣式是創造力在數學範疇上的展現。然而「數學創造力」是「創造力」討論的特定 (specific) 領域，討論數學創造力的內含必須同時包含「創造力」與「數學」兩個向度；換言之數學創造力是討論數學範疇上的創造力。但創造力本身的內涵不存在一體適用的描述，目前多數學者對於數學創造力仍未存在適當定義 (Haylock, 1987; Mann, 2005; Nadjafikhah, Yaftian, & Bakhshalizadeh, 2012; Sriraman, 2005)。

近年來國內數學上的創造力研究儼然成為數學教育學門的重要議題之一。然而國內學者對於數學創造力的研究約略可分為三個方向。(1) 探究數學創造力與數學成就間的關係，如蕭佳純 (2002) 指出國小學童內在動機、數理知識和提升創造利意向對創造力表現產生直接正向的影像效果；但對於學科知識較豐富的學生，教師強調創造力意向的創造力教學行為對創造力表現的加乘效果並不如學科知識較差的學生，探究原因可能跟學科知識較豐富的學生較重視學科的學習成就有關。(2) 探究資優學生在數學創造力上的表現，如魏明通 (1994) 使用托弄思創造力測驗對數學資優班學生和普通班學生進行比較，發現數學資優班學生在流暢性、變通性和

創造性的表現均優於普通班學生。(3) 發展數學創造力測驗工具和創造力指標或評量的發展，如陳李綢（2006）以史騰柏格的創造三面模式理論發展國小高年級學童的數學創造力診斷與認知歷程分析工具。

然而國內以探究數學創造力內涵為主題的研究至今仍鮮少發現。研究人員對於數學創造力的了解與掌握決定上述課程規劃與創造力評量的設計目標，對於新進的研究人員多在分散的論述中尋找和學習適合的數學創造力內涵，在浸淫時間不足的情況下常難以窺其全貌甚至迷失在亂無章法的論述中。因此為數學創造力研究提出俱整合性的文獻回顧論文將可帶領新進的研究者快速窺視數學創造力的樣貌；同時也可透過整合性的交流與分享充實國內學者對於數學創造力的認知更加的紮實，甚至發展出屬於國內的不同想法。

多數的學者依然延續一般創造力的定義討論數學創造力，因此數學創造力的描述約略也可從產出、貢獻、過程和指標等不同方向論述；Vygotsky 認為數學的創造產出是發展數學新知識的重要機制之一（引自 Leikin, 2009），其發展的基本將重點放在符號、規則或樣式的產出，Spraker 認為數學創造力是為了解決數學問題而產生原始和適用的解決方案（引自 Haylock, 1987）。從創造貢獻的程度討論數學創造力可分成專家層次（professional level）和學校層次（school level）（Shviki, 2010）；「專家層次」的數學創造力是有原創性的產出顯著推廣知識的版圖（Shviki, 2010），只有在工作領域留下歷史的成果的偉大貢獻者才稱為具有數學上的創造力（Usiskin, 2000），因此探討專家層次的數學創造力研究主要是針對數學的研究人員。反之，探討「學校層次」數學創造力主要放在學童是否具備「心理上的數學創造力」（psychological mathematical creativity），也就是學生對於解出數學問題時其切入題目的角度與觀點能否提出過去未曾看過的「新」（new）想法，當面臨過去未曾接觸過的數學情境或數學問題時，能「適當」（adapted）改變已知的數學工具或將已知的數學工具用在過去截然不同的數學情境上（Usiskin, 2000）。Hadamard 和 Poincaré 均強調數學的創造過程與創造性思維的認知能力或心智活動有關，他們在數學創造過程的討論沿用完形模型（gestalt model）（引自 Sriraman, 2005, p. 26）認為創造過程的四個階段依然存在於數學問題解決的過程中（Skemp, 1971）；也就是創造者在「準備」階段將數學問題做完整的分析與討論，並從過去的經驗中尋找與問題相關的知識，當過去的經驗無法正確找出問題的解答則進入「醞釀」階段等待「頓悟」的發生（Haylock, 1987）。心理學家則從創造個人的角度出發認為創造力是人類智能行為的成份之一，提出測量創造者的創造力的指標（Guilford, 1950; Torrance, 1962）；然而創造力測驗可能把研究者個人對創造力的窄化觀點呈現於量表之中限制了創造力研究的範疇（Sternberg & Lubart, 1991, 1995, 1996），近年來部分學者改以多元解題的方式觀察學童在數學創造力指標的表現情形（Leikin, 2007; Leikin, Levav-Waynberg, Gurevich, & Mednikov, 2006; Levav-Waynberg & Leikin, 2012）。

本文延續創造力探究的發展過程先從「產品」的角度討論何謂創造產出，再討論創造產出的貢獻程度和創造產出的發展過程，接著從「個人」的方向討論觀察創造者數學創造力的創造力指標，最後以如何提升創造者的數學創造力作為全文的結尾。因此本文的第貳節探究數學創造力的新穎性和實用性，第參節說明數學創造的貢獻，第肆節說明數學創造力階段理論，第伍節說明數學創造力指標，第陸節討論經由結論與建議討論數學創造力與數學教學的關連性。

