

對 12 年國教數學領域課程綱要的建言

李源順 2015.03.28

一、每週應有機會讓學生進行數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整(後設認知)的相關活動。

說明：

1. 台灣數學教育學會(2014.11.22 理、監事會議決議)已對 12 年國教數學領域課程綱要提出建言草案。其中數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整等活動是培養學生了解數學根本內涵、意義、連結生活的重要活動。這些活動應從上到下，從課綱到教科書編寫、教師教學，甚至學習評量，都應一致進行。
2. 建請課綱中明列這些重要數學教學活動，並建請教科書和教師能於每個單元、每週之中融入數學奠基活動、數學探究、數學素養、脈絡統整的相關議題，至少一種。必要時向教育部爭取每週多一堂的「數學綜合活動」。

二、小學階段刪除加減互逆或乘除互逆的分年細目，增列算式填充題，並強調利用語意轉換進行解題與驗算

說明：

1. 97 年加減互逆或乘除互逆的分年細目在

1-a-02	能在具體情境中，認識加減互逆。
2-a-04	能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。
2. 加減互逆或乘除互逆是代數思維，它與移項法則非常相關，在小學中、低年級階段太過抽象。同時加減互逆或乘除互逆是有侷限性的；例如，對於下面的問題：「有 48 塊餅乾，平分成若干包，每包有 6 塊餅乾，問是平分成幾包？」的問題，它看起來是除法問題，卻不能上用乘法來解答。若用乘除互逆來說必需先進行乘除互逆、再交換律、再乘除互逆。 $(48 \div () = 6 \rightarrow 48 = 6 \times () \rightarrow 48 = () \times 6 \rightarrow 48 \div 6 = ()$
反而可以用語意轉換來解答：把所有的 48 塊餅乾，每包分 6 塊，就知道可以分成幾包。
3. 相對而言，語意轉換，是和情境相關、對學童比較具體，同時它可以說是推理能力的前置經驗。反而是學童需要具備的能力。對於上述例子，學童只需要了解「因為每包是 6 塊餅乾，因此看 48 塊餅乾，分到每包 6 塊，平就知道是被平分成幾包。」
4. 至於算式填充題是學生尚無法進行語意轉換時，另一種替代性解題的方法，是讓

無法進行語意轉換有機會進行語意轉換的過渡。

因為無法語意轉的學生可以先把問題列成

$$48 / (\quad) = 6$$

再利用圖形表徵，表徵其意義，最後順利解答問題。

5. 對於純數字的計算問題，學童也可以利用圖形表徵來解答問題。

三、兩步驟併式問題，應統一於 4 年級進行教學，並且從解題觀點引入

說明：

1. 目前分年細目，如下：

3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。

3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與除，不含併式)。

3-n-08 能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。

4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

2. 3 年級同時出現需要併式與不可以併式的能力指標，突顯學生需要記憶何時可用、何時不可用的問題，對老師的教學也是一大困擾。
3. 建議 3 年級時先學習不需要併式的兩步驟問題，此時學生可以聚焦在語意的了解上，了解誰先算、誰後算。等到清楚之後，再進行併式的學習。
4. 併式的約定：(1) 有括號時，括號內的運算先進行。(2) 當式子中只有乘除或只有加減的運算時，由左向右逐步進行。(3) 先乘除後加減。是一種程序性知識的觀點，這是以前先教計算，再來解答文字的做法。學生需記憶規則，沒有感覺。
5. 從現今的教育理念，是先出現文字題，再形成數學規約。因此，應從解題性知識的觀點來學習併式的約定。也就是，面對任何二步驟問題，學生要併式時，先算的以刮號表示，亦即約定(1)先算的用括弧表示。此時，學生在解答任何文字題時，只要知道何者先算，便不會做錯；且養成先算的刮號的習慣，可以解決日後許多的問題。
6. 之後，再來學習何時可以省略刮號。(2)因為乘法與除法是加法與減法的累加或者累減(上位概念)，因此當算式中有乘(或除)以及加(或減)的運算元時，同時乘(或除)的運算元在括弧內(先算)時，括弧可以省略。(3)因為數學的書寫習慣是從左算到右，所以當算式中只有加減或者只有乘除的運算元，同時括弧在左邊時，括弧可以省略。
7. 解題性知識的觀點，可以推廣到指數律等概念的學習。學童可以對併式運算的先後順序與運算元的意義相連結，使併式變得很有意義、很有感覺。