貳、數學創造的新穎性和實用性

一、創造力的新穎性與實用性

創造力研究的發展從產出 (product) 的探究到創造個體的討論，再到個體受環境的影響，最後開始發展個體和環境間的互動關係，逐漸形成完整的體系。早期的研究大多探討何種的產出可被稱為具創造性 (creative)，如牛津字典的解釋是「具備製造新事物尤其是藝術工作上的能力或技能」(having the skill and ability to produce something new, especially a work of art)。依隨創造是無中生有的字義，多數的學者均同意創造產出必須是新穎 (novelty) 或原創的 (original)，然而隨著創造的目的性，創造的產出被附予了實用性 (useful)、適用性 (appropriate) 或意義性 (meaningful)，也就是創造產出必須針對真實的問題或目標作出貢獻，從實用性和適用性 (adaptive) 觀點定義創造力時，又將其定義為「產生意想不到、原有的行為的能力，而其行為是有用且合適的」或「製造具實用性和適用性的非預期或原創工作的能力」。如 Romey (1970) 認為創造力是結合想法、事物、技巧或新途徑的能力；Jackson 與 Messick (1965) 認為合適性是判斷一個有創造力成果的重要評斷。許多成果中，多樣和獨到的見解可以被判定為有創意的，只有根據明確的標準確認想法在問題的情境中是適當的。所以綜觀上述學者所提及，創造力為結合過去的想法、事物、技巧，而聯想出一些新的事物的表現，而此事物是新穎且有用的，並且無法透過機械的方法來實現。Hausman (1984) 認為創造性產品與舊有產品間會有一種突破。在一般創造力中常認為新穎性是無法用既有知識加以綜合或分析出來的創造性產品。須完全獨立於創造者的知識或舊經驗發展出來的。Vygotsky (1984) 認為創造力是發展新知識的重要機制之一了。

二、數學創造力的新穎性

至今新穎和實用已經是學者討論創造產出時的共同核心標準，若數學創造力是討論數學問題或數學情境時的創造產出或創造成果。數學創造力的定義或許不能脫離創造力的核心標準，因此多數的學者從數學的角度重新詮釋創造產出的新穎性和實用性。Spraker 認為數學創造力是為了解決數學問題而產生原始或不尋常、適用解決方案的能力 (引自 Haylock, 1987)。Romey

(1970) 定義數學創造力為數學思想、技術或新途徑的結合。在一般的創造力常認為所謂的新穎是無法用舊知識綜合出來的創造性產出，但在數學創造力中學者的論述的「新穎」並非全然的無中生有，而是將重點放在舊經驗的「再結合」(recombination)，或者是將不同的想法(idea)加以合成(combination)；這樣的合成通常是非常多的但只有極少數的合成是有用的(useful)(Poincaré, 1952)。Ervynck (1991) 認為數學創造是透過合成創造有用的數學概念或發現不同數學觀點下未知的關連性，同時數學創造在數學知識的提升扮演重要的角色。若數學創造力是舊知識或已知樣式的再結合，某種程度隱含創造者若具備較多的舊經驗再重新組合時則擁有較多可供選擇的合成元素，因此從事數學工作的創造者需要較多的時間學習數學的舊知識。相同的論述與創造力的「十年法則」(Gardner, 1993) 和具高度數學創造力的個人必具備高度的數學才能(Usiskin, 2000) 不謀而合。

三、數學創造力的實用性

數學創造力討論數學上的創造力，也就是在發現或解決一個過去未曾的遇見的數學問題，因此數學創造產出的實用性在於其產出能否解決當前的數學問題。故 Laycock 認為數學創造力是從不同的觀點(perspective) 分析問題的能力和選擇適當的方法處理不尋常的數學情境(引自 Idris & Nor, 2010)。Poincaré (1952) 認為數學上的發現(discover) 在尋找有用合成的過程中會建構大量合成，之後有用的合成將從那些無用的合成中脫穎而出。換句話說，數學創造可以被看成是形成(forming)、再認知(recognizing) 和尋找有用的合成，這樣的合成將連結兩個不同的數學知識結構的關聯性，擴大數學的知識版圖。Chamberlin 與 Moon (2005) 將學生的數學創造力定義為「產生新穎實用的解決方案和以數學方法去解決虛擬或真實的應用問題的能力」。運用過去的經驗或已學過的數學知識基模為基礎，將遇到的問題或題目以創新的方式加以解決，而其解決問題之方法並非單一而固定的。定義中的實用性經常是能解決一個數學問題，也就是數學的創造者能否為數學問題(或真實世界的問題) 提出過去未曾看過的數學解答的能力。在「尋找新解答」的論述下發展尋找不同的問題解決能力能提升學童數學想法的多樣性和解決問題的實用性，已經成為目前培養學生數學創造力的方法之一了。

參、數學創造的貢獻

Kaufman 與 Beghetto (2009) 認為創造的貢獻可區分成尋常的創造(ordinary creativity) 和非尋常的創造(extra ordinary creativity) 兩個不同的層次。Shriki (2010) 亦認為數學創造力應分成專家層次(professional level) 和學校層次(school level)。其中專家層次應是能製造原創性的工作顯著的推廣知識版圖；而學校層次的定義是對於給定的題目能提供不尋常(unusual)、新

穎 (novel) 或具洞察力 (insightful) 的解答；又或者是對於舊的問題能從新的角度加以認知 (Sriraman, 2004)。

一、專家層次的數學創造貢獻

「非尋常的創造」是創造者提出的創造造成學門知識範疇的推廣，所提出的創造產出將被記錄到領域中，且在特定的情境下無法透過意向也不能透過機械的方法來實現。Boden (1996) 將歷史上從未出現過的創造產出的價值和實用稱為「歷史上的創造力」(historically creativity)，也就是個人的創造產出在創新上獲得社會或歷史上的認同。Usiskin (2000) 將數學才能區分成八個層次，其中第五級是具有取得數學博士學位能力的專家，第六級是能經常發表數學研究成果的人員，而第七級則是曾經獲得費爾茲獎殊榮的研究學者。學者們獲獎的理由在於為學門的知識領域開創嶄新的道路，也因為他們的貢獻使得學門的知識版圖得以最佳的開拓。因此 Usiskin 認為只有第七級的人員才具有數學創造力，也就是只有極少數的數學專家可以被稱為具備數學創造力。第七級的研究人員開拓數學知識範疇的新邊界，其所創造的理論將被寫入數學領域的瀾母，並記錄於數學史的分頁之中，因此只有極少數的數學家可被稱為具備非尋常的數學創造力 (extraordinary mathematical creativity) 或歷史上的數學創造力 (historically mathematical creativity)。

二、學校層次的數學創造貢獻

為了使得生活更加的便利或舒適，我們經常將生活中的物品透過相關的聯想作適合的改變，這樣的改變在學門的領域中可能本來已經存在，而創造者並未看過或者所提出的改變並不足以改變學門的知識範疇，其所發生的創造則屬於尋常的創造。對於尋常的創造相關的聯想是可以被預測的；Boden (1996) 將新穎的條件稱為「心理上的創造力」(psychological creativity)，也就是個人為了解決生活上或工作上的問題或困難提出創造者之前並未看過相似成果的創造產出，但其創造產出可能已經存在於學門的領域中，因此「心理上的創造力」在領域上未必具有實質的意義或價值。

國小學童提出的數學解題過程較難推廣數學學門領域的知識版圖，探究國小學童解題的「歷史上的創造力」可能難以觀察到對應的指標。因此在教育上的創造力研究可將數學創造力描述的焦點放在國小孩童是否具備「心理上的數學創造力」(psychological mathematical creativity) 的能力。數學資優生對於一道數學題目有時會有許多中想法，來自於其切入題目的角度與觀點；也就是學童能否為了解出數學問題提出過去未曾看過的「新」方法。Usiskin (2000) 認為數學才能在第三級或第四級的學童面臨過去未曾接觸過的數學情境或數學問題時，能適當改變已知的數學工具或將已知的數學工具用在過去截然不同的數學情境上。具備數學創造力的學生經常出

現在第三級或第四級中，建議教師可嘗試使用鷹架理論協助學童朝第五級的層級邁進。Laycock 認為具有創意的數學是在一個給定問題進行許多方面的分析，透過不尋常的方法觀察其相似性與差異性的能力（引自 Idris & Nor, 2010）。Leikin 與 Lev（2013）認為數學資優生相較於一般生具備好的洞察力，解決數學問題的成功率也較高。故若要探究國小資優數學創造力，可了解資優學童出現許多中間的過程與想法。有數學創造力的學生大多能夠提出擴大和深化原來的數學問題，以及用多種方式解決面對的數學問題。

Bishop 認為數學創造性思維需要數學上兩個非常不同的互補思維方式，分別為「直覺」與「邏輯」來分析思考，又或者說數學創造工作需要同時具備「發散思考」和「聚斂思考」的能力，透過發散思考尋找「新穎」的創造產出和透過聚斂思考驗證創造產出的「實用性」（引自 Helsinki, 1997）；俱創意的人才重視發散思考的能力，其對不同數學概念的連結是富有想像力和超出邏輯思考的，這是創造思考中需要的能力並做為作為創造過程的一部分；也就是當遇到未曾經歷的數學問題時，能連結多個看似不相關的知識或經驗解決陌生的數學問題。如證明實數是不可數無限集合 Georg Cantor，他將 0 和 1 之間的數以不尋常的方式列出需要高度的「發散思考」的能力，但演繹和推論證明的正確性時卻需要高度的「聚斂思考」能力。

肆、數學創造力階段理論

一、創造發生的四個階段

除了分析創造力的產出是否具備流暢、變通、原創和精緻等特性，完形 (gestalt) 模型認為，創造的過程分成四個階段：準備、醞釀、頓悟和驗證 (Wallas, 1926)；準備期是創造者進行創造工作的前置階段，創造者從領域 (domain) 的知識庫中學習創造所需的專門知識，並使用習得的知識和能力處理俱創造性的問題。創造者須使用聚斂思考模式和邏輯性的方法分析眼前的問題，比對創造者的專業技能是否足以處理，從學習專業技能到接觸領域知識版圖的邊界，到發現足以突破邊界的問題少則數年多則數十年。如前所述的十年法則，創造者在提出具歷史意義的創造產出，大多已經過長期的準備期。當創造者面對問題並發現本身的專業技能無法尋找出問題的解答，創造者將暫時停止尋找解答，同時進入所謂的醞釀期。第三階段頓悟經常是瞬時的反應，創造者經常在從事沒有關聯性的活動或問題時，原問題的解答卻突然浮現於腦海中。最後階段，創造者重新面對問題並嘗試驗證頓悟的解答是否正確。根據心向理論創造者可擱置問題，等待問題沉澱於長期記憶中後解答浮現的機率較常時期面對問題要高，此外 Dodds、Ward 與 Smith（2004）建議較長的準備期提供較高的醞釀效果。

二、數學創造過程的四個階段

Hadamard 和 Poincaré 在數學創造過程的討論沿用完形模型（引自 Sriraman, 2005, p. 26），也就是在創造思考的過程數學家們認為在問題解決的數學創造思考過程依然存在準備、醞釀、頓悟和驗證四個階段（Skemp, 1971）。Haylock（1987）認為「準備階段」是將所面對問題做完整性和意識性的分析與討論，嘗試了解題目的論述與附帶的所有條件，在此時期創造者將過去的經驗中尋找與問題相關的知識，創造力的張力觀認為舊經驗可能僵化創造者的思維模式，當舊經驗無法正確找出問題的解答是則進入「醞釀階段」。