四、簡單平面圖形與構成要素的關係，應同時考量邊長和角度的關係，

不宜在二年級出現認識簡單平面圖形的邊長關係

說明

1. 目前分年細目 2-s-05 認識簡單平面圖形的邊長關係
3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。
2. 因為簡單平面圖形，至少包括正方形、長方形。認識簡單平面圖形的邊長關係，雖然沒有問題，但是初學的學生，容易誤認為逆概念（從邊長關係辨認圖形）。
3. 在教材的編排上，不需要那麼繁鎖，不需要教一種構成要素（長度），便探討圖形與構成要素的關係。
4. 建議教了圖形的構成要素（邊與角）之後，再同時考慮簡單平面圖形與構成要素（邊與角）的關係即可。

五、在教材中應出現直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐的專有名詞

說明：

1. 5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。其說明：在小學階段，立體圖形只需認識最自然的直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐的教學，「直」、「正」一詞皆不需在教學時出現。
2. 因為正角柱與直角柱有不同的性質，同時又只教正角錐，又不給與專有名詞的區分。學生在學習上容易產生混淆。例如角柱是側邊長否全等？角柱的側邊是否是長方形，甚至是全等的長方形？
3. 因為生活上或者數學上都有斜角柱、斜角錐的概念。為了正名，建議區別其專有名詞。
4. 事實上，專有名詞，只要從「直」與「正」的中文語意上，便可以輕易區分。
5. 在數學學習上，顧名思義，是非常重要的一件事情。

六、在小學，概數的教學應加入無條件進位、無條件捨去

說明

1. 4-n-06 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。
2. 在生活中，有無條件進位、無條件捨去的實際應用。為顧及實際生活差異，應加入兩者的概念性教學，只要老師不要過度評量即可。
3. 事實上，即使能力指標沒有要求，各版本教科書也都因為現實需求而加入教材

教學之中；同時老師也沒有任何反彈。

七、在小學階段應認識線對稱圖形的數學定義，以及加入點對稱圖形

說明：

1. 目前能力指標 5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。
8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。
2. 小學階段只學習操作形定義（折疊後完全重疊）。事實上，從操作形定義，便很容易引出數學定義（兩個對稱點的連線和對稱軸垂直，且到交點的距離相等）。尤其是學生在進行線對稱圖形的作圖時，需要用到此一定義。
3. 點對稱圖形在生活中常見，同時數學不應脫離現實生活，尤其是生活中常見的問題。因此建議加入點對稱圖形的教學。讓學童能判斷是否線對稱、是否點對稱的四種組合。課綱只需要教師不能過度評量即可。

八、在學生了解概念性知識、以及培養學生合理判斷的情形下，較大位

數的計算，應引入計算器的使用。

說明：

1. 在小學，一直不能使用計算器進行教學。但是科技進步，計算器已垂手可得，且先進國家也納入計算器於教學之中。
2. 因為整數四則運算的概念性了解，完全基於位值概念。同時數感、能合理判斷運算結果（位數與位數運算後的位數改變；或者概算）是數學學習上重要的知能。
3. 建議七、在學生了解概念性知識、以及培養學生合理判斷的情形下，於 4-n-03 能熟練較大位數的乘除直式計算，等...較大位數的計算，應納入計算器協助計算。同時了解如何在簡易型計算機進行先乘除、後加減的計算。

九、分數化成小數時，循環無限小數的處理問題，在什麼時候教？

說明：

1. 當學生學習分數化成小數，碰到需要四捨五入的問題時，只要學童多問一句話：「假如不四捨五入會怎麼？」此時學童已碰觸到循環無限小數的問題。
2. 因為小學只要學童利用四捨五入的方法將分數化成小數，同時小學只談有限小數，造成有些教師誤以為分數不一定可以化成小數，反而小數可以化成分數。

3. 建議在小學或國中應處理此一問題。

十、列含有未知數符號的算式，不應侷限在單步驟的具體情境問題

說明：

1. 5-a-04 能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。
2. 因為單步驟的問題，甚至兩步驟的問題，學童在中年級已學習過，因此從單步驟情境問題引入，對學童的學習沒有需求感。
3. 建議從單步驟問題引入之後，應可以適度拓展到二步驟的問題解決。

十一、小學階段加入機率基本概念的學習

說明：

1. 在現今社會，機率概念愈形重要，同時 TIMSS 八年級也進行機率的評量。
2. 建議恢復小學階段學習機率基本概念，同時應強調大數法則的概念，而非當做比例的計算問題。