對於創造性成就而言，準備期（沉寂時期）是創造發生的必要投資，在一個學門或領域長久浸淫是必要條件；創造性成就的發生需要的時間遠超過只是學習領域入門知識所需的時間（Hayes, 1989）。在準備階段孩子能否得到一個進入現場的機會是創造力的另一個重要面向（Csikszentmihalyi, 1999），在許多領域中孩子盡早接受專家訓練是不可或缺的（Bloom, 1985）。

醞釀期可以有效的提升學生的創造思考能力（Sriraman, 2004, 2005），數學教育家將醞釀期融入教室活動中，例如透過教室內的對話或發表（Barnes, 2000）和延長問題導向學習（problem-based learning）的時間（Sriraman, 2003）以提升學生的創造思考能力。從問題解決的觀點多數的學者建議提升學生挑戰困難題目的經驗（Sriraman, 2008, 2009; Stillman et al., 2009），部分的學者採用多元解題（multiple-solution task）的教學方式（Leikin, 2007; Leikin et al., 2006; Levav-Waynberg & Leikin, 2012），其目的均在使得學生有更長的醞釀階段連結不同的數學觀念。近年來更有相當多研究認為醞釀期在創造性解題（creative problem solving）中扮演關鍵的角色（Sio & Ormerod, 2009; Vul & Pashler, 2007）。瞭解醞釀期在創造過程扮演的角色有助於對提升創造力設計更有效的工作，尤其在教室學習或工作環境安排或規劃上（Vul & Pashler, 2007）。從研究者觀察國小學童的解題經驗發覺學童面對非例行性問題時，其醞釀過程並非全然無意識的，而是反覆重組過去的舊經驗，並嘗試比對與題目所提供的條件是否吻合。縱使最後未能尋找出合適的解法，但在反覆的組合和比對的過程中，研究者認為學童對舊的知識和經驗應有更深入的再認識，此觀察結果與 Sio 與 Ormerod（2009）的實證結果認為醞釀其是培養洞察思考的關鍵有相同的看法。

三、數學的頓悟

從醞釀到頓悟的過程是如何發生的，依然是創造力研究中非常熱門的議題之一。目前為止，有多個理論探討頓悟發生過程（Dodds et al., 2003; Sio & Ormerod, 2009），如不適當心向遺忘理論（forgetting of inappropriate mental theory）和遠距連結理論（remote association theory）。不適當心向遺忘理論是在準備期的階段創造者對問題做出本身並不存在的錯誤假設或限制，在醞釀期時創造者可嘗試忽略相關的錯誤假設擴大問題可能的解答，使得創造者更容易在可能的解答

中尋找到適合的解法；然而遠距連結理論是創造者在面臨新的問題時，與問題相似的舊問題的立即浮現在腦海中，對新問題並不適當的舊解法限制創造者的思維空間，創造者唯有忽略或捨棄舊有的相似解法才能創造出新的產出。Amabile (1989) 建議創造者在面臨問題時可嘗試打破心向 (breaking set)、突破腳本 (breaking out of scripts) 和重新感知 (perceive freshly) 三個方法探詢問題的解答，此外醞釀期也可能不是用意識性的思考而是用潛意識思考問題，所以有頓悟的現象 (Weisberg, 1999)。頓悟階段是突然了解解決問題的關鍵所在，答案突然閃現於腦海中。驗證階段則重新回到意識思考的方式，檢驗所求得的答案是正確，並重新尋找答案適當的表達方式。

從實驗的過程中建議頓悟的發生經常來自創造者將問題放置並將焦點轉移到其他的問題 (Morgan & Forster, 1999; Sriraman, Haavold, & Lee, 2013)。心理學家提出醞釀期克服心智疲勞的假設，也就是心智經過長時期的狂熱和緊張的工作需要一段時間的休息克服疲憊感。這段時間的放鬆容易產生新的見解。個人在面對問題解決情境時，一旦得到特定的解法後，很容易僵化或盲目的使用舊方法到新問題上，卻忽略而容易的解答。

伍、數學創造力指標

一、數學創造力指標

創造力研究受到心理學家的注意，開始將目標轉移到創造者的狀態和發展，甚至開始思考創造力是否如同智力是種與生俱來的特質，將創造力定義為「個體產生一些新的及不可預測的事物的表現」更進一步的認為創造力是人類智能 (intelligent) 行為的核心成分之一。心理學家從事創造力研究的核心想法在探究創造者如何 (how) 產生創造、如何測量 (measure) 創造者是否具有創造力，或如何使得創造者產生創造力。為了瞭解創造者的創造力，Guilford (1950) 與 Torrance (1962) 等學者均以流暢性 (fluency)、變通性 (flexibility)、原創性 (originality) 和精緻性 (elaboration) 為創造力的四個核心，用來測量個體是否具備創造力。目前為止，此四個核心指標已經是學者發展創造力量表的核心架構之一。

Hollands (1972) 延用創造力的概念重新定義四個指標的數學創造力上的意涵：「流暢性」是在短時間內所生產的許多想法的能力，思維的流暢性提升從事數學領域的問題的想法；「變通性」是能使用不同的方法或建議的能力思維的變通性有利於產生高度不尋常類型的情境；「原創性」是能提出不尋常的或新穎的方法的能力，原創性意指在數學領域上有不尋常的反應，人們可以發現非顯而易見的甚至可能是無關性的解決方案。「精緻性」是將所得到的結果加以延伸或改善。流暢性和變通性必須具備靈活的思維或發散性思考的能力。在數學創造力的研究中多位學者依然採用此指標作為發展數學創造力量表的核心，如 Dunn 與 Maxwell 使用流暢度作為測

量因子（引自 Lee, Hwang, & Seo, 2003）；使用的變通性作為測量因子（Krutetskii, 1976）；同時使用流暢性和獨創性作為測量因子（Mainville, 1972）。最後 Evans、Song 與 Zosa 等三位學者均同時使用流暢性，變通性和獨創性作為測量因子（引自 Lee, Hwang, & Seo, 2003）。此外 Pitta-Pantazi、Sophocleous 與 Christou（2013）研究認知型態和數學創造力指標的相關性，他將學童的認知型態分成空間的（spatial）、實體的（object）和口語的（verbal）三種。發現空間的認知型態與數學的流暢性、變通性和原創性指標為正相關，實體的認知型態和數學的原創性指標為負相關，口語的認知型態和數學的變通性為負相關。另外他認為不同的認知型態面對數學創造力課題時會採取不同的策略。

Feldman（1999）引述 Sternberg 與 Lubart（1995, 1996）的結論認為創造力測驗是把「研究者」對於創造力的觀點呈現於量表中，所測得的結果可能錯把影子當成實體，甚至窄化了創造力研究的範疇或忽略了創造力的豐富內涵：

Preoccupation with testing for creativity as if it were a trait analogous to intelligence led the field into a narrow and limited conception of creativity. In the effort to operationalize variables and gain experimental control over them, extreme simplification of what is meant by creativity was tolerated. One of the consequences of the tendency to restrict creativity to a set of ability like fluency, flexibility, and originality was an impoverished conception of development. Development in the psychometric context meant strengthening existing abilities or teaching abilities to those lacking in them.
(Feldman, 1999, p. 169)

對於使用創造力量表測量學童的創造力是否提升，並非真實的瞭解學童的數學創造力，而是測量出研究者認為俱創造力學童可能的部分行為或反應，是否真實提升學童的數學創造力仍有待進一步的探究和討論。

二、創造力的新指標—目的與持續時間

Gruber 與 Wallace（1999）認為產生許多想法的能力和產生少數上乘想法的能力未必關聯性。在經歷數十年努力後，具有高創造力的人與具有高發散思考能力的證明依然薄弱（Barron & Harrington, 1981）。從 Gardner（1993）對七位具創造力的工作者（包含愛因斯坦、畢卡索、史特拉汶斯基、艾略特、瑪莎葛蘭姆和甘地）的研究中指出要完成一件達到世界聞名的豐功偉業至少都要十年的耕耘與努力不懈。現在 Gardner 的成果被稱為創造力的「十年法則」，也就是為了確保創造力以更有效的形式發展出來，應先精通某一個領域為準備，而這個準備期的關鍵期間大約要花費十年之久（Feldman, 1999）。

為此 Gruber 與 Wallace (1999) 為創造力的定義加入兩個新的標準「目的」(purpose) 和「持續時間」(duration)，也就是創造產出是某種目的的結果和創造者持續很長的時間從事創造產出。他們為目的和持續時間下了這樣的註解：

The criterion of duration gives special meaning to the criterion of purpose, extending creative work over time and capturing the notion of a creative life. To live a creative life is one of the intentions of the creative person. (Gruber & Wallace, 1999, p. 94)

Gruber 與 Wallace (1999) 從傑出的創造者的生活觀察，無論創造者的領域有何差異，創造者們均熱愛自己的工作，並且全心全意的投入達到廢寢忘食的程度。當工作活動的挑戰性配合個體的問題解決能力水準時，容易達到這種高度內在動機的狀態 (Csikszentmihalyi & Csikszentmihalyi, 1988)。目前多數的學者均同意提升創造者的內在動機有助於創造力的發展 (Amabile, 1996; Sternberg & Lubart, 1995)。

若創造者從事創造工作只為了外來的讚賞、名聲或金錢等外在因素，則稱為創造力的外在動機，部分的研究者認為創造者過度在意外來的刺激，則會干擾創造者的注意力並損傷其內在動機 (Amabile, 1996; Collins & Amabile, 1999)，對創造者的創造力造成傷害。若學生參加比賽只為了獲得獎賞，在沒有競爭時便失去學習的興趣，這類學生的學習就是倚靠外在動機的學習，當外在動機消失後便失去學習的動力，非常不利於對學童在相關領域中創造力的發展。因此在教育的過程中，教學者宜嘗試引起學童的好奇心和意義感，多鼓勵學童探索學習領域，在學童能力所及的範圍內提供學童挑戰自己創造题目的機會，讓學童感受到學習的樂趣和成就感培養內在動機，更應避免契約性的獎賞破壞學生的內在動機，使得學生將學習當作是獲得獎賞的工作 (詹志禹, 2002)。藉由多位學者的論述作者認為研究者在從事數學創造力的教育研究時，除了尋找數學創造力指標或發展數學創造力量表外，協助創造者能長時間投入於數學問題的思考，使得創造者能持續投入更多的時間在創造過程中的準備的階段，對於提升創造者的數學創造力可能有較高的成果。

三、思考彈性與多元解題

然而部分的研究指出「發散思考」(divergent thinking) 的能力和創造力中的流暢性或變通性有高度的關聯性，甚至認為發散思考的人具有較高的創造力 (Chamberlin & Moon, 2005)。在解決問題的過程中靈活的結合已知的想法和過去學習的知識是提出創新途徑解決問題的關鍵，因此靈活的思維是提升創造力重要的能力之一。「心智過程的彈性」是指能打破僵化思考的能力，具數學創造力的學生心智通常不受固定解題方法的限制，能自由的切換到不同的思維角度。

數學才能較高的學童通常較俱備靈活處理數學問題的能力，能不受固定形式的約束使用俱創造性的解題方式，且擁有將所學推廣到未曾面對過的數學問題的能力。思維的彈性在數學領域中十分重要，數學資優生經常俱備自由跳離直線思考的過程和輕易轉換正反面思維的能力（Krutetskii, 1976）。因此提升學童變換不同角度思考和解讀問題的能力，有助於提升學童的數學思維的彈性和數學創造力中的變通性。

多元解題（multiple-solution task）是要求學生採用不同方法解決一個數學問題，為了避開使用創造力量表測量可能造成的偏誤，部分學者利用多元解題的分析探討數學創造力的變通性和靈活性。Leikin 等人（2006）針對職前數學教師及高中生進行幾何課程的多元解題與創造力發展的研究，用解決方法數量表示數學創造力中的變通性，用解決方法之間的差異來分析數學創造力中的靈活性。Leikin（2007）認為以不同角度解決問題的方法變成思考的習慣，對於創造性思維的養成有高度的助益。研究結果指出經過多元解題的訓練是可以提高解題的正確性、流暢性及靈活性。Levav-Waynberg 與 Leikin（2012）針對 330 個學生進行多元解題的研究結果指出透過多元解題的課程能提升學童的數學創造力中的流暢性和變通性，因此多元解題的課程環境比傳統學習環境提供更大的機會展示及激發學生的創造力（郭明采，2014）。

陸、結論與建議—數學創造力與數學教學

在數學教師的專業訓練與學生面對聯考的升學壓力下，教學上多務求正確與嚴謹。要求學生的作答過程必須經過縝密「聚斂思考」的過程，更要求學生細心寫下每個證明的步驟，其評量的方式在驗證學生證明過程的邏輯推理是否環環相扣，達成做工精細的美麗數學作品。從數學系畢業的數學教師更害怕被扣上教學不夠嚴謹的評論，在每次的教學過程中均將每個步驟細心寫下供學生抄習。因此我們經常發現數學科的教學現場常是教師一個人唱獨腳戲，將整黑板由左至右滿滿寫完，彷彿形成一幅美麗的藝術作品，而學生的筆記本更是一頁接著一頁努力紀錄。在數學殿堂中嚴謹是非常重要的，每個偉大的數學作品都需要經過反覆嚴謹的論證才能成就現今的輝煌的價值，因此多數的數學教師在課堂上多強調聚斂思考和邏輯性思維的重要性，要求學生的作品滿足創造力指標中的「精緻性」。

研究者認為雖然被放入數學領域的瀰母（meme）都是精緻化後的產出，但數學知識版圖的推廣並非始於精緻，而是終於精緻。臨摹大師的畫作能提升自己繪畫的技術，因此學藝術的科班經常將臨摹當成自我訓練的基本工。但藝術的價值更重要的是作品本身的創造性，過度的模仿使得藝術家失去自我的特色。數學的價值亦是如此，現今的數學教學現場教師太過琢磨於臨摹大師的創作成就，在觀察與發現的階段卻略顯不足，使得學生對數學認識僅停留在記憶、邏輯與推理的階段；因此學生對數學美感的欣賞僅停留在技法上的嚴謹與困難，卻失去數學美感

中最重要的發現與創造。

相當多的研究建議「再認識」問題是提升問題解決創意的基礎能力 (Kim, 2009)。Brinkmann (2004) 提出如果我們希望學生明白數學的美我們應該利用數學題目中的複雜性 (complexity)，使學生體驗到數學中發現的感受 (the aesthetic feeling of discovering) 不應僅止於展現數學的簡單 (simple)。Peressini 與 Knuth (2000) 建議培養創造價值的數學工作應鼓勵學生採取循序漸進的系列方法求解，嘗試引導學生觀察顯著的數學概念，要求學生檢視自己的論證和提供思考學生開放性的問題。Cropley (引自張雨霖、陳學志與徐芝君，2010) 指出：

在教學環境中培育學生創造力的教師應具備九項行為特徵：(1) 鼓勵學生獨立學習。(2) 採取合作形式的教學。(3) 鼓勵學生精熟基本知識，培養擴散思考的知識基礎。(4) 延緩判斷學生的觀念。(5) 鼓勵彈性思考。(6) 鼓勵學生自我評鑑。(7) 慎重處理學生提問與建議。(8) 提供學生接觸各種材料和不同情境的機會。(9) 協助學生因應挫折，培養嘗新、接受不平凡的勇氣。(p. 154-155)

從數學創造力的角度思考，教師應提供學生適當的題目引導學生學習、探索、建構概念和假設、檢驗、論證、採用策略和說明與檢驗結論的機會。同時教師應該協助學生發現 (discover) 數學知識並引導學生將新的知識應用到不同的數學環境使學生對數學概念能產生頓悟的感受。Neumann (2007) 認為培育數學創造力的有效環境是提供互動的環境 (interactive environment)；透過和其他正在處理相同問題的工作者交換自己的新想法 (new idea) 能使創造者對自己的新想法有更多不同的認知。關於培養思維的變通性可透過多元解題的教學方式，將同一道問題提出多種解決問題的方法；具有變通性的學童，經常會有令人驚奇的解法。

數學創造力建構在數學知識的基礎下，在建立適當的數學知識前，提升數學基本能力的過程依然不宜偏廢，以建立學童創造性思考時使用的工具。在國小學童的數學發展過程中，數學基本能力（如記憶力、計算能力和邏輯能力）和數學創造力（如創新能力、連結能力和轉換能力）如同數學能力的兩個樑柱，兩者同時發展才能發展數學才能。缺乏數學基本能力則無法在已知的知識下撰寫與眾不同的解題過程或發展高度抽象性的數學模型；反之過度強化學生數學知識的記憶過程或數學計算能力的精熟程度則關閉了學生學習彈性思考的重要過程，因此數學知識與數學創造力兩者應同時兼顧。在教學的過程應依照學童的數學能力給予不同的課程內容，在學生習得足夠的數學知識後提供具創造性的思考環境，引導學童透過「再思考」來「連結」相關的數學知識，同時提升學童的數學創造力和數學知識的深入認識。

參考文獻

- 張雨霖、陳學志、徐芝君 (2010)。教師創造力信念、創造力教學自我效能對創造力教學行為之影響。《復興崗學報》，99，151-172。
- 郭明采 (2014)。從多元解題觀察國小數學資優生在幾何方面的創造力流暢性及變通性 (未出版碩士論文)。國立臺北教育大學，臺北市。
- 陳李綢 (2006)。國小數學創造力診斷與認知歷程工具研發。《教育心理學報》，38 (1)，1-17。doi: 10.6251/BEP.20060503
- 蕭佳純 (2002)。國小學生內在動機、學科知識與創造力表現關聯之研究：教師創造力教學的調節效果。《特殊教育研究學刊》，37(3)，89-113。doi: 10.6172/BSE201211.3703004
- 詹志禹 (2002)。影響創造力的相關因素—從小學教育環境與脈絡來考量。《學生輔導》，79，32-47。
- 魏明通 (1994)。高級中學數學與科學資優學生創造力研究。《師大學報》，39，525-544。
- Amabile, T. M. (1989). *Growing up creativity: Nurturing a lifetime of creativity*. New York, NY: Crown.
- Amabile, T. M. (1996). *Creativity in context: Update to the social psychology of creativity*. Boulder, CO: Westview Press.
- Barnes, M. (2000). 'Magical' moments in mathematics: Insights into the process of coming to know. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 33-43.
- Barron, F. X., & Harrington, D. M. (1981). Creativity, intelligence and personality. *Annual Review of Psychology*, 32, 439-476. doi: 10.1146/annurev.ps.32.020181.002255
- Bloom, B. S. (Ed.). (1985). *Development talent in young people*. New York, NY: Ballantine.
- Boden, M. A. (Ed.). (1996). *Dimension of creativity*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Brinkmann, A. (2004, July). *The experience of mathematical beauty*. Paper presented at the 10th International Congress of Mathematics Education Roskilde, Denmark.
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Collins, M. A., & Amabile, T. M. (1999). Motivation and Creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 297-312). Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807916.017
- Cropley, A. J. (1997). Fostering creativity in the classroom: General principles. In M. A. Runco. (Ed.), *The creativity research handbook* (Vol. 1, pp. 83-114). Cresskill, NJ: Hampton Press.
- Csikszentmihalyi, M. (1996). *Creativity: Flow and the psychological of discovery and invention*. New York, NY: HarperCollins.
- Csikszentmihalyi, M. (1999). Implications of a systems perspective for the study of creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 313-336). Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807916.018
- Csikszentmihalyi, M., & Csikszentmihalyi, I. S. (Eds.). (1988). *Optimal experience: Psychological studies of flow in consciousness*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511621956

- Dodds, A. Rebecca, Ward, B. Thomas, & Smith, M. Steven (2004). A Review of Experimental Research on Incubation in Problem Solving and Creativity. Texas A&M University. Retrieved January 30, 2015, from <http://ecologylab.net/research/publications/DoddsSmithWardChapter.pdf>
- Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 42-53). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47203-1_3
- Feldman, D. H. (1999). The development of creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 169-186). Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807916.011
- Gardner, H. (1993). *Creating minds: An anatomy of creativity seen through the lives of Freud, Einstein, Picasso, Stravinsky, Eliot, Graham, and Gandhi*. New York, NY: Basic Books.
- Gruber, H. E., & Wallace, D. B. (1999). The case study method and evolving systems approach for understanding unique creative people at work. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 93-115). Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807916.007
- Guilford, J. P. (1950). Creativity. *American Psychologist*, 5(9), 444-454. doi: 10.1037/h0063487
- Hausman, C. R. (1984). *A discourse on novelty and creativity*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Hayes, J. R. (1989). Cognitive processes in creativity. In J. A. Glover, R. R. Ronning, & C. R. Reynolds (Eds.), *Handbook of creativity* (pp. 135-145). New York, NY: Plenum Press. doi: 10.1007/978-1-4757-5356-1_7
- Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics*, 18(1), 59-74. doi: 10.1007/BF00367914
- Helsinki, E. P. (1997). The state-of-art in mathematical creativity. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 29(3), 63-67. doi: 10.1007/s11858-997-0001-z
- Hollands, R. (1972). Educational technology: Aims and objectives in teaching mathematics. *Mathematics in School*, 1(6), 22-23.
- Idris, N., & Mohd Nor, N. (2010). Mathematical creativity: Usage of technology. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1963-1967. doi:10.1016/j.sbspro.2010.03.264
- Jackson, P. W., & Messick, S. (1965). The person, the product, and the response: Conceptual problems in the assessment of creativity. *Journal of Personality*, 33(3), 309-329. doi: 10.1111/j.1467-6494.1965.tb01389.x
- Kaufman, J. C., & Beghetto, R. A. (2009). Beyond big and little: The four c model of creativity. *Review of General Psychology*, 13(1), 1-12. doi: 10.1037/a0013688
- Kim, K. H. (2009). Creative problem solving. In B. Kerr (Ed.), *Encyclopedia of giftedness, creativity and talent* (Vol. 1, pp. 188-191). Thousand Oaks, CA: Sage. doi: 10.4135/9781412971959.n88
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children* (J. Kilpatrick & I. Wirzup, Eds.; J. Teller, Trans.). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Lee, K. S., Hwang D. J., Seo, J. J. (2003). A development of the test for mathematical creative problem solving ability. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D:*

- Research in Mathematical Education*, 7(3), 163-189.
- Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2330-2339). Larnaca, Cyprus: University of Cyprus.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45, 183-197. doi: 10.1007/s11858-012-0460-8
- Leikin, R., Levav-Waynberg, A., Gurevich, I., & Mednikov, L. (2006). Implementation of multiple solution connecting tasks: Do students' attitudes support teachers' reluctance? *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 28(1). Retrieved from <http://www.thefreelibrary.com/Implementation+of+multiple+solution+connecting+tasks%3a+do+students%27...-a0151379485>
- Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 73-90. doi: 10.1016/j.jmathb.2011.11.001
- Mann, E. L. (2005). *Mathematical Creativity and School Mathematics: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students* (Unpublished doctoral dissertation). University of Connecticut, Storrs, CT.
- Morgan, S., & Forster, L. (1999). Creativity in the classroom. *Gifted Educational International*, 14(1), 29-43. doi: 10.1177/026142949901400105
- Nadjafikhah, M., Yaftian, N., & Bakhshalizadeh, S. (2012). Mathematical creativity: Some definitions and characteristics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31, 285-291. doi: 10.1016/j.sbspro.2011.12.056
- Neumann, C. J. (2007). Fostering creativity: A model for developing a culture of collective creativity in science. *EMBO Reports*, 8(3), 202-206. doi: 10.1038/sj.embor.7400913
- Peressini, D., & Knuth, E. (2000). The role of tasks in developing communities of mathematical inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 391-396.
- Pitta-Pantazi, D., Sophocleous, P., & Christou, C. (2013). Spatial visualizers, object visualizers and verbalizers: their mathematical creative abilities. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 45, 199-213. doi: 10.1007/s11858-012-0475-1
- Poincaré, H. (1952). *Science and method* (F. Maitland Trans.). Mineola, NY: Dover.
- Romey, W. D. (1970). What is your creativity quotient? *School Science and Mathematics*, 70(1), 3-8. doi: 10.1111/j.1949-8594.1970.tb08557.x
- Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 159-179. doi: 10.1007/s10649-009-9212-2

- Sio, U. N., & Ormerod, T. C. (2009). Does incubation enhance problem solving? A meta-analytic review. *Psychological Bulletin*, *135*(1), 94-120. doi: 10.1037/a0014212
- Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Baltimore, MD: Penguin Books.
- Sriraman, B. (2003). Can mathematical discovery fill the existential void? The use of conjecture, proof and refutation in a high school classroom (feature article). *Mathematics in School*, *32*(2), 2-6.
- Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator*, *14*(1), 19-34.
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? *Journal of Secondary Gifted Education*, *17*(1), 20-36. doi: 10.4219/jsge-2005-389
- Sriraman, B. (Ed.). (2008). *Creativity, giftedness, and talent development in mathematics*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, *41*(1-2), 13-27. doi: 10.1007/s11858-008-0114-z
- Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: A commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *45*(2), 215-225. doi: 10.1007/s11858-013-0494-6
- Sternberg, R. J., & Lubart, T. I. (1991). An investment theory of creativity and its development. *Human Development*, *34*(1), 1-31. doi: 10.1159/000277029
- Sternberg, R. J., & Lubart, T. I. (1995). *Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity*. New York, NY: Free Press.
- Sternberg, R. J., & Lubart, T. I. (1996). Investing in creativity. *American Psychologist*, *51*(7), 677-688. doi: 10.1037/0003-066X.51.7.677
- Stillman, G., Cheung, K. C., Mason, R., Sheffield, L., Sriraman, B., & Ueno, K. (2009). Challenging mathematics: Classroom practices. In E. J. Barbeau & P. J. Taylor (Eds.), *Challenging mathematics in and beyond the classroom: The 16th ICMI Study* (pp. 243-283). New York, NY: Springer.
- Torrance, E. P. (1962). *Guiding creative talent*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Usiskin, Z. (2000). The development into the mathematically talented. *Journal of Secondary Gifted Education*, *11*(3), 152-162. doi:10.4219/jsge-2000-623
- Vul, E., & Pashler, H. (2007). Incubation benefits only after people have been misdirected. *Memory & Cognition*, *35*(4), 701-710. doi: 10.3758/BF03193308
- Vygotsky, L. S. (1984). Imagination and creativity in adolescent. In R. W. Rieber (Ed.), *The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 5, child psychology*. (pp. 151-166). New York, NY: Springer.
- Wallas, G. (1926). *The art of thought*. New York, NY: Harcourt Brace.
- Weisberg, R. W. (1999). Creativity and knowledge: a challenge of theories. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 226-250). Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807916.014